

두께가 급격히 변하는 유동에서의 복굴절 Flow-Induced Birefringence in the Region of an Abrupt Thickness Transition

*이호상¹

*H. S. Lee

¹충주대학교 항공·기계설계학과

Key words : birefringence, viscoelasticity, contraction, expansion, pressure, stress

1. 서론

렌즈, CD기판, LCD 백라이트 도광판 등 정밀 플라스틱 광학 부품의 수요가 크게 증가하면서 고분자 수지의 유동 과정에서 발생하는 복굴절 거동에 대한 과학적인 이해의 중요성이 더욱 커지고 있다. 일반적으로 고분자 성형에서 두께가 급격히 변하는 유동영역이 존재하게 되며, 대표적으로 사출성형의 러너, 게이트 및 캐비티 연결부위, 압출성형의 입구영역 등에서 급격한 수축 및 확산 유동을 겪게 된다. 고분자의 점탄성 특성으로 인하여 급격한 두께 변화가 있는 영역에서의 유동을 제대로 해석하기 어려우며, 이로 인하여 플라스틱 제품의 게이트 주변 또는 두께가 급격히 변하는 부위에서 발생하는 압력손실, 응력 및 복굴절 등을 정확하게 예측하는 것이 중요한 과제로 남아있다.

고분자의 입구유동에 대한 점탄성 해석은 Maxwell 구성방정식에 기초한 연구와 Leonov 구성방정식을 적용한 점탄성 해석 등이 많이 이루어져왔다¹⁻³. 특히, Isayev는 Leonov 구성방정식을 기초로 유선적분 알고리즘을 개발하여 고분자 유동에서 발생하는 응력성분을 계산하고 실험결과와 잘 일치하는 성공적인 결과를 보고하였다^{2,3}. 그동안 급격한 수축 또는 확산 유동에 대한 점탄성 해석은 수렴성 향상을 위한 수치해석 알고리즘 개발에 대한 연구가 대부분이고, 사용한 수지는 PTT(Passenger Tire Tread) 고무, Polyisobutylene, Polyethylene 등이다.

본 논문에서는 점탄성 해석을 적용하여 두께가 급격히 변하는 유동영역에서 유량 및 압력손실이 복굴절에 미치는 영향, 그리고 유동방향을 반대로 하였을 경우 복굴절의 변화를 중점적으로 고찰하였다. 사용한 수지는 복굴절에 의하여 품질 영향을 크게 받으며 광학부품 성형에서 많이 사용되는 폴리카보네이트이며, 해석은 Leonov 구성방정식을 기초로 2차원 유동장에 대한 유한요소법을 사용하였다.

2. 해석이론

관성력을 무시한 비압축성 정상상태 유동에 대한 연속방정식과 운동방정식은 각각 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = 0 \quad (2)$$

여기서 \mathbf{v} 는 속도벡터, $\boldsymbol{\tau}$ 는 응력텐서를 나타낸다.

Leonov 모델을 사용한 구성방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\boldsymbol{\tau} = -p\boldsymbol{\delta} + \eta_0 s (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T) + \sum_{k=1}^N \frac{\eta_k}{\theta_k} \mathbf{C}_k \quad (3)$$

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{C}_k - \nabla \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{C}_k - \mathbf{C}_k \cdot \nabla \mathbf{v} + \frac{1}{2\theta_k} (\mathbf{C}_k \cdot \mathbf{C}_k - \delta) = 0 \quad (4)$$

여기서 δ 는 단위텐서, p 는 압력, s 는 유변학적 물성치, 그리고 \mathbf{C}_k 는 Leonov 모델에서 k th 모드의 탄성 변형율 텐서를 나타내며, η_k 와 θ_k 는 각각 k th 모드의 전단점성(shear viscosity) 및 이완시간(relaxation time)이다. 또한 η_0 는 전단속도 0인 경우의 점도이며, s 는 0과 1 사이의 유변학적 물성변수이다.

