

등호제약조건을 이용한  
계통 해석 및 고장판단에 대한 연구

양민욱, 김건중, 황인준, 박정진, 이주현\*  
충남대학교, 한국전력\*

Network analysis and fault decision  
using equality constraint condition

Minuk Yang, Kernjoong Kim, Injun Hwang, Jeongjin Park, Juhun Lee\*  
Chungnam National University, KEPCO\*

**Abstract** - 전력계통에서 사고는 커다란 물질적 피해를 야기하는 것으로 미연의 사고방지 및 예방이 필수적이다. 현재 전력계통 시스템은 대부분이 이중, 삼중의 보호 시스템과 후비 시스템 등을 갖추어 기계적인 고장이나 오작동으로 인한 사고를 최소화 하고 있다. 하지만 실제 계통을 감시하고 운영하는 운영자에게 잘못된 정보가 들어옴으로 인한, 잘못된 조작은 계통에서 정상적인 기기 제어에 해당되므로 잘못된 조작으로 정전 사고가 발생한다 하더라도 이를 막아줄 수 있는 대책이 없게 된다. 따라서 계통 정보의 무결성을 검사하고 계통에서 전달되는 데이터가 정상임을 확인하는 판단이 필요하게 되며, 이를 통해 운영자에게 정확한 정보를 볼 수 있게 하기 위해 현재 상태를 확인하고 잘못된 정보가 들어온 것을 계통 상태를 통해 확인할 수 있는 알고리즘을 제시한다.

1. 서 론

전력 계통에서 정보는 On/Off를 표시하는 차단기의 Digital 정보와 측정으로 얻어지는 Analog 정보가 있는데 이 두 정보를 토대로 감시/제어 시스템에서 화면으로 운영자에게 보이게 된다. 하지만 이러한 정보가 잘못된 정보일 경우 이를 판단하고 실제 장비가 고장인지 취득된 정보가 잘못된 것인지 판단하는 것이 필요하다. 현재는 계통해석이나 고장판단의 알고리즘은 사용하지 않고 운영자가 상황에 따라 판단하고 계통을 운영하고 있다. 하지만 잘못된 정보로 인한 운영자의 잘못된 판단은 작게는 기기 리셋정도로 해결될 수도 있지만, 크게는 계통의 사고에 까지 이를 수 있으므로 이러한 사고를 최소화 하기 위해 계통의 상태를 전체적으로 점검하고 정보의 신뢰성을 높이기 위해 계통을 해석하고 상태를 예측하여 취득한 정보와 비교, 판단하여 운영자에게 좀 더 정확한 판단을 할 수 있도록 해야 할 것이다. 이번 연구에서는 이러한 계통 해석 및 고장 판단을 위해 작은 가상 계통을 구성하고 계통을 등호제약 조건을 통한 라그랑지안 함수와 뉴턴 램슨법을 이용한다.

1.1 등호 제약조건

$f(x)$ 가 최소가 되기위한 제약조건을  $h(x)=0$ 라 할때 등호 제약 조건에 의한 식은 아래와 같이 세울 수 있다.

$$\min_{s.t} \begin{matrix} f(x) \\ h(x)=0 \end{matrix}$$

1.2 라그랑지안 함수

위의 제약조건  $h(x)=0$  을 가진  $f(x)$ 의 최소값을 구하기 위하여 라그랑지안 함수를 표현하면 아래와 같다.

$$L(x, \lambda) \equiv f(x) + \lambda^T \cdot h(x)$$

정의한 라그랑지안 함수를 최적화 함수에 적용하기 위하여  $x$ 와  $\lambda$ 로 각각 미분하면 아래와 같이 정리 된다.

$$L_x = \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^T \cdot \lambda = 0$$

$$L_\lambda = \frac{\partial L}{\partial \lambda} = h(x) = 0$$

1.3 뉴턴 램슨법

앞에서 정의한 최적화 함수를 뉴턴 램슨법을 적용하기 위하여  $x$ 와  $\lambda$ 로 이루어진 벡터를  $z$ , 라그랑지안 함수가  $x$ 와  $\lambda$ 로 편미분된 벡터를  $V$ 라 하면 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$z = \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}, V = \nabla L = \begin{bmatrix} L_x \\ L_\lambda \end{bmatrix}$$

