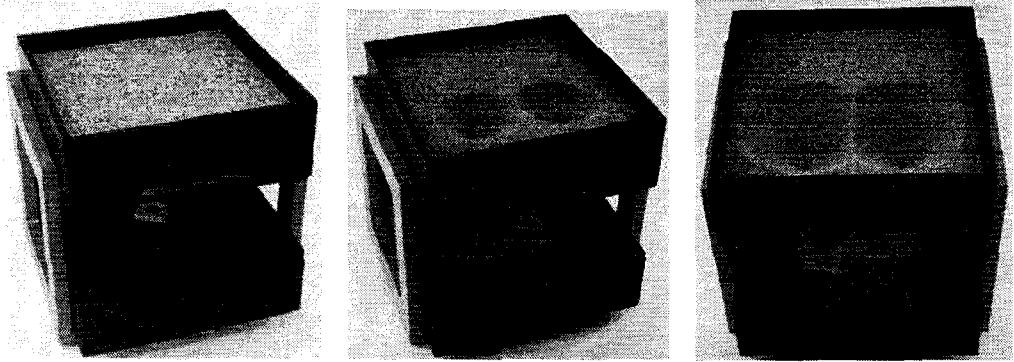


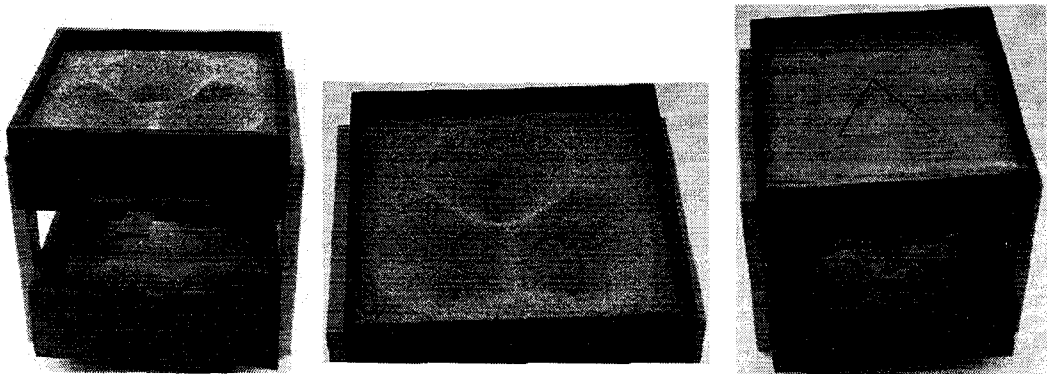
## 체험수학- 교구를 이용한 삼각형의 내심과 외심 지도

장 훈 (경기고등학교)  
c\_hoon@mathlove.com

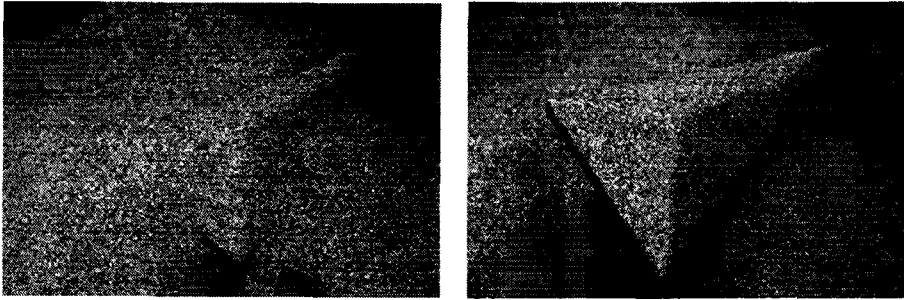
대부분의 교과서는 각의 이등분선과 선분의 수직이등분선의 성질로부터 삼각형의 내심과 외심을 설명하고 있다. 종이접기나 내외심 모래실험기(수학사랑)는 위와 같은 설명과정을 돕는 교구이다.



<선분의 수직이등분선>



<삼각형의 외심>



&lt;삼각형의 내심&gt;

한편 원에 내접하거나 외접하는 다각형의 성질로부터 삼각형의 내심과 외심을 설명하는 방법은 그리 많은 교사들이 선호하지는 않는다. 왜냐하면 실제로 그렇게 쓰여진 교과서가 없기 때문일지도 모른다. 그러나 이러한 접근이 어떤 수학교육적 의미가 있는지는 분명하지 않지만 시도해 볼만한 가치가 있다고 생각된다. 이러한 관점에서 회전내외심 관찰기(수학사랑)를 통하여 삼각형의 내심과 외심 지도에 대하여 생각해 보자.

