



CFD 해석결과 검증을 위한 불확실도 연구

이진희,¹ 양영록,¹ 신성민,¹ 명노신,^{*2} 조태환²

THE INVESTIGATION OF UNCERTAINTY FOR THE CFD RESULT VALIDATION

J.H. Lee,¹ Y.R. Yang,¹ S.M. Shin,¹ R.S. Myong^{*2} and T.H. Cho²

An approach to CFD code validation is developed that gives proper consideration to experimental and simulation uncertainties. The comparison errors include the difference between the data, simulation values and represents the combination of all errors. The uncertainties of modeling and numerical analysis in the CFD prediction were estimated by a Coleman's theory. In this paper, the numerical solutions are calculated by A-type standard uncertainty and Richardson extrapolation Method.

Key Words : 전산유체역학(CFD), 불확실도(Uncertainty), 모델링 불확실도(Modeling Uncertainty), 수치해석 불확실도(Numerical Uncertainty)

1. 서론

최근 컴퓨터의 급속한 발달 및 보급과 함께 CFD(computational fluid dynamics)에 의한 수치적 연구가 비약적인 발전을 이루어 왔다. 이로 인해 지금까지의 실험 및 해석적 연구를 통한 유체 유동해석을 CFD 코드를 이용한 수치해석이 대신해 가고 있다. 연구소 및 산업체에서도 상용 CFD 코드를 사용하여 많은 공학적인 유체 유동문제를 해결하고 있다. 이와 같이 연구소 및 산업체에서의 CFD 활용도가 증가하고 있는 시점에서 CFD의 검증 및 신뢰성을 높이기 위한 불확실도의 연구가 국내외적으로 활발히 수행되고 있다[1-3]. 불확실도는 실험데이터와 시뮬레이션 결과에 모두 포함되어 있다. 하지만 본 논문에서는 검증을 위해 데이터는 참 값으로써 불확실도를 고려하지 않아도 되는 기준 값으로 가정하고 시뮬레이션의 결과에 포함된 에러를 분석하였다.

$$E = D - S \quad (1)$$

여기서 E는 에러이고 D는 기준데이터 그리고 S는 시뮬레이션 결과이다. 이것을 그래프로 나타내면 Fig. 1과 같이 X와 Y에 대해 나타낼 수 있다. Fig. 1에서 시뮬레이션 S와 기준 데이터 D의 각각의 예측되어진 값들을 볼 수 있다. E는 실험과 시뮬레이션의 비교에러이다. 불확실도는 이러한 에러로부터 추정되어진다. 시뮬레이션 불확실도 U_S 는 Coleman이 제시한 식에 따라 다음과 같이 정의된다[3].

$$U_S^2 = U_{SN}^2 + U_{SPD}^2 + U_{SMA}^2 \quad (2)$$

U_{SN} 은 시뮬레이션 수치해석 불확실도, U_{SPD} 는 실험 데이터로부터 발생된 시뮬레이션 불확실도이고 U_{SMA} 는 모델링의 가정 속에 내포되어 있는 시뮬레이션 모델링 불확실도이다. U_{SMA} 과 U_{SN} 은 각각 A형 표준불확실도[5]와 Richardson 외삽법[6]을 이용하여 각각의 불확실도를 수치화를 수행하였다. U_{SPD} 는 앞선 언급한 것과 같이 데이터가 기준 값으로 에러를 포함하고 있지 않다고 가정하여 배제하였다. 이것을 바탕으로 검증을 위한 시뮬레이션의 에러를 분석하는 방법론적 관점을 제시하고자 한다. 본 논문에서는 불확실도 분석을 수행한 뒤 불확실도를 고려한 CFD 코드 검증에 대해 접근하였다. 앞서 언급하였듯이 불확실도는 데이터와 시뮬레이션 결과의 차이와 그 외 수반되는 모든 에러를 포함한다.

