



유동망 시스템을 해석을 위한 경계처리에 대한 보존형 유한체적법

홍석우,¹ 김종암^{*2}

CONSERVATIVE FINITE VOLUME METHOD ON BOUNDARY TREATMENTS FOR FLOW NETWORK SYSTEM ANALYSES

S.W. Hong¹ and C. Kim^{*2}

From numerical point of view on flow network system analyses, stagnation properties are not preserved along streamlines across geometric discontinuities. Hence, GJM and DTM using ghost cell and thermodynamic relations are developed to preserve the stagnation enthalpy for the boundaries, such as the interfaces between junction and branches and the interface between two pipes of different cross-sections in serial pipelines. Additionally, the resolving power and efficiencies of the 2nd order Godunov type FV schemes are investigated and estimated by the tracing of the total mechanical energy during calculating rapid transients. Among the approximate Riemann solvers, RoeM is more suitable with the proposed boundary treatments especially for junction than Roe's FDS because of its conservativeness of stagnation enthalpy across geometric discontinuities.

Key Words : 유동망 시스템(Flow Network System), 유한체적법(Finite Volume Method), 경계처리(Boundary Treatment), 정선결합(Junction Coupling), 유령정선법(Ghost Junction Method), 직접변환법(Direct Transform Method)

1. INTRODUCTION

급배수 관 망[1], 터널 내 공기역학[2], 자동차 엔진 및 Manifold[3]의 기체역학 등 유체 네트워크 시스템의 여러 응용문제가 공학 분야에서 다루어져 왔다. 이러한 유동망 문제를 계산하는데 있어서 Junction에서의 결합 기법 및 경계면에 대한 처리는 이론 해를 얻기 위한 필수적인 요소다.

전통적으로 Junction에서 질량보존법칙에 기초한 다음의 결합조건이 널리 사용되어 왔다[4-6].

① Mass conservation law: $\sum_i \lim_{x \rightarrow 0^+} (\rho U_s)_i = 0$

② Single pressure: $p_{\bar{k}} = p_k$

③ Geometry and flow-dependent pressure loss:

$$p_{\bar{k}} = p_k - \tilde{f}(k, \bar{k})$$

이러한 조건은 운동량 상호작용(Momentum Interaction)에 대한 물리적 성질을 반영하기 위하여 Junction에서 많은 손실 계수(Loss Coefficient)를 사용해야 하며, 결합조건(Coupling Condition)으로부터 분기관(Branch Pipe)의 경계조건을 얻기 위하여 반복계산을 요구한다. 그러나, 손실계수에 대한 상관식(Correlation)이 알려져 있는 전형적인 몇 가지 Junction Type을 제외하면 복잡한 유동망 시스템 내 임의의 Junction-Branch 조합에 대하여 손실계수를 이론적으로 유도하는 것은 매우 어려우며 경험적인 상관식 역시 얻기 어렵다. 따라서, 이러한 정선결합법(Junction Coupling Method)의 단점들을 보완하기 위하여 Junction에서 운동량 상호작용을 고려할 수 있는 유한체적 결합법을 제안하게 되었다. 아울러, 유동망 시스템의 경계면에 대한 보존형 경계처리법 역시 제안하였다.

2. GHOST JUNCTION METHOD

2.1 GOVERNING EQUATION

Junction에서 마찰력과 열전달이 없다고 가정하면, Ghost Junction Cell에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

1 학생회원, 서울대학교 대학원 기계항공공학부

2 정회원, 서울대학교 기계항공공학부

* Corresponding author, E-mail: chongam@snu.ac.kr

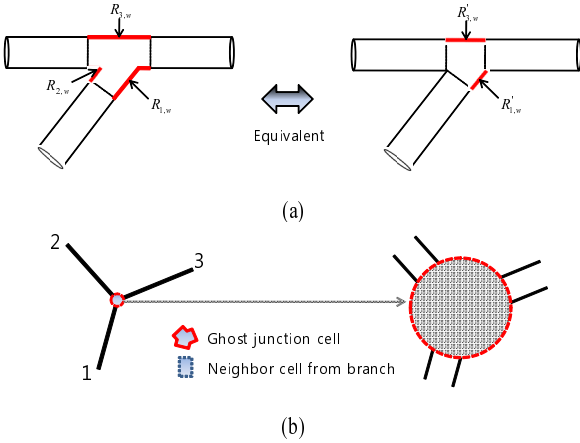


Fig. 1 Ghost Junction Cell

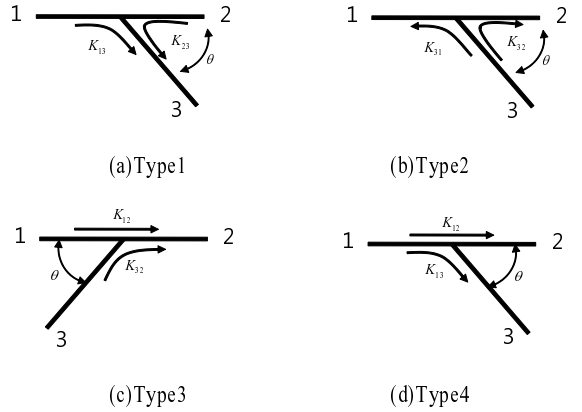


Fig. 2 T-Junction Configurations

$$V \frac{\partial Q}{\partial t} = - \sum_i F_i s_i - \frac{\partial V}{\partial t} Q \quad (1)$$