## ■ 활동 1 ■ 삼각형의 외심

\_\_\_ 반 \_\_\_ 번 이름 \_\_\_\_\_

■ **단원** : 삼각형의 성질 (수학 8-나)

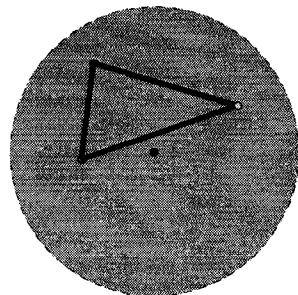
■ **학습목표** : 삼각형의 외심의 뜻을 말하고 그 성질을 말할 수 있다.

■ **준비물** : 내외심 회전관찰기, 꼭지점에 작은 구멍이 난 외심용 예각, 직각, 둔각 삼각형, 컴퍼스

- 1 외심용 예각삼각형의 꼭지점에 있는 구멍에 배터리를 꽂고, 세 가지 색의 전구를 배터리 위에 결합하여 불이 들어오게 한 다음 예각삼각형을 그림과 같은 위치에 놓고 원이 관찰될 수 있도록 회전관찰기의 손잡이를 적당한 속도로 돌려보자.

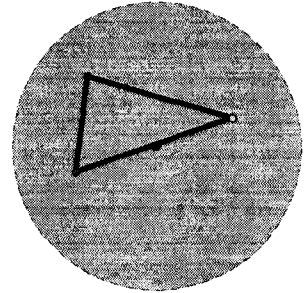
### 단계1

- (1) 몇 개의 원이 관찰되는가?
- (2) 관찰한 원의 반지름을 생각하여 오른쪽 그림에 컴퍼스를 사용하여 원을 그려보자.



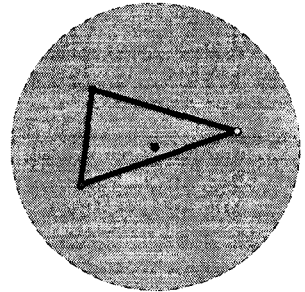
**단계2**

- (1) 회전판의 중심이 삼각형의 한 변의 중점과 일치할 때 몇 개의 원이 관찰되는가? 또 그 이유를 설명해 보자.
- (2) 관찰한 원의 반지름을 생각하여 오른쪽 그림에 컴퍼스를 사용하여 원을 그려보자.
- (3) 회전판의 중심을 지나는 선분의 수직이등분선 위의 점과 회전판의 중심이 일치할 때 항상 몇 개의 원을 관찰할 수 있는가?



**단계3**

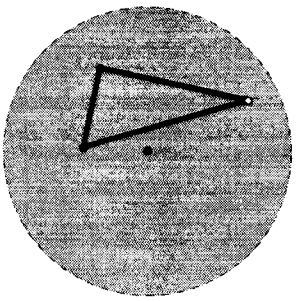
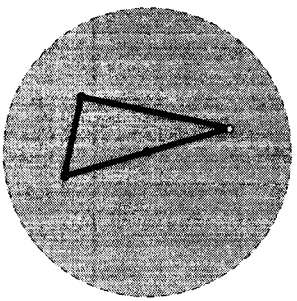
- (1) 또 다른 변의 수직이등분선을 생각하여 세 개의 원이 겹쳐서 한 원이 될 수 있는 방법을 말해보고 실험해 보자.
- (2) 관찰한 원의 반지름을 생각하여 오른쪽 그림에 컴퍼스를 사용하여 원을 그려보자.



**2** 외심용 둔각삼각형으로 위와 같은 실험을 해 보자.

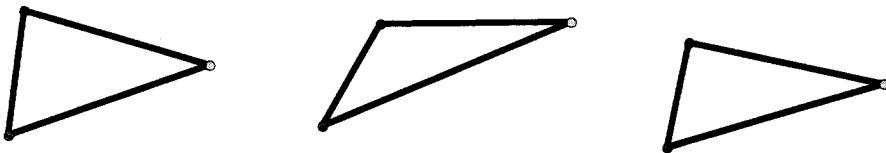
단계1	단계2	단계3

**3** 외심용 직각삼각형으로 위와 같은 실험을 해 보자.

단계1	단계2	직각삼각형의 경우 단계3의 실험이 필요 없는 이유를 말해보자.
		

**4** 위의 실험을 통하여 공부한 내용을 정리해 보자.

- (1) 삼각형의 두 변의 수직이등분선을 작도하여 세 원이 겹쳐질 때의 회전판의 중심을 찾고, 이때의 원을 그려 보세요. 또 회전판의 중심으로부터 세 꼭지점에 이르는 거리가 같음을 표시해 보자.