1 학생회원, 경상대학교 대학원 기계항공공학부

2 정회원, 경상대학교 기계항공공학부 및 항공기부품기술 연구소

* Corresponding author, E-mail: myong@gnu.ac.kr

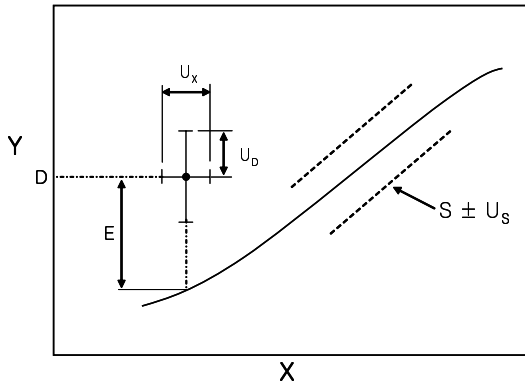


Fig. 1 Definition of Comparison Error

Coleman이 제시한 이론을 바탕으로 불확실도를 고려한 CFD 코드 검증을 위해 모델링 및 수치해석과정의 불확실도를 분석하였다. 모델링 불확실도는 난류 모델링 에러를 고려하였고, 수치해석 과정의 불확실도는 분할과 격자 구성 에러를 고려하여 해석하였다. 모델링 불확실도는 난류 모델링 에러를 A형 표준불확실도를 이용하여 수치화하였고, 수치해석 과정의 불확실도는 분할과 격자 구성 에러를 Richardson 외삽법을 이용하여 불확실도를 수치화하였다. 수치화된 불확실도는 검증을 위한 에러범위를 나타내는 척도로서 활용된다.

2. 본 론

2.1 CFD의 불확실도 분석

물리적인 시스템에서 CFD 해석결과에 이르기까지 모델링, 수치해석 그리고 사용자의 모델링과 수치해석 수행과정에서 생기는 에러(user wrong decision making errors)로 크게 세 가지로 분류하였다. 모델링 불확실도는 물리적인 시스템을 수학식으로 표현하는 과정 속에 내포되는 가정들의 에러로 인해서 생기며, 수치해석 불확실도는 그 수학식이 가지고 있는 에러로 인해 발생된다. 구체적으로 모델링 에러에는 형상(geometry modeling errors), 수치 해석적 모델링(mathematical modeling errors), 난류 모델(turbulence model errors), 경계 및 초기조건(boundary and initial condition errors)으로 분류된다. 수치해석 과정 에러는 분할(discretization errors)불완전한 반복수렴(incomplete iteration errors), 외부유동 경계 조건(outflow boundary condition errors), 격자 구성(computational grid constitution errors), 컴퓨터 수치에러(computer truncation errors)로 분류된다. 무수히 많은 불확실도를 모두 고려하여 모델링 단계부터 반영하거나 또는 수치해석 중간에 확인하며 최종

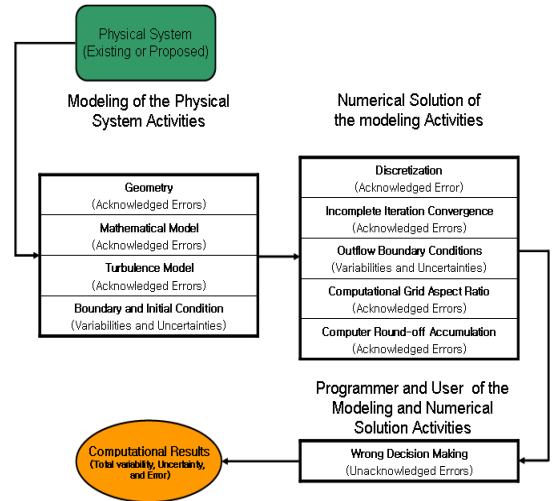


Fig. 2 Modeling and Numerical Solution Uncertainties

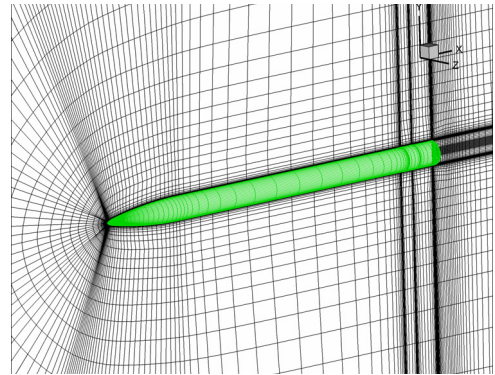


Fig. 3 Computational Mesh Generation of the Missile

데이터의 불확실도(uncertainty)를 평가하는 작업은 중요하지만 그리 쉽지 않은 작업이다.

