

기하학적 오차를 고려한 5축 공작기계 설계: 직선축의 이송거리 한계

Design of a 5-axis machine tool with geometric errors: Limit of travel range for prismatic joint

*박성령¹, #양승한²

*S. R. Park¹, #S. H. Yang(syang@knu.ac.kr)²

¹ 경북대학교 대학원 기계공학과, ² 경북대학교 기계공학부

Key words : 5-axis machine tool, Error synthesis model, Geometric errors, Travel range

1. 서론

초정밀 5축 가공 시스템을 구현하기 위해서 스케일(Scale), 동적(Dynamic), 환경(Environment), 그리고 기하학적(Geometric) 오차의 제어가 중요하다. 특히 설계 단계에서 체적 오차를 예측하고 각 축에 대해 기하학적 오차를 배분하는 것은 가공기의 제작 후 존재하는 체적 오차를 최소화하는 방법이다. HTM (Homogeneous Transform Matrix)은 오차 합성을 모델링하는데 유용한 기법이다. 이 HTM은 회전(3X3 행렬)과 병진(3X1 벡터)에 관련된 정보가 4X4 행렬로 되어 있다. Bohez¹는 2장에서 오차 모델의 합성, 오차 측정 및 보정과 관련된 연구가 많음을 기술한다. 하지만 설계 단계에서 오차를 예측하는 연구는 많지 않다. Lee²는 설계 단계에서 3축 가공기 형태별로 체적 오차를 예측하고 최소의 체적 오차를 가지는 형태를 선정하였다.

본 논문은 테이블 틸팅(Table Tilting) 형태의 5축 가공기에 대해 체적오차를 예측하고 회전 및 직선축의 입력 값에 의해 발생하는 체적오차를 분석한다. 또한 각 축의 회전오차에 의한 직선축의 최대 입력 값의 한계를 기술한다.

2. 오차 정의

오차의 정의에 따라 최종 오차 합성 모델 결과가 다르게 표현된다. 그러므로 먼저 오차를 정의하는 것은 중요하다. 병진오차(Translational Error)는 선형변위오차(Linear Displacement Error)와 직진도(Straightness)가 있고 회전오차에는 롤(Roll), 피치(Pitch), 그리고 요(Yaw)가 있다. 축간 관계 오차는 직각도(Squareness)와 평행도(Parallelism)가 있다.^{3,4}

5축 가공기의 설계는 CAD 소프트웨어에서 기준 좌표계의 정의부터 시작한다. 각 부품에 부여된 공차 때문에 제작된 5축 가공기는 오차가 존재한다. 여기서 직선 스테이지의 이송 중 오차가 있다고 가정하면 설계 단계에서 정의된 스테이지의 로컬 좌표계 원점 경로는 공간상에 나타난다. 최소자승법으로 이 경로의 축을 만들고 이 축을 직선 스테이지의 축으로 정의한다. 회전 스테이지에 대해서도 같은 방법으로 축을 정의한다. 축간 관계 오차는 기준좌표계와 각 스테이지축과의 관계로 정의한다. 이는 회전오차와 비슷한 형태를 가지며 롤(Roll), 피치(Pitch), 그리고 요(Yaw)로 표현된다. 설계 단계에서 정의된 각 좌표계의 원점간 거리를 오프셋으로 정의한다. 시스템의 제작 후 가공 및 결합 오차에 의해 설계 단계에서 정의된 좌표계와 실제 좌표계의 원점이 일치하지 않는다. 이 두 원점 사이의 거리를 오프셋 오차라

정의한다. 위에서 정의된 모든 오차를 고려하여 직선과 회전축의 오차 모델을 합성하면 다음과 같다.⁵

$${}^p\tau_R = \begin{pmatrix} I & O_p + OE_p \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & C_p \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I + R_p & T_p \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I + S_p & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I + R_p + S_p & O_p + OE_p + C_p + T_p \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$${}^r\tau_R = \begin{pmatrix} I & O_r + OE_r \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I + R_r & T_r \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I + S_r & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_r & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (I + R_r + S_r)C_r & O_r + OE_r + T_r \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서,

I : Identity matrix

${}^p\tau_R, {}^r\tau_R$: 4X4 error synthesis model matrix of prismatic and rotary joint

C_p : 3X1 input vector of prismatic joint

C_r : 3X3 input matrix of rotary joint

O_p, O_r : 3X1 offset vector of prismatic and rotary joint

OE_p, OE_r : 3X1 offset error vector of prismatic and rotary joint

R_p, R_r : 3X3 rotational error skew matrix of prismatic and rotary joint

T_p, T_r : 3X1 translational error vector of prismatic and rotary joint

S_p, S_r : 3X3 squareness error skew matrix of prismatic and rotary joint

실제 제작된 5축 공작기계의 각 축과 설계 단계에서 정의된 기준 좌표계의 관계는 측정 불가능이다. 그러므로 기존의 오차 합성 모델에 사용한 방법으로 기준좌표계를 새로 정의한다. 즉, 기준좌표계의 x축과 실제 x축을 일치시키고 실제 y축은 기준좌표계의 xy 평면상에 정의한다. Fig.1은 새로 정의된 기준좌표계를 나타낸다.