이를 뉴턴 램슨법에 적용하기 위해 Hessian Matrix 를 구성하면 아래와 같다.

$$[H] = \nabla^2 L = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial \lambda} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^T \cdot \lambda \right\} & \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^T \\ \frac{\partial h}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}$$

이를 통해  $\Delta z$ 를 Hessian Matrix  $H$ 와 라그랑지안 함수가  $x$ 와  $\lambda$ 로 편미분된 벡터인  $V$ 의 변화량인  $\Delta V$ 의 곱으로 표현할 수 있다.

$$\Delta z = z - \hat{z} = \alpha \cdot [H]^{-1} \cdot \Delta V = \alpha \cdot [H]^{-1} \cdot (V - V_0)$$

여기에서  $\alpha$ 는 stepsize를 결정하는 계수로써  $0 < \alpha \leq 1$ 인 값으로 보통의 경우에는 1이다.

2. 본 론

2.1 계통 해석 개요

본 연구에서 계통 해석의 기본적인 흐름은 차단기의

On/Off Digital정보와 각 라인의 전류량의 Analog값을 받아서 해당 값들이 현재 계통 흐름에 맞는 값인지를 판별하고 이를 확인하는 것이다.

### 2.1.1 가상 계통 구성

계통 분석을 위해 가장 단순한 변전 모델을 샘플로 하여, 하나의 수전단을 갖는 이중 모선방식의 상위 모선과 하나의 배전단을 갖는 이중 모선 방식의 하위 모선, 그리고 그 중간의 변압기 한 개를 갖는 가상 계통을 구성하였다.

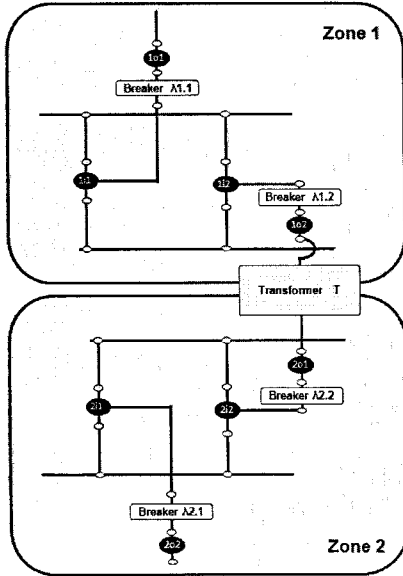


그림 1 - 가상 계통 구성도

### 2.1.2 가상 계통 분석

가상 계통을 분석을 위해 해당 계통을 변수로서 활용할 필요가 있는데 본 연구에서는 이를 모두 벡터와 행렬을 이용하였다.  $\lambda$ 는 차단기 상태를 나타내므로 각 값은 1이나 0이 되는 변수이며, 전류값은 Zone 1이나 2를 기준한 pu값을 사용하는 변수이다.  $\lambda$ 는 항상 0이나 1이 되어야 하며 전류값은 pu단위를 이용하여 한곳을 기준점을 갖는 값이 된다. 따라서 Zone 1에서의 전류값을 1이라 하면 Zone 2에서의 전류값은 변압비에 의해 결정되며 이보다 큰 계통의 경우에는 메인 소스의 전류 등을 기준으로 하여 계산하게 된다. 하지만 이는 계산의 단순화를 위한 것일 뿐 계산의 흐름에 큰 영향을 미치지 않으며 값의 크고 작음에 의한 계산흐름에 가중치에 대한 영향을 미칠 수 있다.

### 2.2 계통 해석

위 가상 계통에서 각각의 값을 벡터로 표현하면 아래와 같이 표현할 수 있다.

