

---

# 명제화된 어트리뷰트 택소노미를 이용하는 나이브 베이스 학습 알고리즘

강대기

동서대학교

Naive Bayes Learner for Propositionalized Attribute Taxonomy

Dae-Ki Kang

Dongseo University

E-mail : dkkang@dongseo.ac.kr

## 요 약

본 논문에서는 명제화된 어트리뷰트 택소노미를 이용하여 간결하고 강건한 분류기를 생성하는 문제를 고려한다. 이 문제를 해결하기 위해 명제화된 어트리뷰트 택소노미(Propositionalized Attribute Taxonomy)를 이용하는 나이브 베이스 학습 알고리즘(Naive Bayes Learner)인 PAT-NBL을 소개한다. PAT-NBL은 명제화된 어트리뷰트들의 택소노미를 선형 지식으로 이용하여 간결하고 정확한 분류기를 귀납적으로 학습하는 알고리즘이다. PAT-NBL은 주어진 택소노미에서 지역적으로 최적의 컷(cut)을 찾아내기 위해 하향식 탐색과 상향식 탐색을 사용한다. 찾아낸 최적의 컷은 명제화된 어트리뷰트 택소노미와 데이터로부터 그에 상응하는 인스턴스 공간(instance space)을 구성할 수 있게 해준다. University of California-Irvine (UCI) 저장소의 기계학습 벤치마크 데이터에 대한 실험 결과를 보면, 제안된 알고리즘이 표준적인 나이브 베이스 학습 알고리즘에 의해 만들어진 분류기들과 비교해 볼 때, 가끔은 보다 간결하고 더 정확한 분류기를 생성해 낸다는 사실을 알 수 있었다.

## ABSTRACT

We consider the problem of exploiting a taxonomy of propositionalized attributes in order to learn compact and robust classifiers. We introduce Propositionalized Attribute Taxonomy guided Naive Bayes Learner (PAT-NBL), an inductive learning algorithm that exploits a taxonomy of propositionalized attributes as prior knowledge to generate compact and accurate classifiers. PAT-NBL uses top-down and bottom-up search to find a locally optimal cut that corresponds to the instance space from propositionalized attribute taxonomy and data. Our experimental results on University of California-Irvine (UCI) repository data sets show that the proposed algorithm can generate a classifier that is sometimes comparably compact and accurate to those produced by standard Naive Bayes learners.

## 키워드

명제화, 택소노미, 나이브 베이스 분류기

## 1. 서 론

기계 학습에서 중요한 목적 중 하나는 이해하기 쉬우면서도 정확하고 간결하며 강건한 분류기를 생성해내는 것이다[1]. 일반적인 기계 학습 과

정을 보면, 각각의 인스턴스(instance)는 단순히 어트리뷰트 값들의 튜플(tuple)로 구성된다. 기계 학습에서 간결한 분류기를 내기 위한 그동안의 연구[2-4]들을 보면, 어트리뷰트 값들 중 서로 비슷한 값들을 하나로 모아서 유사도를 나타낼 수

있고, 해당 분야의 전문가의 지식을 코딩할 수 있는 데, 이러한 결과물이 텍소노미를 구성한다. 그러나, 현실 세계에서는 서로 다른 어트리뷰트들로부터 유래된 어트리뷰트 값들 간에도 유사성이 존재하며, 이를 추상화한 값이 주어진 문제에 더 적합한 경우들이 많이 존재한다.

본 논문에서는, 이러한 문제를 해결하기 위한 방법 중 하나로써, 하나의 어트리뷰트 값을 하나의 어트리뷰트로 명제화(propositionalization)하고 이 명제화된 어트리뷰트들을 기반으로 명제화된 어트리뷰트 텍소노미(Propositionalized Attribute Taxonomy; PAT)를 만들어 기계 학습 분야에 대해 적용해보고자 한다. 본 논문에서는, 명제화된 어트리뷰트 텍소노미인 PAT를 이용하기 위해, 기존의 나이브 베이스 학습 알고리즘(Naive Bayes Learner)을 확장한 Propositionalized Attribute Taxonomy guided Naive Bayes Learner(PAT-NBL)를 소개한다. PAT-NBL은 나이브 베이스 학습 알고리즘을 텍소노미를 이용할 수 있도록 확장한 것으로, 추상화(abstraction)를 통한 상향식 탐색과 정련화(refinement)를 통한 하향식 탐색을 사용하여 주어진 텍소노미에서 최적의 컷(cut)을 찾는다. 주어진 데이터 집합들에 대해 항상 텍소노미가 존재하지는 않으므로, 이 문제를 해결하기 위해 주어진 데이터에서 기계 학습에 유리한 텍소노미를 자동으로 생성하기 위해, 각각의 어트리뷰트들을 클래스 조건 분포(class conditional distribution)에 따라 계층 응집 클러스터링(hierarchical agglomerative clustering; HAC)해주는 알고리즘[5]을 사용하였다. PAT-NBL 알고리즘을 평가해 보기 위해, 우리는 University of California-Irvine (UCI) 저장소[6]의 벤치마크 데이터들에 대해 비교 실험을 수행하였다. 실험 결과, PAT-NBL 알고리즘을 통해 생성된 분류기들은 표준적인 나이브 베이스 분류기에 의해 만들어진 분류기들과 비교해 볼 때, 가끔은 보다 간결하고 더 정확하다는 사실을 알 수 있었다.