3. 오차 합성 모델: 설계 단계

본 논문은 테이블 틸팅(Table Tilting) 형태에 대해서 오차 합성을 모델링하였다. Fig.2는 테이블 틸팅(Table Tilting) 형태의 모습을 나타낸다. 기준좌표계의 원점은 설계 단계에서 정의된 C축의 원점과 일치시키고 방향은 Fig.1과 같이 정의한다. 2절에서 오차

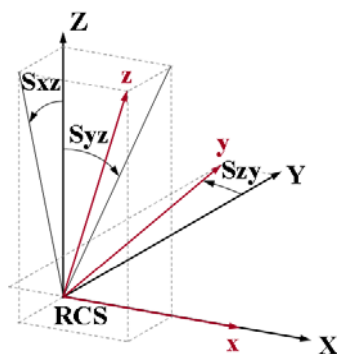


Fig. 1 Definition of reference coordinate system

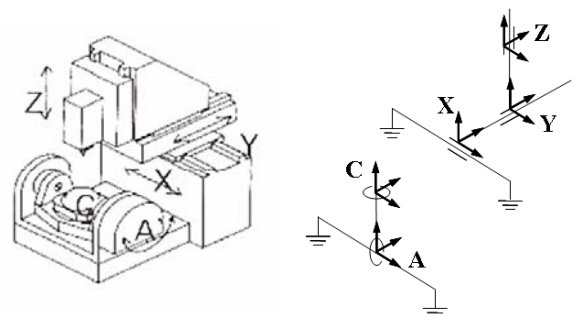


Fig. 2 Schematic diagram of table tilting configuration

를 정의하고 직선과 회전축에 대해 수행한 오차 모델을 이용하여 최종 오차 합성 모델을 만든다.

$$z_{\tau_R} = \begin{pmatrix} I+R_X & O_X+OE_X+C_X+T_X \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I+R_Y+S_Y & O_Y+OE_Y+C_Y+T_Y \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I+R_Z+S_Z & O_Z+OE_Z+C_Z+T_Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} I+R_X & O_Z+OE_Z+C_Z+T_Z+R_XO_Z \\ +R_Y+R_Z & +R_XC_Z+R_YO_Z+R_YC_Z \\ +S_Y+S_Z & +S_YO_Z+S_YC_Z+O_Y+OE_Y \\ 0 & +C_Y+T_Y+R_XO_Y+R_XC_Y \\ & +O_X+OE_X+C_X+T_X \\ & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

c_{τ_R} 도 같은 방법으로 구하면 다음과 같다.

$$c_{\tau_R} = \begin{pmatrix} C_A C_C + C_A S_C C_C & C_A O_C + C_A O E_C \\ + C_A R_C C_C & + C_A T_C + S_A C_A O_C \\ + S_A C_A C_C & + R_A C_A O_C \\ + R_A C_A C_C & + O_A + O E_A + T_A \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$z_{\tau_C} = z_{\tau_R} R_{\tau_C} \quad (5)$$

$$z_{\tau_{C,ideal}} = z_{\tau_{R,ideal}} R_{\tau_{C,ideal}} \quad (6)$$

$z_{\tau_{C,ideal}}$ 은 식(3)과 (4)에서 오차 부분을 제거하고 계산한 값이다. 최종 오차 합성 모델인 식(5)에서 식(6)의 영향을 제거하면 오차 값만이 남는다. 이 오차 중 병진오차만을 나타내면 식(7)이 된다.

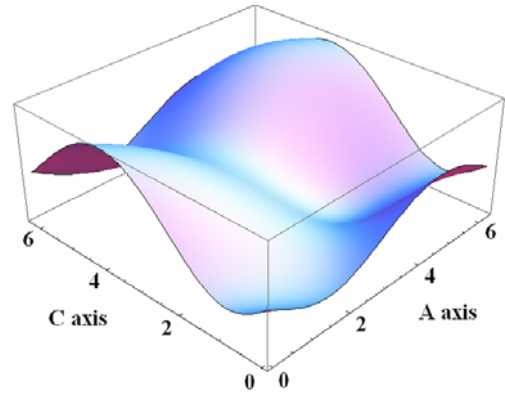
$$z_{E_C} = -C_C^T(T_C + O E_C) + C_C^T(S_C + R_C)C_A^T O_A \\ + C_C^T C_A^T(S_A + R_A)O_A - C_C^T C_A^T(T_A + O E_A) \\ - (R_X + R_Y + R_Z + S_Y + S_Z)C_C^T C_A^T O_A + R_X O_Y \\ + (R_X + R_Y + S_Y)O_Z + O E_X + O E_Y + O E_Z \\ + T_X + T_Y + T_Z + R_X C_Y + (R_X + R_Y + S_Y)C_Z \quad (7)$$

