학습기능을 사용한 MIMO 퍼지추론방식

박진현* · 이태환* · 최영규**

*진주산업대학교 **부산대학교

MIMO Fuzzy Reasoning Method using Learning Ability

Jin-hyun Park* · Tae-Hwan Lee* · Young-Kiu Choi**

*Jinju National University · **Pusan National Universiy

E-mail : usbut@jinju.ac.kr

요 약

Z. cao는 Relation matrix를 사용한 정밀한 추론이 가능한 NFRM(New fuzzy reasoning method)을 제안하였다. 이는 추론의 규칙 수가 적음에도 불구하고 Mamdani의 퍼지추론방식에 비하여 좋은 성능을 보였다. 그러나 대부분의 퍼지스템의 경우, MIMO 시스템에 적용시 퍼지추론규칙을 도출해 내기 힘들고 많은 규칙의 수가 요구되는 단점을 갖는다. 그러므로 본 연구자에 의하여 과거에 Z. Cao's의 퍼지추론 방법을 MIMO 시스템으로 확장된 MIMO 퍼지추론방식을 제안하였다. 본 연구에서는 제안된 퍼지추론방식의 relation matrix를 시행착오법에 의해 소요되는 많은 시간과 노력을 줄이고, 더욱 정밀한 추론 성능의 개선을 위하여 경사감소학습법을 사용한 학습기능을 갖는 MIMO 퍼지추론 방식을 제안하고자 한다. 모의실험은 2축 로봇의 역기구학 문제를 푸는데 적용하여 제안된 추론방식이 좋은 성능을 보였다.

ABSTRACT

Z. Cao had proposed NFRM(new fuzzy reasoning method) which infers in detail using relation matrix. In spite of the small inference rules, it shows good performance than mamdani's fuzzy inference method. But the most of fuzzy systems are difficult to make fuzzy infernce rules in the case of MIMO system. The past days, We had proposed the MIMO fuzzy inference which had extended a Z. Cao's fuzzy inference to handle MIMO system. But many times and effort needed to determine the relation matrix elements of MIMO fuzzy inference by heuristic and trial and error method in order to improve inference performances.

In this paper, we propose a MIMO fuzzy inference method with the learning ability witch is used a gradient descent method in order to improve the performances. Through the computer simulation studies for the inverse kinematics problem of 2-axis robot, we show that proposed inference method using a gradient descent method has good performances.

키워드

MIMO fuzzy inference, Z. Cao's fuzzy inference, mamdani's fuzzy inference, 경사감소학습

Ⅰ. 서 론

퍼지이론은 미국의 L. A. Zadeh에 의하여 퍼지집합이 제안되었고, 인간의 인식, 사고, 판단 및 언어(자연 언어) 등에서 볼 수 있는 애매성을 정량적이며, 합리적으로 처리하는 수학적 이론이다[1~2]. 퍼지 시스템은 일반적으로 비선형 특징을 지니며, 이러한 이유로 80년대 이후 급격한 발전을 거쳐 현재에 여러 응용분야에 다양하게 적용되고 있으며, 시스템 특성이 복잡하고, 기존의 정량적인 방법으로 해석할 수 없거나, 얻어지는 정보가 정성적이고 부정확하고 불확실한 경우에 기존의 시스템보다 우수한 특성을 나타내고 있다. 그러나 이러한 우수한 특성과 많은 연구에도 불구하고, MIMO(multi input multi output) 시스템인 경우, 퍼지추론규칙을 도출해 내기 힘들고 많은 규칙의 수가 요구되는 단점을 갖고 있다.