## II. 명제화된 어트리뷰트 텍소노미 (Propositionalized Attribute Taxonomy)

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_i\}$ 과 같이  $A$ 를 유한한 어트리뷰트들의 집합으로 정의하고,  $V_i = \{v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^{m_i}\}$ 를  $a_i$ 에 속해 있는 서로 다른 어트리뷰트 값들의 유한한 집합으로 정의하자. 여기서,  $v_i^j$ 는 어트리뷰트  $a_i$ 의  $j$  번째 어트리뷰트 값이며  $l$  은 어트리뷰트의 개수이고  $m_i$  은  $a_i$ 에 속한 어트리뷰트 값들의 개수이다.  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 는 서로 겹치지 않는 클래스 레이블들의 집합이라고 하자. 인스턴스  $I$ 는 어트리뷰트 값들의 고정된 개수로 구성된 튜플로  $I \in V_1 \times V_2 \times \dots \times V_l$ 로 나타낼 수 있다. 데이터 집합  $D$ 는 인스턴스들과 각각의 인스턴스에 상응하는 클래스 레이블의 집합으로

$D \subseteq V_1 \times V_2 \times \dots \times V_l \times C$  이다.

**Definition 1 (명제화).** 명제화(propositionalization)는 함수  $f: V_i \rightarrow \tilde{A}$ 로 어트리뷰트  $a_i \in A$ 에 대응하는 각각의 어트리뷰트 값  $v_i^j \in V_i$ 에 대해 새로운 부울리안 어트리뷰트  $\tilde{a}_i \in \tilde{A}$ 를 출력한다. 명제화된 어트리뷰트  $\tilde{a}_i$ 의 어트리뷰트 값  $\tilde{v}_i^j$ 은 부울리안 값으로  $\{True, False\}$ 에 포함되며, 명제화된 데이터 집합  $\tilde{D}$ 는  $\tilde{D} \subseteq \tilde{V}_1 \times \tilde{V}_2 \times \dots \times \tilde{V}_l \times C$ 로 정의된다. 명제화된 인스턴스  $\tilde{I}$ 의 어트리뷰트  $\tilde{a}_i$ 는, 원래의 인스턴스  $I$ 가 상응하는 어트리뷰트 값  $v_i^j$ 를 가질 때, True 값을 가진다.  $\tilde{T}$ 를  $A$ 에서 명제화된 부울리안 어트리뷰트  $\in \tilde{A}$  위에 정의된 명제화된 어트리뷰트 텍소노미(PAT)로 정의하자. 그러면,  $Root(\tilde{T})$ 를  $\tilde{T}$ 의 루트 노드로 표시할 수 있고,  $\tilde{T}$ 의 리프(leaf) 노드들을  $Leaves(\tilde{T}) \subseteq \tilde{A}$ 로 표시할 수 있다. 그리고, 텍소노미의 내부 노드들은  $\tilde{A}$ 의 추상적인 값들에 대응된다.

Hausler[7]의 정의에 따르면, 텍소노미  $\tilde{T}$ 를 통하는 컷(cut)  $\gamma$ 는 다음과 같이 정의된다.

**Definition 2 (컷).** 컷(cut)  $\gamma$ 는 텍소노미  $\tilde{T}$  안에 포함된 노드들의 부분집합으로 다음의 두가지 특성들을 만족한다.

- 임의의 리프 노드  $x \in Leaves(\tilde{T})$ 에 대해,  $x$ 는  $\gamma$ 에 포함되거나  $x$ 는  $\gamma$ 에 포함된 노드의 자손(descendant)이다.
- $\gamma$ 에 포함된 임의의 두 노드들  $x, y$ 에 대해,  $x$ 는  $y$ 의 선조(ancestor)나 자손(descendant)이 아니다.