- (2) 위의 그림에서 회전판의 중심에 해당하는 점을 삼각형의 (            )이라고 하고, 세 꼭지점을 지나고 있는 원을 삼각형의 (            )이라고 한다.
- (3) 삼각형의 (            )은 세 변의 (            )의 교점이고, 이 점으로부터 세 (            )에 이르는 거리는 모두 같다.

## ■ 활동 ■ 삼각형의 내심

\_\_\_ 반 \_\_\_ 번 이름 \_\_\_\_\_

■ 단원 : 삼각형의 성질 (수학 8-나)

■ 학습목표 : 삼각형의 내심의 뜻을 말하고 그 성질을 말할 수 있다.

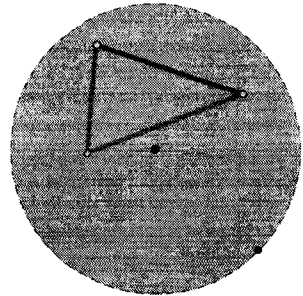
■ 준비물 : 내외심 회전관찰기, 변에 색이 칠해진 내심용 예각, 직각, 둔각 삼각형, 컴퍼스, 직각자

1 내심용 예각삼각형을 그림과 같은 위치에 놓고 원이 관찰될 수 있도록 회전관찰기의 손잡이를 적당한 속도로 돌려보자.

### 단계1

(1) 몇 개의 원이 관찰되는가?

(2) 직각자를 이용하여 수선의 발을 간편하게 찾아 원의 반지름을 생각하여 오른쪽 그림에 컴퍼스를 사용하여 원을 그려보자.

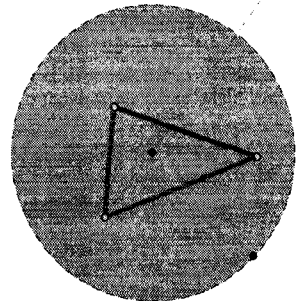


### 단계2

(1) 회전판의 중심이 삼각형의 한 각의 이등분선 위에 놓일 때 몇 개의 원이 관찰되는가? 또 그 이유를 설명해 보자.

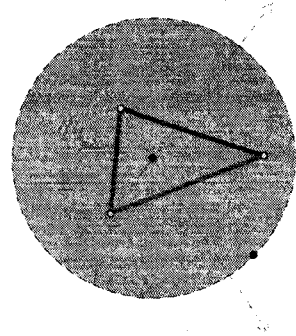
(2) 관찰한 원의 반지름을 생각하여 오른쪽 그림에 컴퍼스를 사용하여 원을 그려보자.

(3) 회전판의 중심이 삼각형의 한 각의 이등분선 위의 임의의 점에 놓일 때 항상 몇 개의 원을 관찰할 수 있는가?



**단계3**

- (1) 또 다른 각의 이등분선을 생각하여 세 개의 원이 겹쳐서 한 원이 될 수 있는 방법을 말해보고 실험해 보자.
- (2) 관찰한 원의 반지름을 생각하여 오른쪽 그림에 컴퍼스를 사용하여 원을 그려보자.



**2** 내심용 둔각삼각형으로 위와 같은 실험을 해 보자.

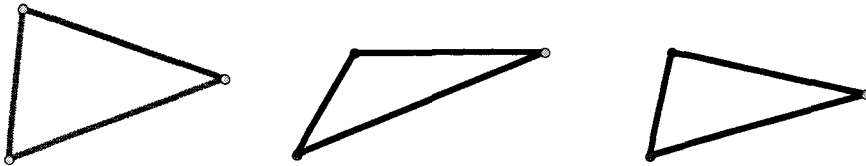
단계1	단계2	단계3

**3** 내심용 직각삼각형으로 위와 같은 실험을 해 보자.

단계1	단계2	단계3

**4** 위의 실험을 통하여 공부한 내용을 정리해 보자.

- (1) 삼각형의 두 각의 이등분선을 작도하여 세 원이 겹쳐질 때의 회전판의 중심을 찾고, 이 때의 원을 그려 보세요. 또 회전판의 중심으로부터 세 변에 이르는 거리가 같음을 표시해 보자.



- (2) 위의 그림에서 회전판의 중심에 해당하는 점을 삼각형의 ( )이라고 하고, 세 변에 접하는 원을 삼각형의 ( )이라고 한다.
- (3) 삼각형의 ( )은 세 각의 ( )의 교점이고, 이 점으로부터 세 ( )에 이르는 거리는 모두 같다.