뉴튼유체에 기초하여 속도장에 대한 초기치를 가정하고, 식 (4)로부터 탄성 변형율텐서 \mathbf{C}_k 를 계산한 후 식(1)과

(2)로부터 속도장과 압력장을 계산한다. 위와 같은 과정은 속도장과 응력장이 수렴할때까지 반복적으로 이루어진다. 계산된 법선응력과 전단응력을 기초로 하여 광응력법칙을 사용하여 다음과 같이 복굴절이 계산된다.

$$\Delta n = C_\sigma ((\tau_{11} - \tau_{22})^2 + 4\tau_{12}^2)^{1/2} \quad (5)$$

여기서 C_σ 는 광응력계수(stress optical coefficient)이다.

속도와 압력을 계산하기 위하여 유한요소법을 사용하였다. 삼각요소를 기초로 하여 속도는 2차원 형상함수, 그리고 압력은 1차원 형상함수를 적용하였으며, 자세한 유한요소식과 경계조건식은 참고문헌²에 나타나 있다.

3. 결과

적용모델은 Fig.1에서 나타난 바와 같이 4:1로 급격한 변화를 갖는 수축유동이며, 유한요소해석을 위하여 156개의 요소와 361개의 절점을 사용하였다. 반면에 확산유동에 대한 해석은 수축유동의 경우와는 유동방향을 반대로 설정하여 두께가 얇은 쪽이 입구영역이 되도록 경계조건을 설정하였다.

일차적으로 해석결과를 참고문헌³의 실험과 비교하기 위하여 PTT(Passenger Tire Tread) 고무를 사용하였으며, 그리고 유량 및 압력손실이 복굴절에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 광학부품 성형에서 많이 적용되는 폴리카보네이트(Panlite AD5503) 수지를 사용하였다. 폴리카보네이트 수지에 대한 점탄성 해석을 위하여 Greener⁴가 측정된 점도데이터를 기초로 최소자승(Least Square Fitting) 방법을 적용하여 Leonov 구성방정식에서 사용되는 물성치를 계산하였으며, 물성치는 Table 1과 같다.

Fig. 2는 PTT 수지를 사용한 경우 유량 변화에 따른 압력손실을 나타낸 것으로 해석결과는 실험결과³와 잘 일치하고 있다. 0.4 cc/sec 이하의 낮은 유량에서 압력손실은 수축유동의 경우보다 확산유동에서 더욱 크게 발생하였으며, 이는 기존의 실험결과와도 잘 일치하는 것이다^{1,3}.

Fig.3은 폴리카보네이트 수지에 대하여 수축유동의 경우 유량에 따른 중심선에서의 속도를 나타낸 것이다. 유량과 함께 증가하고 있는 속도가 두께가 두꺼운 영역에서 얇은 영역으로 들어가자마자 피크값을 나타내고 있음을 볼 수 있다.

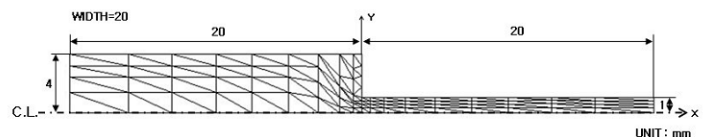


Fig. 1 Finite element meshes with geometrical dimensions

Table 1 Material parameters

PTT	Polycarbonate
N=3, $s = 4.39 \times 10^{-5}$,	N=2, $s = 2.1 \times 10^{-3}$,
$\eta_1 = 1.3 \times 10^5 Pa \cdot s$	$\eta_1 = 149.1 Pa \cdot s$
$\theta_1 = 6.30 s$	$\theta_1 = 1.768 \times 10^{-3} s$
$\eta_2 = 1.54 \times 10^4 Pa \cdot s$,	$\eta_2 = 94.5 Pa \cdot s$
$\theta_2 = 0.109 s$	$\theta_2 = 2.315 \times 10^{-4} s$
$\eta_3 = 3.11 \times 10^2 Pa \cdot s$,	$C_\sigma = 3.5 \times 10^{-9} Pa^{-1}$
$\theta_3 = 0.0013 s$	
$C_\sigma = 1.41 \times 10^{-9} Pa^{-1}$	