$\tilde{T}$ 의 컷  $\gamma$ 는 명제화된 어트리뷰트들  $\tilde{A}$ 의 분할을 이끌어낸다.

**Definition 3 (추상화와 정련화).** 컷  $\gamma$ 의 적어도 하나의 노드  $v$ 를 그 자손으로 교체해서 컷  $\hat{\gamma}$ 를 얻었을 경우, 컷  $\hat{\gamma}$ 는 컷  $\gamma$ 를 정련화(refinement)한 것이다. 반대로,  $\gamma$ 는  $\hat{\gamma}$ 의 추상화이다.

**Definition 4 (명제화된 인스턴스 공간).** 텍소노미  $\tilde{T}$ 에 대해 하나의 컷  $\gamma$ 를 선택한 경우, 이에 상응하는 명제화된 인스턴스 공간  $\tilde{I}_\gamma$ 이 유도된다. 만일 컷  $\gamma$ 에 포함된 하나의 노드가  $Leaves(\tilde{T})$ 에 포함되지 않는다면, 유도된 인스턴스 공간  $\tilde{I}_\gamma$ 는, 원래의 인스턴스 공간  $I$ 이 명제화되어 생성된 인스턴스 공간  $\tilde{T}$ 의 추상화이다. 데이터 집합  $D$ , 텍소노미  $\tilde{T}$  그리고 그에 대응되는 컷들을 통해, 우리는 인스턴스 공간에 대한 우리의 정의를 확장하여 명제화된 인스턴스 공간의 서로 다른 레벨의 추상화를 통해 유도된 인스턴스 공간들을 포함시킬 수 있다. 비슷하게, 인스턴스 공간  $\tilde{I}_\gamma$ 에서 생성된 가설  $\hat{\gamma}$ 는 인스턴스 공간  $\tilde{I}_\gamma$ 에 대응

되는 가설  $\gamma$ 의 정련화이다. PAT-NBL 알고리즘은 이렇게 유도된 인스턴스 공간에서 수행된다.

### III. PAT-NBL 알고리즘

명제화된 어트리뷰트 텍소노미(PAT)와 명제화된 데이터에서 분류기를 학습하는 문제는 데이터로부터 학습을 하는 문제의 확장이다. 원래의 데이터 집합  $D$ 는 클래스 레이블이 붙은 인스턴스  $\langle I, C \rangle$ 의 집합이다. 분류기(classifier)는  $h: I \rightarrow C$ 라는 함수 형태의 가설이고, 가설 공간  $H$ 는 가설 언어 또는 함수들의 매개변수들로 표현되는 가설들의 집합이다. 이러한 정의들에 따라, 데이터 집합  $D$ 로부터 분류기를 학습하는 작업은 주어진 기준을 만족하는 가설  $h \in H$ 를 유도하는 작업이다.

비슷하게, 명제화된 어트리뷰트 텍소노미(PAT)와 명제화된 데이터에서 분류기를 학습하는 문제는 다음과 같이 서술될 수 있다. 주어진 명제화된 어트리뷰트 텍소노미  $\tilde{T}$ 와 명제화된 데이터 집합  $\tilde{D}$ 에 대해, 우리의 목표는 분류기  $h_{\tilde{\gamma}}: \tilde{I}_{\tilde{\gamma}} \rightarrow C$ 를 유도하는 것으로, 여기서  $\tilde{\gamma}$ 는 주어진 기준을 최대화하는 것이다.

명제화된 어트리뷰트 텍소노미(PAT)에 의해 안내되는 나이브 베이스 학습 알고리즘 (PAT-NBL)은 가설 공간 내에서 상향식 또는 하향식으로 단계로 구성되어 있는 PAT에 대해 언덕 오르기 탐색을 수행하는 알고리즘이다. 이를 위해 PAT-NBL은 주어진 PAT에 근거하여 카운트를 계산하는 모듈과 이러한 카운트를 근거로 나이브 베이스 학습기를 구성하는 모듈로 구성되어 있다.

PAT-NBL 알고리즘에서 주어진 PAT 상에서 지역적으로 최적인 것을 탐색하기 위해서는, 특정 컷에서 생성되는 모델을 평가할 수 있는 기준이 있어야 한다. 알고리즘은 주어진 평가 기준을 가지고 탐색을 수행하며 후보 컷들 중 기존의 컷보다 주목할만한 향상을 보이는 것이 하나도 없을 때까지 탐색을 반복한다.