Z. Cao 등이 제안한 새로운 퍼지추론방법(New Fuzzy Reasoning Method : NFRM)은 relation matrix를 사용하여 퍼지 규칙을 중복적으로 나타

내고, 추론이 간단하며, 일반적인 Mamdani의 추론 방법에 비하여 성능이 뛰어나다는 장점을 갖는다 [1-2]. 또한 퍼지시스템의 설계는 일반적으로 SISO 시스템에 대해서는 오차와 오차의 미분값을 사용하여 제어규칙을 도출하기 쉬우나, MIMO 시스템의 경우, 많은 수의 제어규칙를 도출해야 하고 도출된 제어규칙의 추론이 복잡하여 실시간 제어를 행하기 어렵다[1-2]. 그러므로 이러한 문제점들을 피하기 위하여 입출력간에 미치는 영향의 크기에 따라 적절히 비연성화(decoupling)시켜, 여러개의 SISO 시스템으로 고려하여 MIMO 시스템으로 적용하는 방식을 사용하고 있다. 그러나 이것 역시 입출력간의 상호 영향을 분석하는 것도 어려운 일이며, 이렇게 만들어진 제어 시스템이 적절한 성능을 내기 위해서는 부가적으로 적분제어기나 다른 보상제어기의 설계가 요구된다[1-2]. 과거 본 연구자에 의하여 추론이 간단하고 성능이 우수한 Z. Cao의 퍼지추론방법을 MIMO 시스템으로 확장된 MIMO 퍼지추론 방법이 제시되었다[4]. 그러나 이것 역시 인간의 지식에 의존하여 relation matrix를 설계하여야 하며, 정밀한 추론을 행하기 위해서는 시행착오법(trial and error method)을 사용하여 많은 시간과 노력이 요구되어짐으로 다른 최적화 방법 등이 필요하다[4].

따라서 본 연구에서는 추론이 간단하고, 성능이 뛰어난 MIMO 시스템으로 확장한 Z. Cao의 퍼지 시스템을 인간의 지식에만 의존하여 relation matrix를 구성하지 않고, 모멘텀 항을 갖는 경사감소 학습법(gradient descent method)를 사용한 학습 기능을 갖는 추론 방식을 제안하고자 한다. 이를 모의실험을 통하여 제안된 방법이 Mamdani의 추론법 MIMO 시스템으로 확장된 Z. Cao의 추론법과 비교하여 뛰어난 성능과 효율성을 가짐을 보이고자 한다.

II. 학습기능을 갖는 MIMO 퍼지추론

2.1 확장된 MIMO 퍼지추론

Z. Cao의 퍼지추론방법은 퍼지화, relation matrix, 추론 및 비퍼지화 부분으로 되어 있다. 일반적인 퍼지추론에서 존재하는 규칙 대신 relation matrix를 사용하여 퍼지추론을 행한다[10, 13]. 일반적인 MIMO 시스템을 가정하여, 퍼지추론규칙 k개를 구성하여 나타내면 다음과 같다[13].

$$\begin{array}{l}
If\, X_1\, is\ A_{11},\ \cdots,\ \text{and}\, X_n\, is\ A_{1n} \\
\quad then\ Y_1\, is\ B_{11},\ \cdots,\ \text{and}\, Y_m\, is\ B_{1m} \\
If\, X_1\, is\ A_{21},\ \cdots,\ \text{and}\, X_n\, is\ A_{2n} \\
\quad then\ Y_1\, is\ B_{21},\ \cdots,\ \text{and}\, Y_m\, is\ B_{2m} \\
\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
If\, X_1\, is\ A_{k1},\ \cdots,\ \text{and}\, X_n\, is\ A_{kn} \\
\quad then\ Y_1\, is\ B_{k1},\ \cdots,\ \text{and}\, Y_m\, is\ B_{km}
\end{array} \tag{1}$$

단, $A_{11},\cdots,A_{k1},A_{12},\cdots,A_{k2},\cdots,A_{n1},\cdots,A_{kn}$은 입력변수 $X_1,X_2,\cdots,X_n$의 소속함수를 나타내고, $B_{11},\cdots,B_{1m},B_{21},\cdots,B_{2m},\cdots,B_{k1},\cdots,B_{km}$은 출력변수 $Y_1, Y_2,\cdots, Y_m$의 모든 소속함수집합의 부분집합을 나타낸다.

Relation matrix는 입력 $X_1,X_2,\cdots,X_n$과 출력 $Y_1, Y_2,\cdots, Y_m$의 소속함수 사이의 관계를 나타내며, 만약 출력 변수 Y_j에 대하여 h_j개의 소속함수 $C_{j1}, C_{j2},\cdots, C_{jh_j}$를 가정하면, $B_{11},\cdots,B_{1m},B_{21},\cdots,B_{2m},\cdots,B_{k1},\cdots,B_{km}$의 소속 함수는 식(2)와 같다.