	외부 전류 벡터	내부 전류 벡터	차단기 상태 벡터
Zone 1	$I_{1o} = \begin{bmatrix} I_{1o1} \\ I_{1o2} \end{bmatrix}$	$I_{1i} = \begin{bmatrix} I_{1i1} \\ I_{1i2} \end{bmatrix}$	$\lambda_1 = \begin{bmatrix} \lambda_{1.1} \\ \lambda_{1.2} \end{bmatrix}$
Zone 2	$I_{2o} = \begin{bmatrix} I_{2o1} \\ I_{2o2} \end{bmatrix}$	$I_{2i} = \begin{bmatrix} I_{2i1} \\ I_{2i2} \end{bmatrix}$	$\lambda_2 = \begin{bmatrix} \lambda_{2.1} \\ \lambda_{2.2} \end{bmatrix}$

여기에서 Zone 1과 2연결을 위한 변압기 벡터는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$T = [0 \ N \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^\top \quad (N \text{은 권수비})$$

그리고 계산을 위한 통합벡터는 다음과 같이 표시된다.

$$X = [I_{1o1} \ I_{1o2} \ I_{1i1} \ I_{1i2} \ \lambda_{1.1} \ \lambda_{1.2} \ I_{2o1} \ I_{2o2} \ I_{2i1} \ I_{2i2} \ \lambda_{2.1} \ \lambda_{2.2}]^\top$$

### 2.2.1 행렬의 미분 정리

본 연구의 계산은 행렬로써 모두 이루어지는데 방정식의 벡터 미분과 다항식의 벡터 미분 등에 의해 행렬이 어떻게 생기는지 확인하여야 한다.

- 스칼라를 벡터로 미분하는 경우

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} & \frac{\partial f}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

- 벡터를 스칼라로 미분하는 경우

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x} \end{bmatrix}$$

- 벡터를 벡터로 미분하는 경우

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

### 2.2.2 등호 제약 조건 정의

먼저 현재 값을  $X$ 라하고 계산 값을  $\hat{X}$ 라 할 때  $X - \hat{X}$ 의 절대값은 0에 가까워야 할 것이며  $\lambda$ 는 항상 1 혹은 0에 가까워야 한다.

이를 식으로 전개하면 아래와 같다.

$$\min f(X) = \frac{1}{2}(X - \hat{X})^\top \cdot (X - \hat{X}) + \lambda_1^\top \cdot \lambda_1 + \lambda_2^\top \cdot \lambda_2$$

그리고 Zone으로 들어오는 전류의 합과 나가는 전류의 합은 0이며 버스로 유입되는 모든 전류의 합 역시 0이다. 또한 각 버스에서 나가는 전류값과 차단기 값과 zone에서 나가는 전류 값의 곱은 같다.

이를 식으로 전개하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 \text{s.t. } \quad & h(X) \quad \text{Zone1 방정식} \\
 & h_1(X) = I_{1o1} + I_{1o2} = 0 \\
 & h_2(X) = I_{11n} + I_{112} = 0 \\
 & h_3(X) = \begin{cases} I_{1i1} - \lambda_{1.1} I_{1o1} = 0 \\ I_{1i2} - \lambda_{1.2} I_{1o2} = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{TransVector 방정식} \\
 & h_4(X) = N \cdot I_{1o2} + I_{2o2} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Zone2 방정식} \\
 & h_5(X) = I_{2o1} + I_{2o2} = 0 \\
 & h_6(X) = I_{21n} + I_{212} = 0 \\
 & h_7(X) = \begin{cases} I_{2i1} - \lambda_{2.1} I_{2o1} = 0 \\ I_{2i2} - \lambda_{2.2} I_{2o2} = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

2.2.2 라그랑지안 함수 적용  
 앞에서 정의한  $f(x)$ 와  $h(x)$ 를 라그랑지안 함수로 표현하면 아래와 같다.

$$L(X, \mu) = f(X) + \mu^T h(X)$$

(앞에서 차단기 변수를  $\lambda$ 로 표시한 관계로 라그랑지안 함수에서 일반적으로 사용되는  $\lambda$ 는  $\mu$ 로 표기하였다.)