본 논문에서는 모델 평가에 많이 쓰이는 다음의 세 가지 기준을 가지고 실험을 수행하였다.

- 조건부 로그 우도 (Conditional Log-Likelihood; CLL)[8]
- 조건부 최소 코드 길이 (Conditional Minimum Description Length; CMDL)
- 조건부 아카이케 정보 기준 (Conditional Akaike Information Criteria; CAIC)

$v_j$ 가 주어진 데이터  $D$ 에 속한 인스턴스  $d_j \in D$ 의 어트리뷰트 값들의 집합이고,  $c_j \in C$ 가 클래스 레이블의 집합  $C$ 의 원소로  $d_j$ 에 대한 클래스 레이블이라고 할 때, 주어진 가설  $B$ 의 조건부 로그 우도(CLL)는 다음과 같다.

$$CLL(B|D) = |D| \sum_{c \in C} \log \{ P_B(c|v) \} \\ = |D| \sum_{c \in C} \log \left\{ \frac{P_B(c) P_B(v|c)}{\sum_{c_i \in C} P_B(c_i) P_B(v|c_i)} \right\}$$

나이브 베이스 분류기의 경우, 위의 값은 다음과 같이 추산할 수 있다.

$$CLL(B|D) = |D| \sum_{c \in C} \log \left\{ \frac{P_B(c) \prod_{v_i \in v} P_B(v_i|c)}{\sum_{c_i \in C} P_B(c_i) \prod_{v_j \in v} P_B(v_j|c_i)} \right\}$$

또한 조건부 최소 코드 길이(CMDL) 값은 다음과 같이 구해진다.

$$CMDL(B|D) = -CLL(B|D) + \left\{ \frac{\log(|D|)}{2} \right\} size(B)$$

여기서  $size(B)$ 는 가설  $B$ 의 크기이다.

조건부 아카이케 정보 기준(CAIC)[9] 값은 단 순히 다음과 같다.

$$CAIC(B|D) = -CLL(B|D) + size(B)$$

언덕 오르기 탐색으로 주어진 텍소노미에서 지역적으로 최적인 것을 찾기 위해서는 두 가지 방법을 생각할 수 있다. 하나는 상향식 탐색이고, 다른 하나는 하향식 탐색이다. PAT-NBL은 컷을 추상화하는 상향식 탐색과 컷을 정련화하는 하향식 탐색을 둘 다 사용한다. 예를 들어, 추상화를 사용하는 PAT-NBL 알고리즘에서, 특정 컷  $\gamma$ 는 처음에는 명제화된 어트리뷰트 텍소노미(PAT)의 leaf 노드들인  $Leaves(\tilde{T})$ 로 초기화된다. 알고리즘이 진행함에 따라, 컷 안의 노드들은 자신들의 부모 노드로 추상화된다. 알고리즘은 이러한 추상화를 통해 컷이 더 이상 주목할만큼 향상되지 않을 때까지 추상화를 반복한다.

### IV. 실험 결과 및 고찰

우리는 University of California-Irvine (UCI) 저장소[6]의 벤치마크 데이터 집합들에 대해 비교 실험을 수행하였다. 네 개의 서로 다른 설정에 대해 비교 실험을 하였는데, 첫번째는 표준적인 나이브 베이스 학습기를 사용한 것(NBL)이며, 두번째는 추상화와 조건부 로그 우도(CLL)를 사용하는 PAT-NBL, 세번째는 추상화화 조건부 최소 코드 길이(CMDL)를 사용하는 PAT-NBL, 그리고 네번째는 추상화와 조건부 아카이케 정보 기준(CAIC)을 사용하는 PAT-NBL이다. 각각의 알고리즘의 평가를 위해 10 폴드 교차 검증 방법 (10-fold cross-validation)을 사용하였다. 각각의 경우마다 대해 텍소노미는 학습 데이터로부터 계층 응집 클러스터링 (hierarchical agglomerative clustering; HAC)해주는 알고리즘[5]으로 생성되어 사용되었다.