퍼지 relation matrix의 $b_{j,i}$는 i번째 추론규칙에서 출력 Y_d의 $j-\sum_{l=1}^{d-1}h_l$번째 소속 함수 사이의 관계 정도를 나타내며, d는 $\sum_{l=1}^{d-1}h_l \le j \le \sum_{l=1}^{d}h_l$를 만족하여야 한다.

임의의 X_i 변수에 대하여 k_i개의 소속 함수 $\{X(1,i),X(2,i),\cdots,X(k_i,i)\}$를 정의하고, $X_i=u_i(k)$에 대한 퍼지부분집합(fuzzy subset) $\tilde{a}_i$는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\tilde{a}_i = \ & a(i,1)/X(1,i)+\ a(i,2)/X(2,i)+\ \cdots \\ & +\ a(i,k_i)/X(k_i,i)\end{aligned} \tag{3}$$

단, $a(i,j)$는 실제값 $u_i(k)$가 소속함수 $X(j,i)$에 속하는 소속 정도 $j=1,2,3\cdots,k_i$이다.

그러므로 $X_1=a_1,\ X_2=a_2,\cdots, X_n=a_n$일 때, $k\ =\ k_1\times k_2\times\cdots\times k_n$개의 언어적 표현이 되며, $X(1,i),\ X(2,i),\cdots,\ X(k_i,i)$은 $\{(A_{i1},A_{i2},\cdots,A_{ik})\}$의 부분집합이다. 그리고 소속 정도인 $\{a(1,1),$ $a(2,1),\cdots,a(n,1)\}$는 단일값이 아니므로 실제 적용을 위해서는 [0, 1]의 값으로 바꾸어야 한다. 그러므로 식 (4)와 같이 곱셈 연산자(product operator)를 취하였다.

$$\begin{array}{cccc}
 & & & \begin{array}{cccccccccccc} & & & & & & Y_1 & & & & Y_m & \\ X_1 & X_2 & \cdots & X_n & C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1h_1} & \cdots & C_{m1} & C_{m2} & \cdots & C_{mh_m}\end{array}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
(A_{11},\ A_{12},\ \cdots,\ A_{1n}) \\
(A_{21},\ A_{22},\ \cdots,\ A_{2n}) \\
\vdots \\
(A_{k1},\ A_{k2},\ \cdots,\ A_{kn})
\end{array}
\begin{pmatrix}
b_{1,1} & b_{2,1} & \cdots & b_{h_1,1} & \cdots & b_{h_s-h_m+1,1} & b_{h_s-h_m+2,1} & \cdots & b_{h_s,1} \\
b_{1,2} & b_{2,2} & \cdots & b_{h_1,2} & \cdots & b_{h_s-h_m+1,2} & b_{h_s-h_m+2,2} & \cdots & b_{h_s,2} \\
\vdots & & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\
b_{1,k} & b_{2,k} & \cdots & b_{h_1,k} & \cdots & b_{h_s-h_m+1,k} & b_{h_s-h_m+2,k} & \cdots & b_{h_s,k}
\end{pmatrix}^T \tag{2}$$

$$f(s_1,s_2,\cdots,s_n) = product\{a(1,s_1)\ a(2,s_2),\cdots,a(n,s_n)\} \quad (4)$$

여기서 새로운 벡터 a를 식(4)를 사용하여 식(5)과 같이 정의하였다.

$$a = (f(1,1,\cdots,1),f(2,1,\cdots,1),\cdots, f(k_1,k_2,\cdots,k_n)) \quad (5)$$

단, k_1, k_2, $\cdots$, k_n은 $X_1,X_2,\cdots,X_n$의 소속 함수의 수를 나타낸다.