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho u U + n_x p \\ \rho v U + n_y p \\ \rho w U + n_z p \\ (\rho e_t + p) U \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$U = n_x u + n_y v + n_z w, N = (n_x, n_y, n_z) \quad (3)$$

$$p = (\gamma - 1) \rho e - \gamma p_c, a = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho} (p + p_c)} \quad (4)$$

여기서 U, N 은 Junction Interface(정선경계면)에 수직인 속도와 단위벡터이다. 전통적인 절점기반(Node-based)의 Junction Coupling Method(정선결합법)에서 정상상태로 가정하여 결합 조건을 유도한 것과 흡사하게 본 연구에서는 Junction에서 준 정상상태로 가정하였다. 이러한 가정하에 이웃격자들의 평균 체적을 유령정선격자의 체적으로 사용하였고 식 (1)의 우변에 있는 시간미분항은 무시하였다.

Junction에서 운동량 균형(Momentum Balance)을 고려하려면 벽면에서 압력에 의한 반력이 중요하므로 이를 고려해야 한다. 벽면효과는 다음의 힘벡터(Force Vector)로 표현된다.

$$F_R^s R = p \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ n_z \\ 0 \end{pmatrix}_R s_R \quad (5)$$

여기서 아래첨자 R 은 유효 벽면을 나타낸다. 파이프 유동에 대한 1차원 Euler 방정식은 다음과 같다.

$$V \frac{\partial Q}{\partial t} = - (s_{j+1/2} F_{j+1/2} - s_{j-1/2} F_{j-1/2}) + H_V = - R \quad (6)$$

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho U \\ \rho e_t \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho U^2 + p \\ (\rho e_t + p) U \end{pmatrix} \quad (7)$$

여기서, ρ, U, p, e_t, s, V 은 각각 밀도, 속도, 압력, 토 탈에너지, 단면적, 격자체적을 나타낸다.

주 소스벡터는 압력, 벽면마찰, 그리고 중력에 의한 힘으로 구성되며 다음과 같다.

$$H_V = \begin{pmatrix} 0 \\ (\tau_{w,s} + \tau_{w,U}) Pr \Delta x + p (s_{j+1/2} - s_{j-1/2}) + m g_n \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

여기서 $\tau_{w,s}$ 와 $\tau_{w,U}$ 은 벽면 전단응력의 정상부분과 비정상부분을 나타내며, $Pr, \Delta x, g_n, m$ 은 단면 접촉길이, 격자 크기, 파이프 축방향 중력가속도 성분, 격자체적 내 유체의 질량을 나타낸다. 이 밖의 물리현상에 대한 모델링을 추가해야 하는 경우 보조 소스벡터를 추가할 수 있으나, 본 연구에서는 생략하였다.

2.2 FINITE VOLUME METHOD ON JUNCTION COUPLING

Fig. 1(b)에서 Ghost Junction Cell은 인접한 이웃 분기관의 경계면과 벽면으로 둘러 쌓여있으며, 제어체적은 하나의 셀로 구성되어 있다. Junction에서는 데카르트좌표계를 사용하고 분



기관에서는 1차원 국부좌표계를 사용하므로 Junction Interface에서 플럭스벡터는 좌표계에 따라서 다음과 같이 표현된다.

$$F_{3d} = \begin{pmatrix} f_{3d}^\rho \\ f_{3d}^{\rho u} \\ f_{3d}^{\rho v} \\ f_{3d}^{\rho w} \\ f_{3d}^{\rho e_t} \end{pmatrix}, F_{1d} = \begin{pmatrix} f_{1d}^\rho \\ f_{1d}^U \\ f_{1d}^{\rho e_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{3d}^\rho \\ n_x f_{3d}^{\rho u} + n_y f_{3d}^{\rho v} + n_z f_{3d}^{\rho w} \\ f_{3d}^{\rho e_t} \end{pmatrix} \quad (9)$$

Junction Interface에서 수치플럭스는 식 (9)의 왼쪽에 있는 데카르트좌표계에서의 표현으로 얻을 수 있으며, 동일시간 단계에 이웃 분기관의 경계조건으로 사용된다. 이 때, 식 (9)의 오른쪽 식에 의해 1차원 국부좌표계로 변환하여 사용한다.

