

주기적 패턴 가공을 위한 VCM의 반복제어기 설계 및 시뮬레이션 Design of Repetitive Controller and Simulation for Cutting with Periodically Pattern Shape

*노진희¹, 황진동¹, 김선호², #안중환³

*J. H. Noh¹, J. D. Hwang¹, S.H.Kim², #J.H.Ahn(jhwahn@pusan.ac.kr)³

¹ 부산대학교 대학원 기계공학부, ² 동의대학교 메카트로닉스 공학과, ³ 부산대학교 기계공학부

Key words : Voice Coil Actuator, Repetitive control, Tracking error

1. 서론

선반에서 가공이 불가능한 비원형 형상 부품들은 주물로 성형한 뒤 밀링과 후연삭 공정을 통하여 주로 제작되어 왔다. 밀링과 후연삭 공정을 통한 가공방식은 각 공정에서 공작물의 셋업시간이 길어져 생산성 효율이 떨어지고 가공 비용이 커지는 단점을 가지고 있다. 기존 가공방식의 문제점을 해결하기 위해 새로이 제안된 가장 효과적인 가공전략은 고속 위치제어가 가능한 공구이송계를 통해 선반에서 비원형 가공을 수행하는 방식이다. 최근 이러한 비원형 가공에 설치, 유지, 적용성 측면에 리니어모터보다 사이즈가 작고 전기장치구성이 단순한 VCA(Voice Coil Actuator) 적용한 사례가 증가하고 있다.⁽¹⁻²⁾

비원형 가공은 구동기의 일정한 주기적 구동과 비원형 형상에 대한 이전에 계산된 궤적 지령으로 이루어진다. 따라서 공구 구동기의 입력은 주기적으로 매 사이클마다 반복적이고, 이로 인해 발생하는 오차 역시 반복적인 특성을 가지고 있다. 이러한 주기적인 오차를 제거하기 위한 방법으로 반복제어기를 적용할 수 있으며 이는 현재 다양한 산업분야에 변형되어 적용되고 있다.

본 연구에서는 VCA의 수학적 모델링으로부터 시스템의 전달함수를 구하여, VCA의 단점인 위치에 따른 힘의 비선형성을 보상하기 위한 반복제어기를 설계하였다. 설계된 반복제어기의 추종성능을 검증하기 위해 PD제어만 수행했을 경우의 응답특성과 반복제어를 통한 응답특성을 시뮬레이션을 통해 비교 분석하여 시스템에서의 추종성능을 예측하였다.

2. VCM의 반복제어기

그림1은 반복제어기 시스템을 나타낸다. 플러그 인 반복 제어가 포함되지 않은 제어시스템의 전달함수 H(z)는 다음과 같이 표현할 수 있다.^{(3-4)¶}

$$H(z) = \frac{G_c(z)G_s(z)}{1+G_c(z)G_s(z)} = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (1)$$

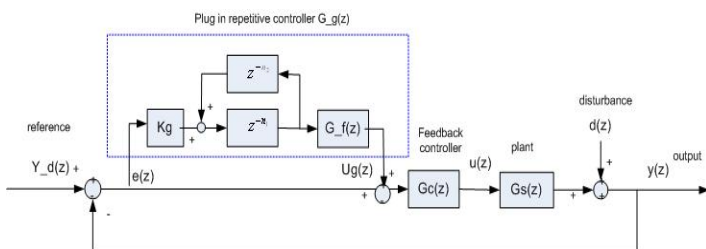


Fig. 1 Block Diagram for Plug in Repetitive Control

일반적으로 시스템이 점근적으로 안정한 시스템이라 가정하면 방정식 1의 극점은 단위원 내부에 있다. 이러한 가정은 페루프 제어 시스템이 점근적으로 안정하다는 것을 나타낸다. 또한 $B(z^{-1})$ 와 $1-z^{-N}$ 은 코프타임 관계를 가진다고 가정하면 $B(z^{-1})$ 는 아래와 같이 인수분해 가능하다.

$$B(z^{-1}) = B^+(z^{-1})B^-(z^{-1}) \quad (2)$$

$B^-(z^{-1})$ 는 단위원 밖이나 단위원 상에 존재하거나 단위원 내부에 있어도 바람직하지 않은 근으로 구성되며, $B^+(z^{-1})$ 는 $B^-(z^{-1})$ 에 포함되지 않는 근들로 구성된다. 이 설계의 목적은 전반적 시스템의 점근적 안정성을 보장하고 추종오차를 0로 수렴하게 하는 $u(k)$ 를 찾는 데 있다.