정의된 벡터a와 relation matrix 간에 식(6)과 같이 matrix곱을 행한 후, moment method에 의하여 퍼지 벡터값을 변수 $Y_1, Y_2,\cdots,Y_m$의 출력값 y_1, y_2, $\cdots$, y_m인 실수로 변환시킨다. 식(7)은 moment method에 의한 실제 퍼지 출력값을 나타낸다.

$$c_j(k) = \sum_{i=1}^{h} b_{j,i}(k)\,a_i(k) \quad (6)$$

단 $i=1,2,....,k,\ j=1,2,....,h$이다.

$$y_d(k) = \frac{\sum_{r=1}^{h_d}(f_{r,d}\times c_{M+r}(k))}{\sum_{r=1}^{h_d} c_{M+r}(k)} \quad (7)$$

단, $M=\sum_{l=1}^{d-1} h_l$, $f_{r,d}$는 d번째 출력 Y_d의 r번째 소속 함수 중심값의 대를 나타내며, $r=1,2,\cdots,h_r$, $d=1,2,....,m$이다.

2.2 학습기능을 갖는 MIMO 퍼지추론

본 절에서는 추론이 간단하고, 성능이 뛰어난 MIMO 시스템으로 확장된 Z. Cao의 퍼지추론방식의 relation matrix를 경사 감소 학습법을 사용한 학습 기능을 갖는 추론 방식을 제안하고자 한다. 식 (3)의 relation matrix의 요소인 $b_{1,1},\cdots,b_{h_s,1},b_{1,2}\cdots b_{h_s,2},\cdots,b_{1,k},\cdots b_{h_s,k}$는 MIMO 퍼지추론론시스템의 중요한 요소로 본 연구에서 학습하고자 하는 파라메터들이다.

학습을 위한 입출력 데이터를 선정하고, 출력 데이터와 퍼지추론 출력값을 비교하여 오차 함수를 구성하였다. 이러한 오차가 최소화되도록 relation matrix를 수정하도록 하였다.

즉, 오차 함수 $E(k)$를 식 (8)과 같이 구성하였다.

$$E(k) = \frac{1}{2}\sum_{d=1}^{m}(r_d(k)-y_d(k))^2 = \frac{1}{2}\sum_{d=1}^{m} e_d(k)^2 \quad (8)$$

단, $d=1,2,....,m$, $r_d(k)$, $y_d(k)$, $e_d(k)$는 샘플링 시간 k에서의 d번째 기준출력과, 퍼지추론 출력, 오차를 나타낸다.

또한, relation matrix의 파라메터 $b_{j,i}$의 업데이트를 위한 $\Delta b_{j,i}(k)$는 경사 감소법에 의하여 아래와 같이 정의하고, 이를 연쇄법(chain-rule)을 사용하면 식 (9)와 같다.

$$\Delta b_{j,i}(k) = -\eta\frac{\partial E(k)}{\partial b_{j,i}(k)} = -\eta\frac{\partial E(k)}{\partial y_d(k)}\frac{\partial y_d(k)}{\partial c_j(k)}\frac{\partial c_j(k)}{\partial b_{j,i}(k)} \quad (9)$$

단, η는 학습율을 나타낸다.

따라서 relation matrix 파라메터 $b_{j,i}$의 자동 동조를 위한 업데이트 식은 모멘텀 항을 갖는 경사감소법에 의하여 식 (10)과 같이 구하여 진다.

$$b_{j,i}(k+1) = b_{j,i}(k) + \Delta b_{j,i}(k) + \alpha\Delta b_{j,i}(k-1) \quad (10)$$

단, α는 모멘텀 상수를 나타내며, 일반적으로 [0 1]사이의 값으로 선정한다.

III. MIMO 시스템에 대한 제안된 퍼지추론법과의 성능 비교

제안한 퍼지추론방법과 Mamdani의 퍼지추론방법의 비교를 위하여 2축 직각좌표형 로봇 팔(2 axis cartesian coordinates robot arm)의 역기구학(inverse kinematics)을 구하는 문제를 퍼지추론을 통하여 비교하였다. 추론의 공정한 비교를 위하여 두가지 퍼지추론방식의 소속 함수를 2개의 입력 θ_1, θ_2,에 대하여 그림 1과 같이 S(small). M(medium), L(large)로 3개씩 구성하고, 2개의 출력 X, Y에 대하여 N(negative). Z(zero), P(positive)로 각각 3개씩 구성하였다.