2.3 JUNCTION INTERFACE TREATMENT

Junction Interface에서의 물성치 변화를 유도하기 위하여 다음과 같이 속도벡터를 Interface에 수직인 성분과 수평인 성분으로 나눈다.

$$(u, v, w) = \langle U_n \rangle + \langle U_t \rangle \quad (10)$$

여기서

$$\langle U_n \rangle = U_n N, \quad \langle U_t \rangle = U_t T \quad (11)$$

$$U_n = n_x u + n_y v + n_z w, \quad U_t = \sqrt{U_{t,x}^2 + U_{t,y}^2 + U_{t,z}^2} \quad (12)$$

$$N = (n_x, n_y, n_z), \quad T = \frac{1}{U_t} (U_{t,x}, U_{t,y}, U_{t,z}) \quad (13)$$

$$U_{t,x} = u - n_x U_n, \quad U_{t,y} = v - n_y U_n, \quad U_{t,z} = w - n_z U_n \quad (14)$$

Table 1 Stagnation Pressure Loss Coefficients for T-Junction Configurations (See with Fig. 2)

Type	Symbols	Loss Coefficients
(a) Type 1	$q = \dot{m}_1 / \dot{m}_3$ $\xi = s_1 / s_3$	$K_{13} = (p_{0,1} - p_{0,3}) / (p_{0,3} - p_{s,3})$
(b) Type 2	$q = \dot{m}_1 / \dot{m}_3$ $\xi = s_1 / s_3$	$K_{31} = (p_{0,3} - p_{0,1}) / (p_{0,3} - p_{s,3})$
(c) Type 3	$q = \dot{m}_3 / \dot{m}_2$ $\xi = s_2 / s_3$	$K_{12} = (p_{0,1} - p_{0,2}) / (p_{0,2} - p_{s,2})$ $K_{32} = (p_{0,3} - p_{0,2}) / (p_{0,2} - p_{s,2})$
(d) Type 4	$q = \dot{m}_1 / \dot{m}_3$ $\xi = s_1 / s_3$	$K_{12} = (p_{0,1} - p_{0,2}) / (p_{0,1} - p_{s,1})$ $K_{13} = (p_{0,1} - p_{0,3}) / (p_{0,1} - p_{s,1})$

지배방정식의 공간차분에 Roe's scheme을 적용하고 분리된 속도벡터를 이용하면, Continuity 방정식과 운동량 방정식으로 부터 Junction Interface에서 압력변화량을 유도할 수 있다. 압력변화량은 Interface에 수직인 속도성분에 의한 변화량과 수평성분에 의한 변화량의 합으로 정리된다. 수식의 유도 과정은 본 논문에서는 생략하였다.

$$\Delta p = -\rho a \Delta U_n - \rho a \left(\frac{M + |M|}{1 + M} \right) \left(\frac{t_x + t_y + t_z}{n_x + n_y + n_z} \right) \Delta U_t \quad (15)$$

여기서, $M = U_n/a$. 식 (15)의 우변의 첫 번째 항은 Interface에 수직인 속도성분의 차에 의한 것이며 식 (16)으로 정의되는 Joukowsky의 Water-hammer 방정식[7]과 같다.

$$\Delta p = -\rho a \Delta U \quad (16)$$

그런데 우변 첫 번째 항은 수치적 특수성으로 인하여 Junction Interface에서 비물리적인 wave source로 작용할 수 있다. 예를 들면, Fig. 2(b)에서 90° Counter-Dividing Configuration을 생각해보자. Junction에서 x방향 속도성분 u의 셀 평균값은 0이 되지만, 인접한 이웃 셀에서는 유한 값을 갖는다. 따라서, 우변 첫 번째 항은 큰 값을 갖게 된다. Junction Interface에서 발생하는 이러한 현상은 순전히 수치적 특수성에 기인한 것이므로 적절한 치료법이 제시되어야 한다. 따라서, 무차원 스케일링 함수를 다음과 같이 고안하였다.

$$G = \delta \cdot \min \left(\frac{|\Delta U_n|}{a}, 1 \right), \quad \delta = \begin{cases} 1 : \text{if } outflow \\ 0 : \text{else} \end{cases} \quad (17)$$

결과적으로 식 (15)는 다음과 같이 정리된다. 수식의 간략화를 위해서 2차원 좌표계를 사용하였다.

$$\Delta p + \rho |\Delta U_n| \Delta U_n = -\rho a \left(\frac{M + |M|}{1 + M} \right) \left(\frac{t_x + t_y}{n_x + n_y} \right) \Delta U_t \quad (18)$$

식 (18)의 좌변은 운동량플럭스의 변화량과 유사하므로 Junction에서의 운동량 상호작용은 마하수를 고정할 경우, 각 Junction Interface에 대하여 평행한 속도의 차와 분기관의 각도에 큰 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

스케일링 함수를 수치플럭스에 반영하기 위하여 Fig. 3에 나타낸 것처럼 간단한 투영법을 적용하였다. Interface의 왼쪽으로 투영된 x방향 속도성분은 스케일링 함수로 처리한 수직 속도성분과 본래의 평행한 속도성분의 합으로 얻을 수 있고, 오른쪽은 오른쪽 셀의 물성치를 그대로 사용한다.

