

# 파장판의 각도 정렬을 통한 호모다인 간섭계의 비선형 오차 보상 Compensating a nonlinear error of a homodyne interferometer by the angular alignment of a wave plate

\*안정호<sup>1</sup>, 김재완<sup>2</sup>, 김종안<sup>2</sup>, #김수현<sup>1</sup>

\*J. H. Ahn<sup>1</sup>, J. W. Kim<sup>2</sup>, J. A. Kim<sup>2</sup>, #K. D. Kim(soohyun@kaist.ac.kr)<sup>1</sup>  
<sup>1</sup> 한국과학기술원(KAIST), <sup>2</sup> 한국표준과학연구원(KRISS)

Key words : Nonlinearity error, Homodyne interferometer, Wave plate, Angular alignment

## 1. 서론

짧은 측정 범위에서 고분해능(sub-nanometer)과 절대적 측정 정확도(accuracy)를 요구할 때 간섭계에서 발생하는 비선형성(nonlinearity)에 의한 오차가 측정에서 가장 큰 제약이 되고 있다. 이러한 간섭계에서의 비선형 오차는 주로 광학계의 불완전성(imperfection) 및 정렬오차 그리고 전기적인 노이즈(noise) 성분에서 기인한다. 본 연구에서는 호모다인 간섭계를 구성하는 광학계를 존스 행렬(Jones matrix)을 이용하여 표현하고, 이를 이용하여 간섭계를 모델링 하였다. 이를 통해 각각의 광학계의 성능에 따른 호모다인(homodyne) 간섭계에서 발생하는 비선형 오차에 대한 분석을 수행하였다. 그 결과 파장판(wave plate)의 정렬에 있어서 기존에 알려져 있던 22.5°, 45°의 수치는, 편광광선분할기의 성능에 따라 임의의 각도로 수정되어야 함을 제시하였다. 이러한 이론적인 고찰이 실제의 간섭계에도 적용될 수 있음을 실험 값과의 비교를 통해 증명하였으며, 이러한 내용을 바탕으로 추후 새로운 방법의 비선형 오차 보상법을 제시 가능성을 보였다.

## 2. 호모다인 간섭계 구성

본 연구에서는 미세 변위 측정에서의 진동 등 주변 환경에 의한 영향을 최소화하기 위해 케이지 시스템(cage system)을 이용하여 간섭계를 구성하였고, 광경로(optical path length)를 가능한 짧게 구성하여 공기 굴절률의 변화에 의한 오차 요인을 최소화 하였다. 광원은 광섬유(optical fiber)를 통해 시준기(collimator)로 전달되며, 평행광선은 간섭계의 편광광선분할기(Polarization Beam Splitter : PBS)로 진행하게 된다. 나노 스테이지(nano-stage)는 약 10 um 정도의 행정(stroke)을 가진다. 컴퓨터에서 HV-amp.(high voltage amplifier)로 구동 신호를 내어주고, 이 때 네 개의 포토 다이오드에서 얻어지는 신호는 DAQ(Data Acquisition) board를 이용하여 양자화(digitized)되어, 컴퓨터에 저장되고 이렇게 측정된 신호를 통해 이동 변위(displacement)를 계산할 수 있다. 스테이지 구동과, 간섭 신호, 리사주 그래프(lissajous graph), 비선형 오차를 하나의 프로그램으로 모두 제어 또는 신호 획득(acquisition) 후 처리(data processing)가 가능하다.

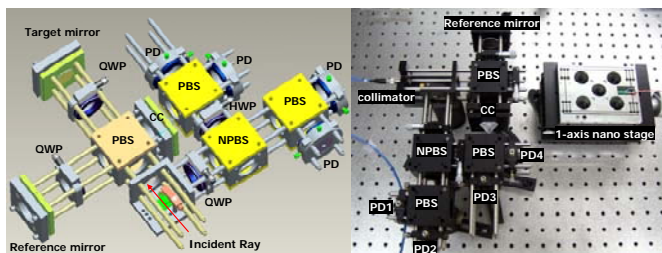


Fig. 1 더블 패스(double pass) 호모다인 간섭계의 3D 모델링과 실제의 간섭계 구성 (PD : Photo diode, PBS : Polarization Beam Splitter, NPBS : Non-Polarization Beam Splitter, QWP : Quarter Wave Plate, HWP : Half Wave Plate, CC : Corner Cube)