2.2 모델링 과정의 불확실도 수치화

물리적 시스템의 모델링 과정에는 Fig. 1에서와 같은 에러들이 존재한다. 여기서는 난류모델링 에러를 선정하여 A형 표준불확실도 식을 이용하여 불확실도를 수치화하였으며[8], 그 방법론을 소개하는 것에 주안점을 두어 단편적인 결과만을 제시하였다.

2.2.1 유동해석방법 및 격자구성

3차원 압축성 점성 유동장(three dimensional compressible viscous flowfield)을 해석하기 위하여 상용해석 프로그램인 Fluent[7]를 사용하였다. 불확실도에 대한 변수 X_i 는 난류모델이며 n_i 는 그 종류의 수이다.



난류모델로는 k-epsilon, k-omega, Spalart-Allmaras 그리고 Reynolds stress를 이용하였고 각 난류 모델의 SWF(standard wall function)와 EWD(enhanced wall treatment)의 기법을 이용하였다. 비행조건은 마하수는 1.6, 받음각은 4도이며 해면고도다. 격자구성은 Fig. 3과 같으며 격자수는 약 70만개이다.

2.2.2 표준 불확실도

불확실도를 평가하는 방법에 따라 A형 표준불확실도 및 B형 표준불확실도로 나눌 수 있다. 모델링 과정의 불확실도 수치화에서는 통계적으로 처리하는 방법으로 표준분산에 해당되는 값을 구할 수 있는 A형 표준 불확실도를 이용하여 모델링 과정의 불확실도를 수치화하였다[5]. A형 표준불확실도에 대해서 구체적으로 설명하면, 변수 X_i 에 대해 각각 n_i 개의 값을 획득하여 평균한 경우 표본 표준편차 S_i 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S^2 = \frac{1}{(n_i - 1)} \sum_{k=1}^{n_i} (X_{i,k} - \bar{X}_i)^2 \tag{3}$$

위의 통계적 값으로부터 A형 표준불확실도를 추정하게 되는데 다음과 같다.

$$u(x_i) = \frac{S_i}{\sqrt{n_i}} \tag{4}$$

만약 변수 X_i 를 구하기 위한 위의 과정, 즉 n_i 개의 자료를 획득하여 평균하는 과정을 다른 해석 시스템, 다른 난류 모델 및 기법 혹은 다른 사용자로서 m 회 반복하여 실시한 다음 결과를 평균으로 구하면 이때의 표준편차 S_p 는 아래 식과 같이 계산되어진다.

$$S^{2p} = \frac{\sum_{j=1}^m \nu_{i,j} S^{2i,j}}{\sum_{j=1}^m \nu_{i,j}} \tag{5}$$

$$S_{i,j}^2 = \frac{1}{(n_{i,j} - 1)} \sum_{k=1}^{n_i} (X_{i,j,k} - \bar{X}_{i,j})^2$$

$$\nu_{i,j} = n_{i,j} - 1$$

위 식으로부터 측정된 X_i 의 A형 표준불확실도는 다음의 식 과 같이 계산한다.

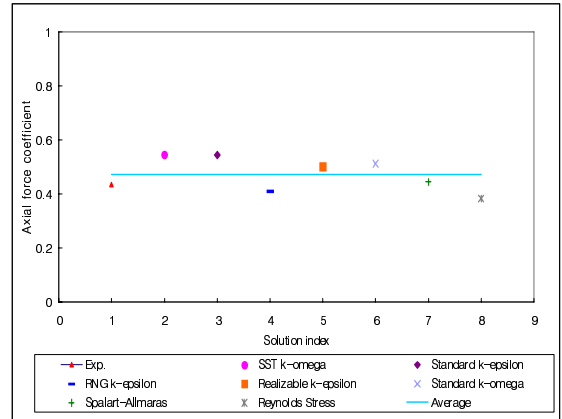


Fig. 4 Axial Force Coefficients distribution of the Turbulent Modeling

$$u(x_i) = \frac{S_p}{\sqrt{m}} \tag{6}$$

위의 통계적 방법에서 알 수 있듯이 해석 결과의 획득이 많을수록 그리고 이러한 해석 과정을 많이 반복하면 할수록 A형 표준불확실도가 낮아지는 것을 알 수 있다.