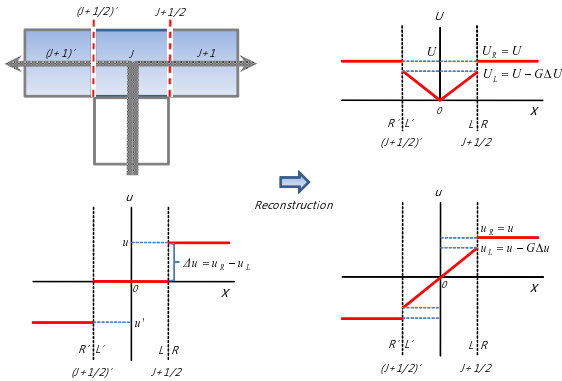


Fig. 3 Reconstruction to scale

2.5 ASSESSMENT

스케일링 함수의 효과를 명확히 살펴보기 위하여 간단한 분석 및 수치실험을 수행하였다. 식 (15)의 첫 번째 항과 두 번째 항의 크기를 비교해보면 마하수가 작은 경우 첫 번째 항이 지배적임을 다음의 식으로 알 수 있다.

$$\Psi = \frac{\rho \alpha \Delta U_n}{\rho \alpha \left(\frac{M + |M|}{1 + M} \right) \left(\frac{t_x + t_y}{n_x + n_y} \right) \Delta U_i} \approx \frac{1 + M}{M + |M|} \gg 1 \quad (19)$$

Fig. 4는 90° Counter-Dividing Configuration에서 유선(3,1)에서 전압력 강하량의 이론값에 대한 비율을 식 (20)로 계산한 값을 보여준다. 스케일링 함수를 사용하지 않은 경우, $M = 0.01$ 일 때 이론값보다 80배 이상 크다는 것을 알 수 있다. 비슷한 현상이 90° Counter-Combining Configuration에서도 나타날 것이다. 반면, 스케일링 함수를 사용한 경우, 이론값을 모사함을 알 수 있다.

$$\left\{ \begin{aligned} \chi' &= \frac{K'_{(3,1)}}{K''_{(3,1)}} = \frac{\Delta p'_{0,(3,1)}}{\Delta p''_{0,(3,1)}} \\ &\approx \frac{\rho \alpha \Delta U_{(0,1)}}{K''_{(3,1)} (0.5 \rho U^2)_3} \approx \frac{1}{K''_{(3,1)} M_3} \\ \chi &= \frac{K_{(3,1)}}{K''_{(3,1)}} = \frac{\Delta p_{0,(3,1)}}{\Delta p''_{0,(3,1)}} \end{aligned} \right. \quad (20)$$

여기서, 위첨자 '와 ''은 각각 근사치와 이론값을 의미한다. $(0, j)$ 는 Junction과 파이프 j 간 Interface를 나타내고 (i, j) 는 파이프 i 와 파이프 j 간 유선을 나타낸다.

본 연구에서 제안한 GJM의 일반적인 성능을 확인해보기 위하여 광범위한 수치실험을 실시하였으며 Fig. 10(a-f)에 나타내었다. 여기서 사용한 기호와 변수는 Table 1에 정리하였고

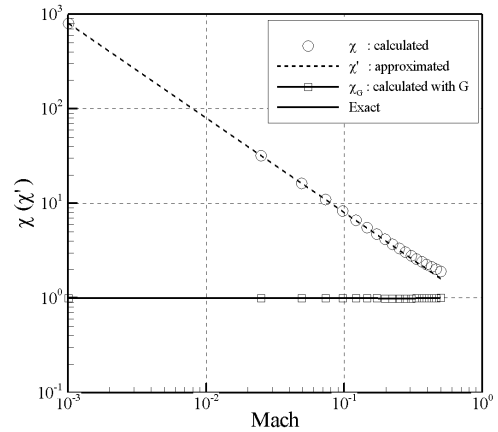


Fig. 4 The Effect of Scaling Function

분석에 의한 이론적 손실계수[8,9]와 결과를 비교하였다.

수치실험 결과, Junction에서의 손실계수에 대한 예측은 전반적으로 이론값을 모사하는 경향이 있으며 일부 경우에는 전 완전히 같은 값을 보여주기도 한다. 이는 새로 제안한 GJM이 Junction에서의 운동량 상호작용을 물리적으로 잘 모사하고 있으며, 스케일링 함수가 본래 의도한 바를 잘 반영하고 있음을 볼 수 있다.