## 3. 존스 행렬(Jones Matrix)을 이용한 광학계 모델링

이상적인 편광광선분할기(PBS)의 경우 편광되지 않은 (randomly polarized) 빛의 경우 PBS 를 통과할 때, 오직 P 편광 성분만 투과(transmit)되고, S 편광 성분만 반사(reflect)된다. 이 때,  $T_p, T_s$ 는 P, S 편광 성분의 투과율(transmissivity)을 나타내며,  $R_p, R_s$ 는 P, S 편광 성분의 반사율(reflectivity)을 나타낸다. 아래 식 (1)은 일반적인 PBS 의 존스 행렬(Jones matrix)을 나타낸다.

$$T = \begin{bmatrix} T_p & 0 \\ 0 & T_s \end{bmatrix} \quad R_j = \begin{bmatrix} R_p & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \quad (1)$$

파장판(wave plate)은 위상지연자(retarder)라고도 하며, 전자기파가 파장판을 통과하면 편광 방향(전기장 벡터 방향)이 광축에 평행하거나 수직인 두 성분(정상광선과 이상광선)의 합이 되고, 파장판의 복굴절과 두께에 따라 두 성분의 벡터합이 변하게 되므로 통과한 후의 편광 방향이 달라지게 된다. 이 때, 빛의 편광방향을 90° 변화시키는 것을 사분파장판(quarter-wave plate)이라 하고, 180° 변화시키는 것을 반파장판(half-wave plate)라고 한다. 이 때 편광 성분에 따른 상대적인 위상 변화( $\Gamma$ : relative phase change)와 평균 위상차( $\phi$ : mean absolute phase change) 식 (2), (3)과 같다.

$$\Gamma = (n_s - n_f) \cdot k \cdot l \quad (2)$$

$$\phi = \frac{1}{2}(n_s + n_f) \cdot k \cdot l \quad (3)$$

QWP 와 HWP 의 경우에 대해  $\Gamma$ 은 각각  $\pi/2, \pi$ 이 된다. 일반적인 파장판(wave plate)의 존스 행렬(Jones matrix)은 다음과 같다.

$$W_o = e^{-i\phi} \begin{bmatrix} e^{-i\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma/2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

간섭계에 사용되는 파장판(wave plate)은 편광 상태에 따라 45°, 22.5°로 정렬을 하고 있다. 따라서 좌표를 회전시키는 행렬, R 을 앞뒤에 곱하여 W 행렬을 구한다. 이 때,  $\psi$ 는 회전 정렬 각도이다.

$$W = R(-\psi)W_oR(\psi) \quad (5)$$

$$= \begin{bmatrix} e^{-i(\Gamma/2)} \cos^2 \psi + e^{i(\Gamma/2)} \sin^2 \psi & -i \sin(\Gamma/2) \sin(2\psi) \\ -i \sin(\Gamma/2) \sin(2\psi) & e^{-i(\Gamma/2)} \sin^2 \psi + e^{i(\Gamma/2)} \cos^2 \psi \end{bmatrix}$$

각각 해당되는 값을 넣고 QWP 와 HWP 의 존스 행렬 Q, H 를 각각 구하면 (6)과 같이 표현된다.

$$Q_{45^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix}, \quad H_{22.5^\circ} = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

하지만 실제의 광학계를 모델링하기 위해서는 식 (1), (6)의 존스 행렬은 수정되어야 한다. 편광광선분할기는 편광 누설성분에 대한 표현이, 그리고 파장판의 경우는 임의의 각에 대한 존스 행렬의 표현이 필요하다. 또한 이러한 존스 행렬의 값은 실제 광학계의 성능을 실험을 통하여 또는 제작사의 설계 값을 고려하여 행렬 값에 반영해야 한다.