2.2.3 모델링 과정의 불확실도 결과

Fig. 4는 난류모델링의 종류에 따른 항력계수의 분포도며 풍동데이터를 참 값이라고 하였을 때 그에 대한 분산의 정도를 눈으로 확인할 수 있다. Table 1은 A형 표준불확실도에 대한 값이다. 물리적인 현상이 수학적으로 표현된 난류모델이 가지고 있는 에러를 수학적식으로 세부적으로 파악한 것이 아니라 결과해석의 검증을 위한 불확실도를 가능하는 것이므로 이 데이터는 타당하고 볼 수 있으며, 컴퓨팅 시간과 여러 모델에 대한 해석이 이루어진다면 더욱 신뢰도가 높은 데이터가 될 것으로 판단된다.

2.3 수치해석 과정의 불확실도 수치화

수치해석 과정에 내포되어 있는 분할 및 격자구성 에러에 대한 불확실도를 수치화 하는 과정에서 Richardson 외삽법 (REM, Richardson Extrapolation Method)이 사용되었다[6]. 격자수와 간격을 달리하여 Fig. 6과 같이 격자를 구성하였으며 각각의 격자에 따른 공력데이터와 REM을 이용하여 에러를 수치화하였다.

Table 1 'A' Type Standard Uncertainty Value

Index	S_i	n_i	$u(X_i)$
$i=1$	0.05791	7	0.00218

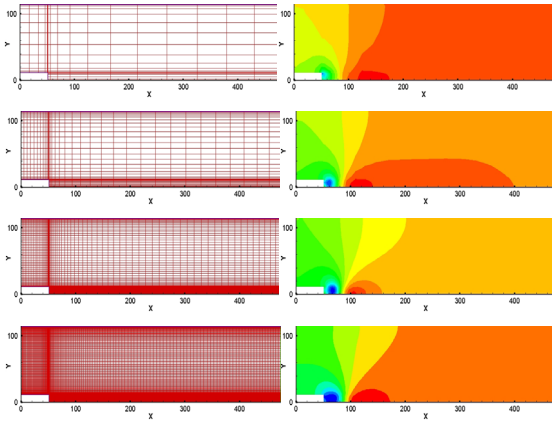


Fig. 5 Grids and Computed Pressure Contours on the Backward Facing-step

2.3.1 유동해석코드 및 조건

2차원 비압축성 점성 유동장(two dimensional incompressible viscous flowfield)을 해석하기 위하여 상용해석 프로그램인 Fluent[7]를 사용하였다. 난류 모델은 standard k-epsilon 모델을 사용하였고, 설정 값은 C_μ (turbulent model constant)=0.09, $C_{1\epsilon}$ =1.44, $C_{2\epsilon}$ =1.92, σ_k =1.0, σ_ϵ =1.314 이다. 레이놀즈수는 32400 이며 형상은 X=457.2mm, Y=114.3mm이다. ν (kinetic viscosity)= 1.56×10^{-5} m²/s 이고 초기속도는 44.2m/s이다.

2.3.2 Richardson Extrapolation Method

1차원 해법의 에러는 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_h = \phi - \phi_h = a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + \dots \quad (7)$$

여기서 ϕ 는 정확한 수치해석 결과이다. ϕ_h 는 근사수치해석 결과이고 아래첨자 h 는 분할 파라미터이다. $a_i, i = 1, 2, 3, \dots$ 는 h 와 관련이 없는 계수이다. 무한히 작은 h 에 대하여 식 (7)은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\epsilon_{ah} = \phi - \phi_{ah} = C(\alpha h)^n \quad (8)$$

여기서 n 은 해법의 차원이고, a 는 격자 세분화 요소이다. C 는 계수이다. 식 (8)로부터 유도된 식은 다음의 세 가지 n, ϕ_{ext} , 그리고 C 로 정의된다[4].