이를  $X$ 와  $\mu$ 로 편미분하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 L_X &= \frac{\partial f}{\partial X} + \left( \frac{\partial h}{\partial X} \right)^T \mu = 0 \\
 L_\mu &= h(X) = 0
 \end{aligned}$$

2.2.2 뉴턴 랩슨법 적용  
 뉴턴 랩슨법에 적용하기 위하여 Hessian Matrix를 만들어야 하므로 위 방정식을 각각 편미분하면 아래와 같이 유도된다.

$$\begin{aligned}
 L_{XX} &= \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} + \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \left( \frac{\partial h}{\partial X} \right)^T \cdot \mu \right\} \\
 L_{X\mu} &= \left( \frac{\partial h}{\partial X} \right)^T \\
 L_{\mu X} &= \frac{\partial h}{\partial X} \\
 L_{\mu\mu} &= 0
 \end{aligned}$$

이를 Hessian Matrix로 표현하면 아래와 같다.

$$H = \begin{bmatrix} L_{XX} & L_{X\mu} \\ L_{\mu X} & L_{\mu\mu} \end{bmatrix}$$

$Y$ 를  $L_X$ 와  $L_\mu$ 로 구성된 벡터라 하고  $\Delta Q$ 를  $\Delta X$ 와  $\Delta \mu$ 로 구성된 벡터라 하면, 아래와 같은 방정식이 성립된다.

$$\begin{aligned}
 Y &= \begin{bmatrix} L_X \\ L_\mu \end{bmatrix}, \quad \Delta Q = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta \mu \end{bmatrix} \\
 \Delta Y &= H \Delta Q
 \end{aligned}$$

여기에서  $\Delta Y$ 는  $Y$ 의 초기값과 현재  $Y$ 값의 차인데,  $Y$ 의 초기값은 항상 0이므로 이를 정리하면 아래와 같다.

$$\Delta Q = -H^{-1} Y$$

이렇게 정의된 방정식을 통해  $\Delta Q$ 의 값의 근사해를 구할 수 있으며 이를 바탕으로 현재 값의 정상치를 유추할 수 있다.

### 2.3 고장 판단

앞에서 구한  $Q$ 에 포함되는 새로운  $X$ 값과 현재 취득되고 있는  $X$ 값(초기값)과 차이가 없다면 이는 정상계통인 데이터가 들어오고 있다는 것을 의미하며, 값이 다를 경우 현재 취득되고 있는 데이터가 문제가 있음을 의미하게 된다. 값이 달라질 경우 상황에 따라 전류값이나 차단기 값에 가중치를 적절히 두어 문제가 어느 부분에서 일어났는지 확인하고 이 값을 해당 포인트의 예상치로 확인할 수 있다.

## 3. 결 론

본 연구에서는 작은 계통에서 취득한 상태 정보가 잘못 되었을 때의 문제를 예방하기 위한 것으로 데이터 취득 장치의 고장을 판단하여 데이터의 무결성 여부를 계통의 모든 값의 관계성을 분석하여 찾아낼 수 있음을 알아 보았다. 실제 프로그래밍을 하였을 때에는 이미 구성된 계통의 계산 방식을 저장하고 뉴턴 랩슨법에 의해 계산되므로 잘못된 정보가 일반적으로 한 두개임을 예상할 때 10회 정도의 반복 이내에 결과가 나올 것으로 예상된다. 추후에는 연구에는 이러한 계산방식을 이용하여 각각의 Matrix를 구성하고 이를 구현하여, 계통 해석 방법을 검증하고 더 큰 시스템에 어떻게 적용 될 수 있는지 알아 보도록 하겠다.

### [참 고 문 헌]

- [1] Dechter, Rina "Constraint Processing", Morgan Kaufmann, 2003
- [2] X. DU ; B. HUANG , "Reliability-based design optimization with equality constraints", International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 72, no11, pp. 1314-1331 , 2007