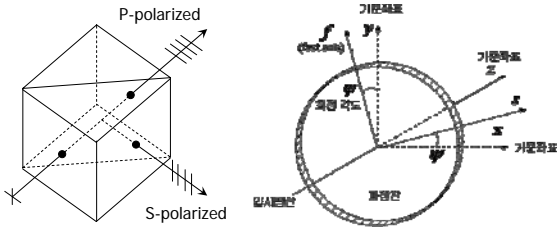


Fig. 2 편광광선분할기(PBS)와 파장판(Wave plate)

4. 광학계의 성능 측정을 위한 실험

실제의 편광광선분할기(PBS)의 성능을 측정하기 위해 Fig. 3 과 같은 실험 장치를 구성하였다. 정확한 측정을 위해 높은 편광비율(extinction ratio)을 가지는 글랜트슨(Glan Thompson) 편광기를 사용하였다. 광원 앞의 글랜트슨(Glan Thompson) 편광기를 회전시키면서, 포토다이오드 A(PD A)에 대한, 포토다이오드 B, C (PD B, PD C)에서 검출되는 광량의 비율을 측정한다.

이 때, PD A에 대한 PD B의 비가 가장 높을 때, 반사율(reflectivity)이 최고일 때를 의미하며, 레이저 빔의 편광이 S 편광 되었음을 의미한다. 이와 마찬가지로 PD A에 대한 PD C의 비가 가장 높을 때가 투과율(transmissivity)이 최대일 때며, P 편광 되었음을 의미한다. 또한 반사율(reflectivity)과, 투과율(transmissivity)이 최대일 때, 각각 PD B, C 앞에 글랜트슨(Glan Thompson) 편광기를 두어 반사 또는 투과된 빛의 편광비율(extinction ratio)을 측정한다. 이와 같은 과정을 통해 실제 광학계의 존스 행렬(Jones matrix)를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R = \begin{bmatrix} 0.0510 & 0.0268 \\ 0 & 0.9891 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 0.9844 & 0 \\ 0.0237 & 0.0290 \end{bmatrix} \quad (7)$$

식 (1)과 비교하여 볼 때, 행렬의 한 성분을 제외한 모든 성분에 상수 값이 존재함을 알 수 있다. 이는 PBS의 불완전성을 의미하며, 편광성분의 누설(cross talk)에 기인한 것이다.

사분파장판(quarter-wave plate), 반파장판(half-wave plate)의 경우 앞서 설명하였듯이, PBS의 불완전성으로 인해 45°, 22.5°가 아닌 임의의 각도로 정렬되어야 한다. 따라서 이러한 요인들을 모두 고려하여 식 (6)은 식 (8)과 같이 수정되어야 한다.

$$Q_{45^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 + i \sin 2\Delta\theta & -i \cos 2\Delta\theta \\ -i \cos 2\Delta\theta & 1 - i \sin 2\Delta\theta \end{pmatrix}$$

$$H_{22.5^\circ} = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -(\cos 2\Delta\theta + \sin 2\Delta\theta) & -(\sin 2\Delta\theta - \cos 2\Delta\theta) \\ -(\sin 2\Delta\theta - \cos 2\Delta\theta) & (\cos 2\Delta\theta + \sin 2\Delta\theta) \end{pmatrix} \quad (8)$$

이때  $\Delta\theta$ 는 45°, 22.5°에 대한 상대적인 각도 정렬(angular alignment) 값을 의미한다.

5. 비선형 오차 분석

앞서 기술된 존스 행렬(Jones matrix)을 이용하여 간섭계의 비선형 오차를 예상하여 보았다. 이론적인 접근에 사용된 가정은 다음과 같으며, 모두 실제 값에 기인한다.

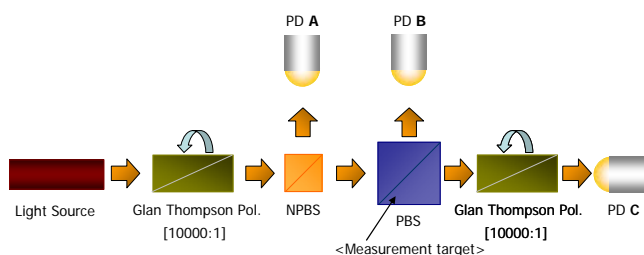


Fig. 3 PBS의 특성을 측정하기 위한 광학계 구성

- 광원은 주파수 안정화된 헬륨-네온 레이저이며(frequency stabilized He-Ne laser)이며, 파장은 632.8 nm 이고, 약 1 %의 빛의 세기 변화(Intensity fluctuation)을 가진다.
- 파장판은 1/250 [rad]의 파장지연 오차를 갖는다.
- 편광 광선 분할기(PBS)는 불완전하여 편광 누설(cross talk) 성분이 있다.