3. BOUNDARY TREATMENTS

본 연구에서 제안하는 경계면 처리법의 기본적인 특징은 경계면에서 유선을 따라 전엔탈피(Stagnation Enthalpy)가 보존된다는 것이다. 전엔탈피는 식 (21)으로 정의되며 경계면에서의 위치에너지 변화를 무시하면 식 (22)로 단순화하여 사용할 수 있다.

$$h_0 = h + \frac{1}{2} U^2 + gZ \quad (21)$$

$$h_0 = h \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \quad (22)$$

3.1 PIPE ENDS

유체시스템을 구성하는 중요한 요소인 파이프의 경계면에서 전엔탈피와 위치에너지의 변화가 없다고 가정할 수 있다. 이 때, 파이프 경계면이 개방된 경우, 외부환경(대기 또는 Reservoir Water) 조건은 두 개의 열역학적 물성치에 의해 정의되고, 입구조건은 입구의 손실계수와 전엔탈피 보존에 의해 외부조건으로부터 다음과 같이 유도된다.

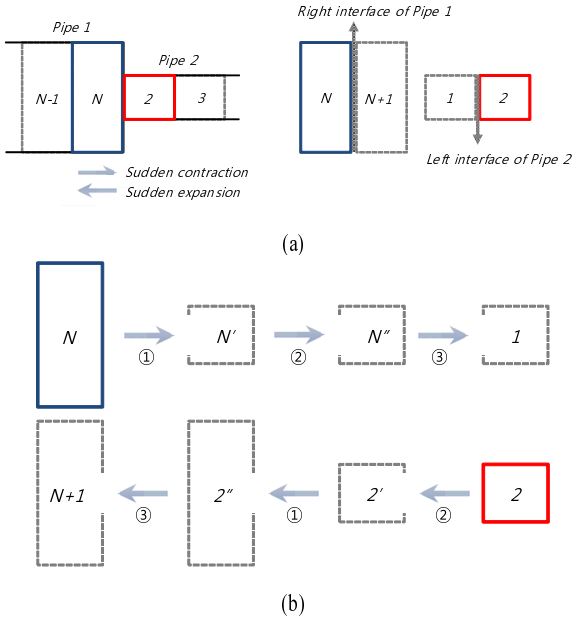


Fig. 5 Direct Transfer Method in Serial Pipelines

$$\begin{cases} p_{0,g} = p_{0,a} - K_{IN} p_{d,g} \\ h_{0,g} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p_g + p_c}{\rho_g} \right) + \left(\frac{1}{2} U^2 + gZ \right)_g = h_{0,a} \end{cases} \quad (23)$$

여기서, 아래첨자 $g, a, 0, d$ 는 각각 Ghost Cell, 입구대기, 정물성치(Stagnation Property)와 동물성치(Dynamic Property)를 나타낸다. 더욱이 입구대기의 운동에너지를 무시할 수 있으므로 식 (23)의 경계조건은 Ghost Cell에서 압력과 밀도로 다음과 같이 대체할 수 있다. 유속은 내부로부터 외삽하여 얻는다. 여기서, K_{IN}, K_{OUT} 은 각각 입구와 출구의 손실계수를 나타낸다.

$$\begin{cases} p_g = p_a - (K_{IN} + 1)p_{d,g} \\ \rho_g = \frac{p_a + p_c}{\frac{p_a + p_c}{\rho_a} - \frac{\gamma-1}{2\gamma} U_g^2} \end{cases} \quad (24)$$

이와 유사하게, 출구 경계조건은 다음과 같이 압력을 부여하고 밀도와 속도는 내부로부터 외삽하여 사용한다.

$$p_g = p_a + (K_{OUT} - 1)p_{d,g} \quad (25)$$

파이프의 개방 경계면에 유량을 경계조건으로 부여하는 경우, 압력은 내부로부터 외삽하여 얻고, 경계면에서 전엔탈피

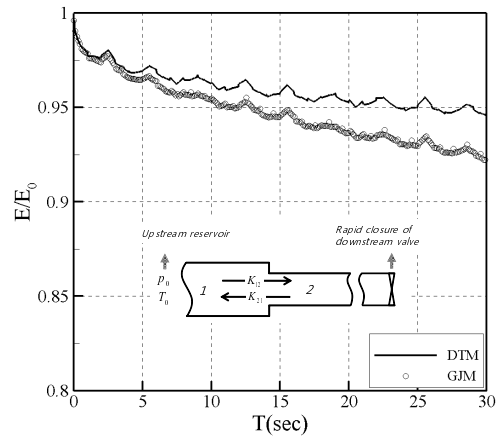


Fig. 6 Comparisons between DTM and GJM

가 보존된다는 조건은 여전히 유효하다.