Fig.4 는 수축유동 및 확산유동 각각에 대하여 유량에 따른 중심선에서의 복굴절을 나타낸 것이다. 급격한 수축 유동의 경우 두께가 큰 영역에서 복굴절이 생성되기 시작하여 두께가 얇은 영역을 통과할 때 최대값을 갖고 있음을 볼 수 있다. 이후 복굴절은 응력이완과 함께 얇은 영역에서 급격히 줄어들게 되고, 유량이 클수록 복굴절이 유지되는 길이가 증가하고 있음을 알 수 있다. 한편 확산유동의 경우 두께가 얇은 영역에서는 복굴절이 거의 생성되지 않으며, 두꺼운 영역으로 들어가기 직전에 비로서 생성되기 시작하고 있음을 알 수 있다. 이후 두꺼운 영역을 통과한 이후에 최대값을 나타내며, 두꺼운 영역에서 이완되고 있음을 볼 수 있다. 또한 유량이 증가함에 따라 복굴절의 최대값이 나타나는 위치가 아래방향으로 이동하며, 이완되는 기울기가 작아지고 있음을 알 수 있다.

Fig.5 와 Fig.6 은 각각 압력손실 및 유량에 따른 두께 중심부위에서 발생하는 최대 복굴절의 변화를 나타내고 있다. 압력손실 및 유량이 증가함에 따라 복굴절이 증가하고 있으며, 확산유동의 경우보다 수축유동에서 더욱 크게 발생하고 있음을 볼 수 있다. 일반적으로 등온상태의 뉴튼유체에서는 동일한 형상에 대한 정방향 유동과 역방향 유동이 속도 및 응력값에 어떠한 영향을 미치지 않는다. 그러나 위에서 살펴본 바와 같이 수축 및 확산유동에서 복굴절 값이 서로 다르게 나타나는 것은 점탄성 유체에서 볼 수 있는 특징으로 이해될 수 있다. 특히, 압력손실 또는 유량이 증가할수록 확산유동과 수축유동 사이의 복굴절 차이는 더욱 커짐을 볼 수 있는데, 이는 유량이 증가할수록 탄성 효과가 더욱 커지게 되고 이로인하여 복굴절 차이가 증가하는 것으로 판단된다.

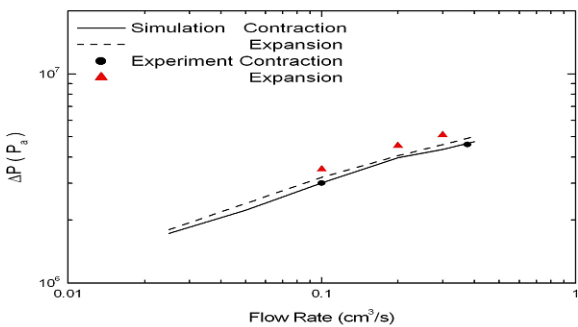


Fig. 2 Predicted and measured pressure drop versus flow rates for abrupt contraction and expansion die

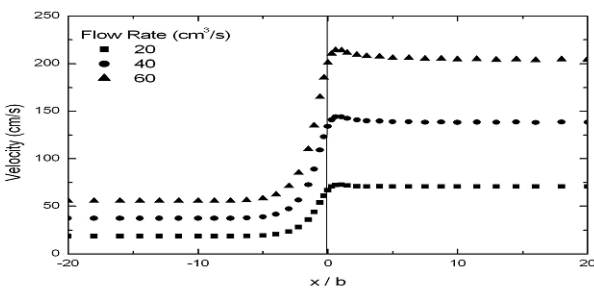


Fig.3 Predicted centerline velocity distribution in the axial direction in abrupt contraction die