2축 직각좌표형 로봇 팔을 나타내며, 이때의 역기구학 방정식은 식 (11)과 같이 나타내어진다.

$$X = l_1\cos(\theta_1) + l_2\cos(\theta_1+\theta_2) \quad (11)$$
$$Y = l_1\sin(\theta_1) + l_2\sin(\theta_1+\theta_2)$$

단, l_1,l_2는 링크1, 2의 길이를 나타내고, 본 연구에서는 각각 $1m$로 선정하였다. θ_1, θ_2 는 링크1, 2의 각도, 그리고 X, Y는 직각좌표의 좌표점을 나타낸다.

Mamdani의 추론은 max-min 추론법을 사용하였고, 비퍼지화(defuzzification)는 COG(center of gravity) 방법을 사용하였다. 퍼지규칙은 식 (11)의 역기구학 방정식으로부터 식 (12)과 같이 구성하였다.

MIMO 시스템으로 확장한 Z. Cao의 퍼지추론방식은 6×9의 matrix로 구성되며, 제안된 퍼지추론방식은 relation matrix를 학습하기 위하여 학습률(η)와 모멘텀 계수(α)는 각각 0.08, 0.8로 두고 사용하였으며, 100회 학습 후의 relation matrix는 식 (13)와 같이 구하였다. 그림 1은 RMSE(root mean square error)와 X, Y의 절대치 오차 합을 도시하였다.

$$
\begin{aligned}
&If\ \theta_1 is\, S\ \text{and} \theta_2 is\ \ S\ then\ \ \text{X}is\, P\ \text{andY}is\, Z \\
&If\ \theta_1 is\, S\ \text{and} \theta_2 is\, M\ then\ \ \text{X}is\, P\ \text{andY}is\, P \\
&If\ \theta_1 is\, S\ \text{and} \theta_2 is\ \ L\ then\ \ \text{X}is\, Z\ \text{andY}is\, Z \\
&If\ \theta_1 is\, M \text{and} \theta_2 is\ \ S\ then\ \ \text{X}is\, Z\ \text{andY}is\, P \\
&If\ \theta_1 is\, M \text{and} \theta_2 is\, M\ then\ \ \text{X}is\, Z\ \text{andY}is\, Z \\
&If\ \theta_1 is\, M \text{and} \theta_2 is\ \ L\ then\ \ \text{X}is\, Z\ \text{andY}is\, Z \\
&If\ \theta_1 is\, L\ \text{and} \theta_2 is\ \ S\ then\ \ \text{X}is\, N\ \text{andY}is\, Z \\
&If\ \theta_1 is\, L\ \text{and} \theta_2 is\, M\ then\ \ \text{X}is\, N\ \text{andY}is\, Z \\
&If\ \theta_1 is\, L\ \text{and} \theta_2 is\ \ L\ then\ \ \text{X}is\, Z\ \text{andY}is\, Z
\end{aligned}
\qquad (12)
$$

$$
\begin{array}{c}
\\ \theta_1\,\theta_2 \\ SS \\ SM \\ SL \\ MS \\ MM \\ ML \\ LS \\ LM \\ LL
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} & \text{X} & & & \text{Y} & \\ N & Z & P & N & Z & P \end{array} \\
\begin{pmatrix}
0.113 & 0.870 & 2.866 & 0.429 & 0.571 & 0.150 \\
0.647 & -0.013 & 0.931 & 0.222 & 0.090 & 0.976 \\
0.611 & 0.096 & 0.608 & 0.503 & 0.019 & 0.490 \\
0.580 & 0.461 & 0.507 & -0.200 & 1.542 & 3.430 \\
0.258 & 0.430 & -0.306 & 0.307 & 0.381 & 0.699 \\
0.544 & 0.658 & 0.518 & 0.076 & 0.484 & 0.055 \\
1.900 & 0.743 & 0.038 & 0.888 & 0.039 & 0.738 \\
-0.134 & 0.471 & -0.131 & 1.022 & 0.507 & 0.320 \\
-0.210 & 0.562 & -0.212 & 0.228 & 0.405 & 0.244
\end{pmatrix}^T
\end{array}
\qquad (13)
$$