**한걸음더-외접원이 있는 사각형**

**1** (1) 다음 조건에 맞는 도형을 그려 보세요.

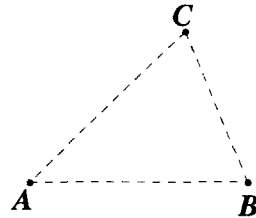
점O에서 주어진 거리만큼 떨어진 점



두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점

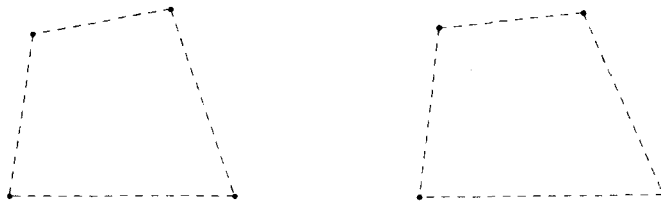


세 점 A, B, C로부터 같은 거리에 있는 점



- (2) 세 점 A, B, C로부터 같은 거리에 있는 점은 항상 존재하는가? 또 이점을 무엇이라고 하는가?

**2** (1) 다음 4개의 점으로부터 같은 거리에 있는 점을 작도해 보고, 그 점이 항상 존재하는지 알아보자. 또 존재하는 경우 4점을 지나는 원(외접원)을 그려 보자.



(2) 꼭지점 4개에 구멍이 있는 사각형의 구멍에 배터리와 전구를 꽂고, 위의 방법으로 원이 한 개로 겹쳐지는 회전의 중심을 찾아 실험하고 그 결과를 확인해 보자.

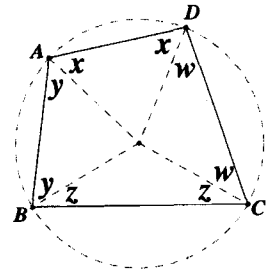
**3** 다음 과정에서 원에 내접하는 사각형의 마주 보는 각의 합이 항상 일정한지 알아보자.

(1) 사각형 안에 있는 4개의 삼각형은 어떤 삼각형인지 알아보고, 그림과 같이 각의 크기를 나타낼 수 있음을 설명해 보자.

(2) 사각형의 내각의 합이  $360^\circ$ 이므로

$$2(x + y + z + w) = ( \quad )$$

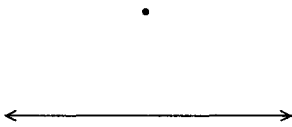
(3) 원에 내접하는 사각형의 마주 보는 각의 합은 항상 몇 도인가?



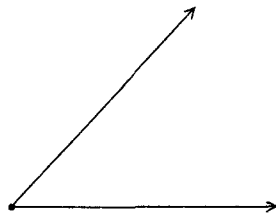
### 한걸음더-내접원이 있는 사각형

**1** (1) 다음 조건에 맞는 도형을 그려 보자.

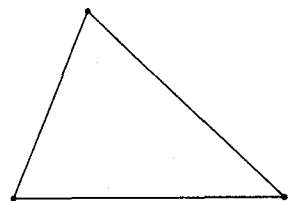
점에서 직선까지의 거리를 뜻하는 선분



두 반직선으로부터 같은 거리에 있는 점

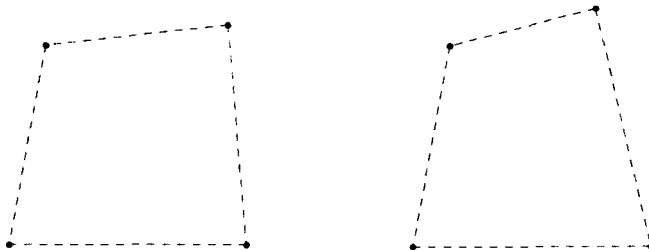


세 변으로부터 같은 거리에 있는 점



(2) 세 변으로부터 같은 거리에 있는 점은 항상 존재하는가? 또 이점을 무엇이라고 하는가?

**2** (1) 다음 네 변으로부터 같은 거리에 있는 점을 작도해 보고, 그 점이 항상 존재하는지 알아보자. 또 존재하는 경우 네 변에 접하는 원(내접원)을 그려 보자.





- (2) 네 변에 색 띠가 있는 사각형에서 위의 방법으로 원이 한 개로 겹쳐지는 회전의 중심을 찾아 실험하고 그 결과를 확인해 보자.

**3** 다음 과정에서 원에 외접하는 사각형의 마주 보는 변의 길이의 합이 항상 서로 같음을 알아보자.

- (1) 원의 접선의 성질을 알아보고, 그림과 같이 접선의 길이를 나타낼 수 있음을 설명해 보자.  
 (2) 다음 식을 완성해 보자.

$$\overline{AB} + \overline{CD} = ( \quad )$$

$$\overline{AD} + \overline{BC} = ( \quad )$$

- (3) 원에 외접하는 사각형의 성질을 써 보자.