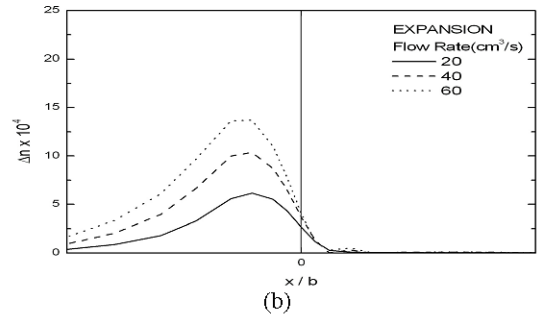
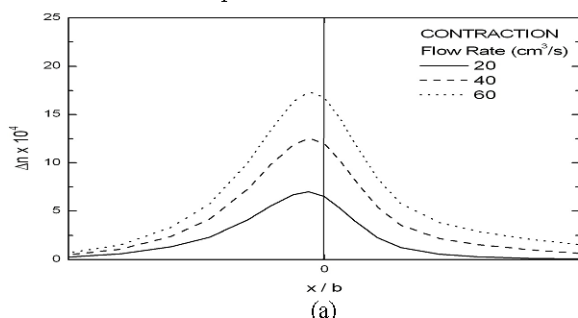


Fig.4 Birefringence along centerline for contraction (a) and expansion (b) flow at different flow rates

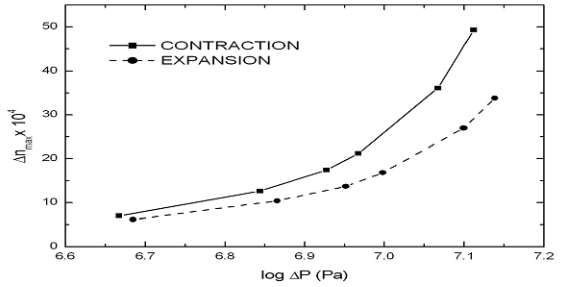


Fig.5 Birefringence maximum along centerline versus pressure drop

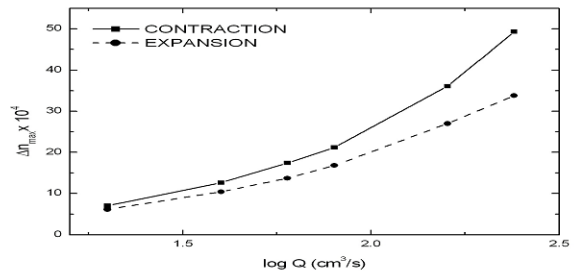


Fig.6 Birefringence maximum along centerline versus flow rate

4. 결론

4:1 로 두께가 급격히 변하는 유동영역에 대하여 Leonov 구성방정식을 기초로 유한요소해석을 수행하고 유량 및 압력손실이 복굴절에 미치는 영향에 대하여 고찰하였다. 계산된 압력손실은 수축유동의 경우보다 확산유동에서 더욱 크게 발생하였으며 실험결과와도 잘 일치하였다. 압력손실 및 유량이 증가함에 따라 복굴절이 증가하였으며, 확산유동의 경우보다 수축유동에서 더욱 크게 발생하였다. 특히, 압력손실 또는 유량이 증가할수록 확산유동과 수축유동 사이의 복굴절 차이는 더욱 크게 발생하였다.

참고문헌

1. Isayev A.I., Upadhyay R.K., "Two-dimensional viscoelastic flows: experimentation and modeling", J Non-Newtonian Fluid Mech, **19**, 135-160, 1985
2. Upadhyay R.K., Isayev A.I., "Simulation of two-dimensional planar flow of a viscoelastic fluid", Rheological Acta, **25**, 80-94, 1986
3. Isayev A. I., Huang Y.H., "Two-dimensional planar flow of a viscoelastic plastic medium", Rheological Acta, **32**, 181-191, 1993
4. Greener J., Kesel R. and Contestable B.A., "The birefringence problem in optical disk substrate: a modeling approach", AIChE J, **35**, 449-458, 1989