표 1은 각각의 실험 설정에 대한 분류기의 정확도와 분류기의 크기를 도시한 것이다. 실험 결

표 1. UCI 벤치마크 데이터들에 대한 실험 결과

Data	NBL (original)		PAT-NBL(추상화/CLL)		PAT-NBL(추상화/CMDL)		PAT-NBL(추상화/CAIC)	
	정확도	크기	정확도	크기	정확도	크기	정확도	크기
Anneal	96.66±1.18	768	89.87±1.97	54	89.87±1.97	54	89.87±1.97	54
Autos	71.71±6.17	798	66.83±6.45	791	53.17±6.83	231	55.12±6.81	252
Balance-scale	70.72±3.57	27	75.20±3.39	24	75.20±3.39	24	75.20±3.39	24
Breast-cancer	71.68±5.22	104	73.08±5.14	102	72.73±5.16	66	72.73±5.16	66
Breast-w	97.00±1.27	60	97.28±1.21	58	97.28±1.21	58	97.28±1.21	58
Dermatology	97.81±1.50	906	98.09±1.40	900	98.36±1.30	564	98.09±1.40	582
Heart-statlog	83.33±4.45	46	84.07±4.36	44	84.07±4.36	44	84.07±4.36	44
Hepatitis	85.16±5.60	74	84.52±5.70	72	85.16±5.60	54	83.87±5.79	60
Hypothyroid	98.62±0.37	272	97.91±0.46	268	97.91±0.46	268	97.91±0.46	268
Ionosphere	90.60±3.05	292	89.46±3.21	290	92.31±2.79	110	92.02±2.83	112
Kr-vs-kp	87.89±1.13	150	85.01±1.24	148	77.72±1.44	96	81.88±1.34	100
Labor	91.23±7.34	72	92.98±6.63	70	89.47±7.97	48	89.47±7.97	48
Mushroom	95.83±0.43	252	94.25±0.51	250	96.66±0.39	156	94.76±0.48	182
Segment	91.52±1.14	1204	91.04±1.16	1197	88.83±1.28	651	88.83±1.28	658
Sonar	85.58±4.77	164	86.06±4.71	162	83.65±5.03	70	84.13±4.97	72
Splice	95.52±0.72	864	95.64±0.71	861	91.88±0.95	213	51.58±1.73	21
Vehicle	62.65±3.26	296	62.29±3.27	292	59.34±3.31	188	61.35±3.28	200
Vote	90.11±2.80	66	88.51±3.00	64	88.74±2.97	52	88.51±3.00	64
Waveform	80.74±1.09	393	81.24±1.08	390	80.14±1.11	159	80.54±1.10	168
Zoo	93.07±4.95	259	96.04±3.80	252	96.04±3.80	245	96.04±3.80	252

과에 따르면, 정확도만을 고려해 보면, 서로 다른 네 개의 설정 중 어느 것도 전반적으로 우월한 결과를 내진 않았다는 것이다. 그러나, 제안된 알고리즘들이 표준적인 나이브 베이스 알고리즘과 비슷한 정확도를 보였으며 가끔은 보다 간결하고 더 정확한 분류기를 생성해 낸다는 사실을 알 수 있었다. 그리고, 분류기의 크기를 고려해 보면, 제안된 알고리즘들이 표준적인 나이브 베이스 알고리즘보다 언제나 더 좋은 결과를 보임을 알 수 있다.

참고문헌

[1] M. J. Pazzani, S. Mani, and W. R. Shackle. Beyond concise and colorful: Learning intelligible rules. In Knowledge Discovery and Data Mining, pages 235 - 238, 1997.  
 [2] J. Han and Y. Fu. Exploration of the power of attribute-oriented induction in data mining. In Advances in Knowledge Discovery and Data Mining. 1996.  
 [3] M. G. Taylor, K. Stoffel, and J. A. Hendler. Ontology based induction of high level classification rules. In Data Mining and Knowledge Discovery, 1997.

[4] J. Zhang and V. Honavar. Learning decision tree classifiers from attribute value taxonomies and partially specified data. In Proc. of the Twentieth International Conference on Machine Learning, 2003.  
 [5] D.-K. Kang, J. Zhang, A. Silvescu, and V. Honavar. Multinomial event model based abstraction for sequence and text classification. In Proc. of 6th International Symposium on Abstraction, Reformulation and Approximation, pages 134 - 148, 2005.  
 [6] C.L. Blake and C.J. Merz. UCI repository of machine learning databases, 1998.  
 [7] D. Haussler. Quantifying inductive bias: AI learning algorithms and Valiant's learning framework. Artificial intelligence, 36:177 - 221, 1988.  
 [8] N. Friedman, D. Geiger, and M. Goldszmidt. Bayesian network classifiers. Mach. Learn., 29(23):131 - 163, 1997.  
 [9] H. Akaike. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In Proceedings of Second International Symposium on Information Theory, pages 267 - 281, 1973.