회전축 입력 값은 삼각함수로 1과 -1 사이에 있는 값이고 오차들은 아주 작다. 하지만 직선축 입력 값과 오프셋은 큰 값으로 체적오차에 큰 영향을 미친다. 한 축의 회전오차는 그 위에 결합되어 있는 축의 체적오차에 영향을 준다. 그래서 테이블 틸팅(Table Tilting) 형태의 5축 가공기는 y와 z축의 움직인 거리에 따라 체적오차가 커진다. 하지만 c축은 회전축으로 움직인 거리가 없으므로 a축의 회전오차에 영향을 받지 않는다.

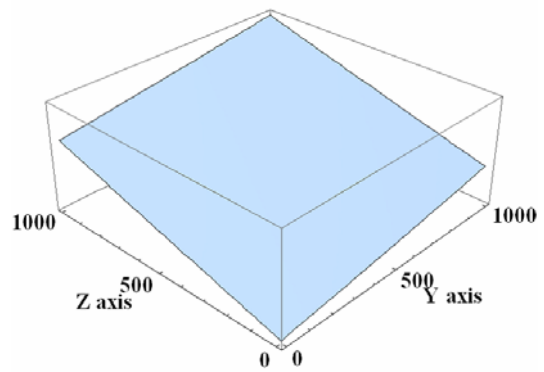
직선축의 최대 이송거리를 해석하기 위해 모든 오차 요소는 임의의 값으로 선정하여 평균값을 취한다. 오프셋은 특정 값으로 선정한다. 그리고 체적오차인 식(7)의 최대값과 그에 따른 y, z, a, 그리고 c 축의 값을 계산한다. 먼저 y와 z의 최대값을 식(7)에 대입한 후 a와 c값에 대한 체적오차를 계산한다. Fig.3 (a)는 이 계산 값을 나타낸다. 같은 방법으로 y와 z값에 대한 체적오차를 구하면 Fig.3 (b)와 같다. Fig.3을 보면 회전축에 대해서는 일정한 값 사이에서 체적오차에 영향을 준다. 하지만 직선축을 보면 이송거리가 길어지면 체적오차도 같이 커짐을 보인다.

4. 결론

조정밀 5축 가공기의 구현을 위해 기하학적 오차의 제어는 중요하다. 본 논문은 각 축의 기하학적 오차에 의한 오차 모델 합성과 체적오차에 대한 분석을 수행했다. 오차 합성 모델에서 회전축의 입력 값에 따라 체적오차의 영향은 크지 않다. 하지만 직선축의 이송거리가 길어지면 회전 및 직각도 오차에 의해 체적오차가 커진다.



(a) Inputs: A and C axes



(b) Inputs: Y and Z axes

Fig. 3 Volumetric error plot for different inputs

후기

본 연구는 지식경제부가 주관하는 전략기술개발사업의 지원으로 진행되었으며 지원 기관에 감사드립니다.

참고문헌

- Bohez, E.L.J., Ariyajunya, B., Sinlapecheewa, C., Shein, T.M.M., Lap, D.T., and Belforte, G., "Systematic Geometric Rigid Body Error Identification of 5-axis Milling Machines," *Computer Aided Design*, 39(4), 229-244, 2007.
- Lee, J.H., Yang, S.H., and Kim, Y.S., "Evaluation for Static and Dynamic Characteristics of a miniaturized Machine Tool according to Its Configuration," *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, IL, USA, IMECE 2006-14261*, 2006.
- Yang, S.H., Kim, K.H., Park, Y.K., and Lee, S.G., "Error analysis and compensation for the volumetric errors of a vertical machining centre using a hemispherical helix ball bar test," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 23(7/8), 495-500, 2004.
- Rahman, M., Heikkala, J., and Lappalainen, K., "Modeling, measurement and error compensation of multi-axis machine tools. Part I: theory," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 40(10), 1535-1546, 2000.
- Lin, Y. and Shen, Y., "Modelling of Five-Axis Machine Tool Metrology Models Using the Matrix Summation Approach," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 21(4), 243-248, 2003.