그 밖에 파이프 경계면이 닫힌 경우, 벽면조건을 다음과 같이 벽면 플럭스 형태로 부여할 수 있다. 이러한 조건은 밸브나 댐퍼가 닫힌 상태를 표현하기 위해 흔히 사용된다. 여기서 벽면압력 p_w 는 내부로부터 외삽하여 얻는다.

$$F_{j+1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ p_w \\ 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

3.2 DISCONTINUITY IN SERIAL PIPELINES

직렬연결관 간 불연속 경계면(단면의 급격한 변화)이 존재하는 경우, 직접변환법(Direct Transform Method)를 제안하였다. DTM은 경계면에 인접한 Ghost Cell과 Inner Cell의 단면적이 다른 경우, 정물성치가 보존되지 않는 문제를 해결하기 위해 고안하였다. Fig. 5(b)(①-②-③)에 나타난 것처럼, Inner Cell의 물성치는 등엔트로피 과정을 거쳐 Ghost Cell에 전달된다. 이어서 전압력(Stagnation Pressure)의 압력손실계수를 반영해 주기 위해 Fanno 유동에 대한 몇 가지 함수를 사용한다. 동일시간 단계에 유사한 변환과정(②-①-③)이 함께 적용된다.

DTM의 첫 번째 단계에서 등엔트로피 변환을 위해 정물성치에 대한 식 (27)의 정의와 식 (28)의 단면적-마하수 관계식이 사용된다.

$$\begin{cases} p_0 = (p + p_c) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - p_c \\ \rho_0 = \rho \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (27)$$

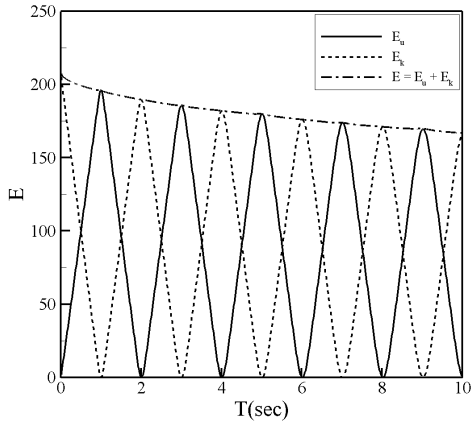


Fig. 7 Traces of Energy Budgets

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{M_1}{M_2} \left\{ \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2 \right) / \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right) \right\}^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (28)$$

두 번째 단계에서는 식 (29)과 식 (30)로 표현되는 Fanno 유동에 대한 관계식이 사용된다. 이를 이용하여, 목표 압력손실량을 반영한 물성치를 식 (31)의 압력비 함수와 엔탈피비 함수를 이용하여 유도할 수 있다.

$$K = 4C_f \frac{\Delta x}{D_H} = 4C_f \frac{l^*}{D_H}(M_1) - 4C_f \frac{l^*}{D_H}(M_2) \quad (29)$$

$$4C_f \frac{l^*}{D_H}(M) = \frac{1-M}{\gamma M^2} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \ln \left(\frac{(\gamma+1)M^2}{2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)} \right) \quad (30)$$

$$\begin{cases} \frac{h}{h^*} = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right) / \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \\ \frac{p+p_c}{p^*+p_c} = \frac{1}{M} \left(\frac{h}{h^*} \right)^{1/2} \end{cases} \quad (31)$$

여기서 위첨자 *는 가상 음속점(Imaginary Sonic Point)에서의 물성치를 나타낸다.

DTM과 GJM의 정확도 비교를 위하여 파이프 하단의 밸브를 급격히 닫았을 때 발생하는 수충격(Water Hammer Transients)을 관찰하였다. Fig. 6로부터 30초 경과 후 전기계에너지의 비는 DTM이 95%, 그리고 GJM이 92.5%를 보여준다. 수치실험 결과로부터 DTM이 GJM보다 정확도에 있어서 약간 더 우수한 것으로 나타났다. 따라서, 직렬연결관의 경계면과 같이 파이프 2개가 만나는 Junction에서는 DTM을 사용하는