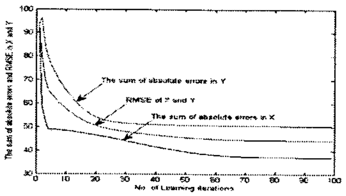


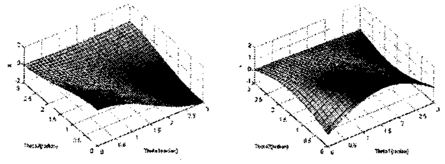
그림 1 X, Y의 절대치 오차 합과 RMSE

Fig. 1 The sum of absolute errors and RMSE in X and Y

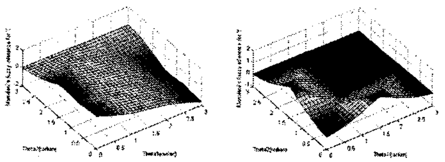
그림 2-(a), (b)는 식(11)의 θ_1, θ_2에 의해 만들어진 역기구학 X, Y의 좌표를 나타낸다. 이때의 θ_1, θ_2의 범위는 0에서 3까지 두었다.

그림 2-(c), (d)는 식 (18)의 추론규칙에 의한 Mamdani의 추론결과를 나타내었다. 그림 2-(a), (b)와 비교하여 오차가 많음을 알 수 있다. 일반적으로 정확한 퍼지추론을 위해서는 소속함수의 개수를 많이 사용하고, 규칙의 수를 많이 하여 정밀하게 추론을 행하여야 하지만, 비교에 사용된 Mamdani의 입출력 퍼지멤버쉽은 각각 3개로 정밀한 추론을 하기 어렵다. 특히, 추론의 미세한 부분을 조정하기 위해서는 출력의 소속함수의 개수가 많아야하며, 퍼지멤버쉽의 파라메터들을 적절히 변화시켜야만 가능하다.

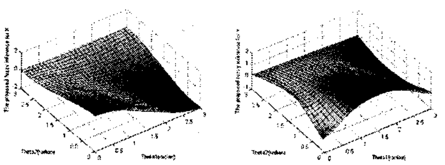
그림 2-(e), (f)는 제안된 경사감소학습법을 사용하여 relation matrix를 학습한 후, MIMO 퍼지추론 결과를 도시하였다. 그림 2-(c), (d)의 mamdani 추론 방식에 비하여 더 정밀한 추론 특징을 보였다. 이는 학습에 의하여 relation matrix가 잘 수정됨을 알 수 있다.



a) Inverse kinematics of X　b) Inverse kinematics of Y



c) Mamdani's fuzzy inference for X　d) Mamdani's fuzzy inference for Y



e) The proposed fuzzy inference for X　f) The proposed fuzzy inference for Y

그림 2 퍼지추론의 모의실험 결과

Fig. 2 Simulation results of fuzzy inferences

IV. 결 론

본 연구에서는 추론이 간단하고, 성능이 뛰어난 MIMO 시스템으로 확장된 Z. Cao의 퍼지시스템을 인간의 지식과 시행착오법에 의존하여 relation matrix를 구성하지 않고, 경사 감소 학습법을 사용한 학습 기능을 갖는 추론 방식을 제안하였으며, 이를 2축 직각좌표형 로봇 팔의 역기구학을 구하는 문제를 통하여 제안된 방법이 Mamdani의 추론법과 비교하여 뛰어난 성능과 효율성을 가짐을 보였다.

참 고 문 헌

[1] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets," *Information and Control*, Vol. 8, pp. 338~358, 1965.

[2] L. A. Zadeh, "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes," *IEEE Trans. System, Man and Cybernetics*, SMC-3, pp. 28~44, 1973.

[3] Jin-Hyun Park, "A study on Autotuning of Controller and Trajectory Control of Robot Manipulator Using Evolutionary Algorithms," a doctoral dissertation, Pusan National Univ., 1997.