위와 같은 조건으로 비선형 오차를 계산해본 결과, Fig. 4와 같은 결과를 얻을 수 있었다. 이는 각각의 파장판(wave plate)의 각도 정렬 값에 따른 비선형 오차의 경향을 나타낸다. 그래프에서 볼 수 있듯이 비선형 오차를 최소화시키는 각도 정렬 값은 기존의 45°, 22.5°가 아님을 알 수 있다. 또한 비선형 오차를 최소화하도록 동시에 정렬되어야 할 파장판의 각도 정렬 값은 (9)와 같았다. 이 때의 비선형 오차는 1.81nm(표준 편차)에서 0.3609nm(표준 편차)으로 감소되었다.

$$\psi_1 = 43.8^\circ, \psi_2 = 54.5^\circ, \psi_3 = 49.4^\circ, \psi = 22.5^\circ \quad (9)$$

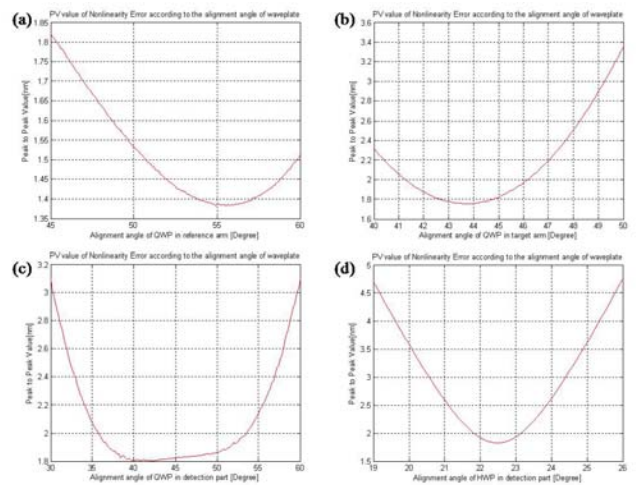


Fig. 4 (a) reference arm의 QWP 각도 정렬에 따른 비선형 오차, (b) target arm의 QWP 각도 정렬에 따른 비선형 오차, (c) detection part의 QWP 각도 정렬에 따른 비선형 오차, (d) detection part의 HWP 각도 정렬에 따른 비선형 오차

5. 결론

본 연구에서는 이론적인 고찰을 통해 PBS의 불완전성 때문에, 본래의 quadrature detection(간섭계 최종 두 신호가 90°의 위상차를 갖는 경우) 방법에서 제시하는 파장판의 정렬 각도는 22.5°, 45°가 최적이지 않음을 보였으며, PBS의 성능에 따라 임의의 각도로 정렬되어야 함을 보였다. 이는 광학계 정렬에 있어서의 보상법이 될 수 있으며, 소프트웨어적인 보상법이 함께 수행된다면 변위 측정 간섭계의 비선형 오차를 제거하는 것이 가능할 것으로 예상된다.

참고문헌

1. Tacho Keem, "Removing nonlinearity of a homodyne interferometer by adjusting the gains of its quadrature detector systems", Appl. Opt. 43, 2443-2448, (2004)
2. Jeongho Ahn, Jong-ahn Kim, Yoonkeun Kwak, SooHyun Kim, "Analysis on Nonlinearity Error in Compact Homodyne Interferometer Module", KSPE 2006년도 춘계학술대회 논문집
3. Jeongho Ahn, Jong-ahn Kim, Yoonkeun Kwak, SooHyun Kim, "Analysis of Nonlinearity Error Caused by Wave Plate in Homodyne Interferometer", KSPE 2007년도 춘계학술대회 논문집