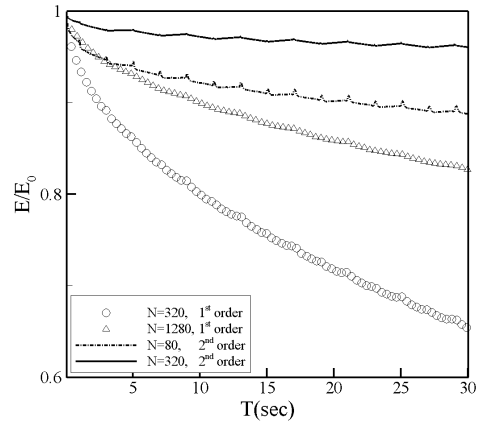


Fig. 8 Energy Traces for Grid Resolution Test

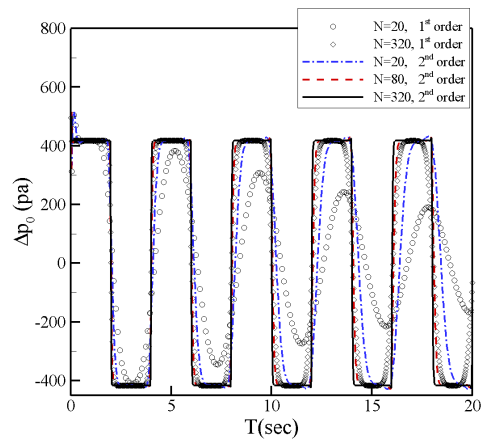


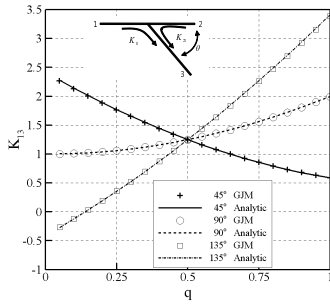
Fig. 9 Traces of Stagnation Pressure

것이 매우 유용하다. 특히, 파이프 내 밸브, 댐퍼 등 개폐장치의 개폐율에 따른 성능곡선(Valve Characteristics)이 주어진 경우, DTM을 사용하면 동적 모델링이 쉽다. 이와 유사하게 팬, 펌프 등의 터보머신도 성능곡선을 반영하여 모델링 처리할 수 있다. 반면에, 파이프 3개 이상 만나는 Junction에는 GJM을 사용한다.

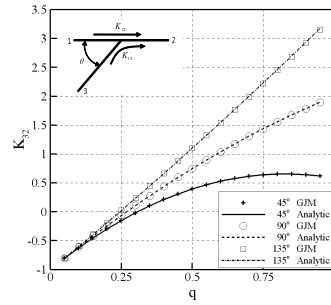
4. ENERGY TRACE

4.1 TOTAL MECHANICAL ENERGY IN SYSTEM

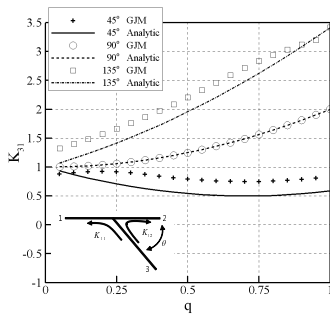
수치기법의 정확성은 시스템 내 총 기계적에너지(Integrated Total Mechanical Energy)의 자취를 비교하여 평가할 수 있다. 전기기계적에너지(Total Mechanical Energy)의 전미분 방정식은 다음과 같다[7].



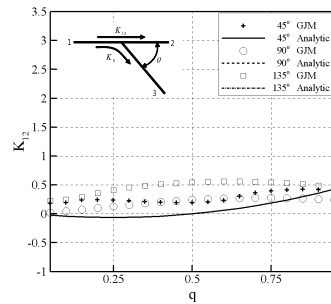
(a) Counter-Combining Flow (Type 1)



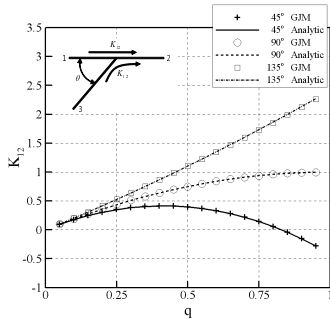
(d) K_{32} , Straight-Branch Combining Flow (Type 3)



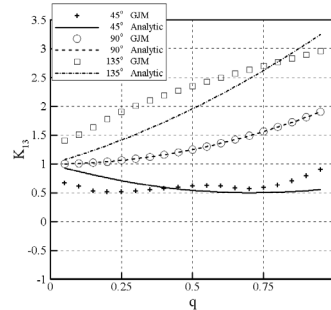
(b) Counter-Dividing Flow (Type 2)



(e) K_{12} , Straight-Branch Dividing Flow (Type 4)



(c) K_{12} , Straight-Branch Combining Flow (Type 3)



(f) K_{13} , Straight-Branch Dividing Flow (Type 4)

Fig. 10 Test Results of GJM for T-Junctions

$$\frac{dE_u}{dt} + \frac{dE_k}{dt} + W' + D' = 0 \quad (32)$$

$$E_u = \int_0^L (0.5P^2/\rho a^2) s dx, \quad E_k = \int_0^L (0.5\rho U^2) s dx \quad (33)$$

$$P = p + \rho gZ, \quad E = E_u + E_k \quad (34)$$

여기서, L , s 는 파이프 길이와 단면적을 나타내며, E_u , E_k , W' , D' 는 각각 내부에너지, 운동에너지, 외부로부터 유체에 가해진 일률, 벽면마찰에 의한 에너지 손실률을 의미한다.