$$n = \ln[(\phi_{2h} - \phi_{4h}) / (\phi_h - \phi_{2h})] / \ln 2 \quad (9)$$

$$\phi_{ext} = (2^n \phi_h - \phi_{2h}) / (2^n - 1) \quad (10)$$

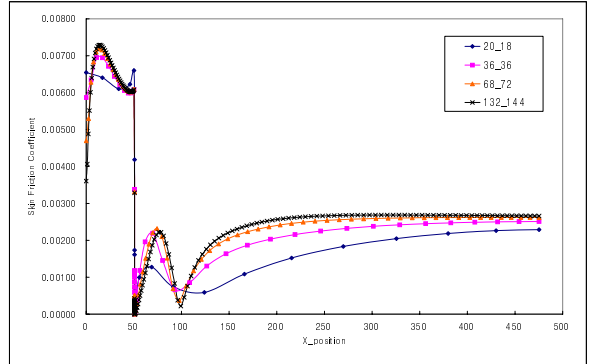


Fig. 6 Variation of Skin Friction Coefficient Along the South Wall(step side)

$$C = (\phi_{ext} - \phi_h) / h^n \quad (11)$$

n 은 해법의 차원이고, ϕ_{ext} 외삽법을 이용한 수치 해석 결과이며, 이들은 분할 파라미터 h 의 독립된 변수이지만 C 는 종속변수이다. 외삽법을 이용하여 격자 세분화와 관련한 에러 e_r 는 다음과 같다.

$$e_r = |(\phi_{ext} - \phi_h) / \phi_{ext}| \quad (12)$$

2.3.3 수치해석 과정의 불확실도 결과

격자수와 간격에 따라서 압력분포 및 표면마찰항력계수의 값이 다르게 나오는 것을 Fig. 5-6에서 확인할 수 있다. 그리고 REM을 이용하여 X 위치에 따라서 격자 세분화에 따른 에러 e_r 를 수치화 할 수 있었다. Fig. 6과 Table 2를 비교해 보았을 때 분할과 격자구성 에러에 대한 수치적인 결과를 에러의 크기를 확인 할 수 있다.

3. 결론

본 논문에서는 CFD의 검증 및 신뢰성을 높이기 위하여 Coleman이 제시한 이론을 바탕으로 모델링 및 수치해석과정

Table 2 Calculated n Values from C_f Profiles, e_r (% error)

Using the first 3 grid distributions			
X_position	n from Cf	(C _f)ext	e _r (% error)
169	1.09761	0.00254	12.2
216	1.06350	0.00272	9.8
325	1.01435	0.00278	6.4



의 불확실도를 분석하고 수치화하였다. 모델링 불확실도는 난류 모델링에러를 A형 표준불확실도를 이용하여 수치화하였고, 수치해석 과정의 불확실도는 분할과 격자 구성 에러를 Richardson 외삽법을 이용하여 불확실도를 수치화하였다. 수치화된 불확실도는 검증을 위한 에러범위를 나타내는 척도로써 활용됨을 확인하였다. 향후에는 본 논문에서 다룬 이외의 불확실도를 수치화하여 CFD의 검증 및 신뢰도를 더욱 높일 수 있는 연구가 진행될 것이다.

후 기

본 논문은 한국학술진흥재단 중점연구소(KRF-2005-005-J09901) 및 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 대해 깊이 감사를 드립니다.(계약번호 UD070041AD)

참고문헌

- [1] 2000, Oberkampf, W.L., Deland, S.M., Rutherford, B.M., Diegert, K.V. and Alvin, K.F., "Estimation of Total Uncertainty in Modeling and simulation," *SANDIA Report*.
- [2] 1997, Coleman, H.W. and Stern, F., "Uncertainties and CFD Code Validation," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.119.
- [3] 2002, Hu, G., "Uncertainty Assessment for CFD Using Error Transport Equation," *Thesis of Engineering and Mineral Resources at West Virginia University*.
- [4] 1993, Celik, I. and Zhang, W.-M., "Application of Richardson Extrapolation to Some Simple Turbulent Flow Calculations," *Proceedings of the symposium on Quantification of Uncertainty in Computational Fluid Dynamics*, ASME Fluids Engineering Division Spring Meeting, Washington, D.C., June 20-24, pp.29-38.
- [5] 1998, 정낙삼 외, *측정불확도 표현 지침*, 한국표준과학연구원.
- [6] 1995, Celik, I. and Zhang, W.M., "Calculation of Numerical Uncertainty Using Richardson Extrapolation: Application to Some Simple Turbulent Flow Calculations," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.117.
- [7] 2004, *FLUENT 6.2 User's Manual*, FLUENT Inc.
- [8] 2004, 안효근, 홍승규, 이복직, 안창수, "초음속 유도탄 기저항력 예측의 불확실성," *한국전산유체공학회 추계학술대회*, pp.47-51.