수치실험에 사용한 문제는 파이프 하단 밸브의 급격한 닫힘으로 인한 급속압력변동(Rapid Pressure Transients)을 유발하고 파이프 내 기계적에너지의 총량을 추적하는 것이다. 실험



조건은 파이프 길이 340m, 단면적 1m², 초기속도 1m/s, 그리고 파이프 상류 경계조건은 게이지 전압력 0pa로 고정하였다. 벽면마찰 조건을 무시하고 외부와의 열전달과 일이 없으면, 전기계적에너지(E)의 총량은 순전히 수치점성 또는 수치진동에 의해 감쇄 또는 증폭 할 것이다.

4.2 ASSESSMENT OF SECOND ORDER FV DISCRETIZATION SCHEME

Fig. 7에서 내부에너지와 운동에너지는 같은 주기로 교대하는 경향을 보여주고, 전기계적에너지는 수치점성에 의해 감쇄하는 경향이 나타난다. 이것은 식 (32)의 에너지방정식을 추적하는 것이 수치기법의 정확성을 평가하는 좋은 척도가 됨을 의미한다. 예상했던 대로, 2차 공간차분 유한체적법은 80개의 셀을 사용하고도 1280개 셀을 사용한 1차 공간차분보다 더 좋은 해상도를 보여주고 있다. 이는 Fig. 8에 잘 나타나고 있으며, Fig. 9에서 전압력에 대한 실험결과 역시 유사한 경향을 보여주고 있다.

5. CONCLUSION

본 연구에서는 유동네트워크시스템 해석을 위한 유한체적법을 기술하였으며, 시스템을 구성하는 각 요소의 경계면에서 수치적 특수성으로 인하여 발생하는 전물리량의 비보존적 특성을 분석하여 경계처리에 대한 보존형 유한체적법을 제시하였다. 무엇보다 Junction에서 전통적인 결합조건 대신 GJM과 DTM을 제안하였는데, 이는 기존의 반복계산에 의한 경험상관식(또는 이론상관식)에 대한 의존도를 탈피하여 급속비정상(Rapid Transients) 문제에 대한 효율성을 개선하게 되었다. 또한, Junction과 같은 지형적인 불연속 구간에서 전엔탈피 보존을 보장함으로써 정확도를 향상시켰다. 더욱이 임의의 3차원 연결각을 갖는 Junction 조합에서는 상관식을 사용하기 어려우며, 이러한 문제에서 GJM은 매우 유용한 대안이 될 것이다. 왜냐하면 GJM은 임의의 조합에 대하여 이론해를 예측하는 경향을 보여주기 때문이다.

한편, 시스템해석에 사용한 수치기법의 정확도를 평가하기 위하여 급속비정상 문제의 전기계적에너지의 자취를 비교하였으며, 이러한 방법은 수치점성에 의한 감쇄효과를 명확하게 표현하므로 매우 유용하다는 것을 확인하였다. 실험결과는 2차 정확도를 갖는 공간차분법이 1차 정확도의 공간차분법에 비해 정확성과 효율성에 있어 월등함을 보여주었다.

ACKNOWLEDGEMENT

서울대학교 기계항공공학부 대학원 Brain-Korea-21 프로그램의 재정적 지원과 항공우주신기술연구소의 행정적 지원에 감사드립니다.

REFERENCE

- [1] 2005, Boulos, P.F. et al., "Hydraulic Transient Guidelines for Protecting Water Distribution Systems," *Journal of AWWA*, Vol.97, pp.111-124.
- [2] 2006, Baron, A. et al., "High-speed trains: Prediction of micro-pressure wave radiation from tunnel portals," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.296, pp.59-72.
- [3] 2003, Zhang, G.Q. and Assanis, D.N., "Manifold Gas Dynamics Modeling and Its Coupling With Single-Cylinder Engine Models Using Simulink," *J. Eng. Gas Turbines and Power*, Vol.125, pp.563-571.
- [4] 1998, Guinot, V., "Boundary Condition Treatment in 2X2 Systems of Propagation Equations," *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, Vol.42, pp.647-666.
- [5] 1984, Osiadacz, A., "Simulation of Transient Gas Flows in Networks," *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, Vol.4, pp.13-24.
- [6] 2006, Colombo, R.M. and Garavello, M., "A well-posed Riemann problem for the p-system at a junction," *Networks and Heterogeneous Media*, Vol.1, pp.495-511.
- [7] 2004, Zhao, M. et al., "Godunov-Type Solutions for Water Hammer Flows," *J. Hydraulic Engineering*, Vol.130, pp.341-348.
- [8] 2001, Bassett, M.D. et al., "Calculation of steady flow pressure loss coefficients for pipe junctions," *J. Mechanical Engineering Science*, Vol.215, pp.861-881.
- [9] 2005, Oka, K. and Ito, H., "Energy Losses at Tees With Large Area Ratios," *J. Fluid Engineering*, Vol.127, pp.110-116.