추종오차를 0으로 달성하기 위하여 IMP이론에 근거한 주기적 신호에 대한 내부모델이 제어시스템에 삽입되었다. 그림 1에서 삽입된 부분이 반복제어기라 불리어진다. 삽입된 반복제어기의 전달함수 $G_r(z)$ 는 다음과 같다.

$$G_r(z) = \frac{k_y z^{-N_1}}{1-z^{-N}} G_f(z) = \frac{k_y z^{N_2}}{z^{N_2}-1} G_f(z) \quad (3)$$

주기적인 입력신호에 대해서 $G_f(z)$ 는 일반적으로 다음과 같이 선택이 된다.

$$G_f(z) = \frac{z^{-n_u} A(z^{-1}) B^-(z)}{B^+(z^{-1}) b} \quad (4)$$

$$N_2 = n_u + d$$

b 는 $b \geq [B^-(1)]^2$ 을 만족하는 스칼라 값이며, n_u 는 제거 불가능한 영점 ($B^-(z^{-1})$)의 수이다.

이러한 모델링 설계에서 실제적으로는 모델의 불확실한 요소들이 플랜트에 존재하게 된다. 모델의 불확실한 요소로 인한 모델링 에러를 Δz 라고 하고, $\|\Delta(z)\| \leq \epsilon$ 을 만족하는 상수 ϵ 이 존재한다고 가정하자.

$$H_t(z) = H(z) + \Delta(z) \quad (5)$$

여기서 $H_t(z)$ 의 모든 극점은 단위원 내부에 있으며 시스템의 오차 전달 함수는 다음과 같다.

$$G_e(z) = \frac{1-z^{-N}}{1+G_c(z)G_s(z)} \frac{1}{1-z^{-N}(1-k_y z^{N_2} G_f(z) H_t(z))} \quad (6)$$

전반적인 페루프 시스템의 안정조건은 아래와 같다.

- 1) $1+G_c(z)G_s(z)=0$ 의 근이 단위원 내부에 존재
 - 2) $\|1-k_y z^{N_2} G_f(z) H_t(z)\| < 1$
- For all $z = e^{jw}, 0 < w < \frac{\pi}{T}$

$G_f(z)H_t(z)$ 는 방정식 2와 5로부터 다음과 같이 유도된다.

$$G_f(z)H_t(z) = \frac{z^{-N_2} B^-(z) B^-(z^{-1})}{b} + \Delta(z) \quad (8)$$

방정식 8을 방정식 7에 대입하면 다음과 같은 관계를 구할 수 있다.

$$0 < k_y < \frac{2}{\max \|B^-(z)B^-(z^{-1})/b + \Delta(z)\|} < \frac{2}{1+\epsilon} \quad (9)$$

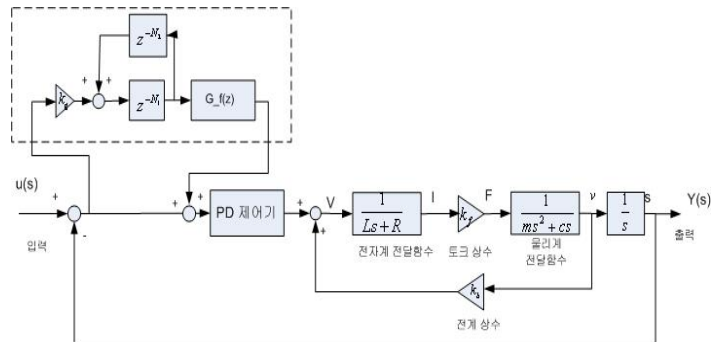


Fig 2. VCM system with Plug in repetitive control

기존의 경우에는 PD 제어기만을 사용하여, 시스템을 제어하는 방식이었다. 하지만 본 연구에서는 여기에 반복제어기를 추가함으로써, 시스템의 추종오차를 줄이도록 한다.

앞서 구한 voice coil 플랜트의 전달함수를 펄스 전달 함수를

구하면 식10과 같다.

$$T(z) = \frac{(z-0.952)(z+0.977)}{(z-0.8987)(z-p_1)(z-p_2)} \quad (10)$$

$$= \frac{z^{-1}(1-0.952z^{-1})(1+0.977z^{-1})}{(1-0.8987z^{-1})(1-p_1z^{-1})(1-p_2z^{-1})}$$

$$p_1 = 0.9896 - 0.0883i$$

$$p_2 = 0.9896 + 0.0883i$$

따라서 각 요소들은

$$B^-(z^-) = 1 + 0.9772z^{-1} \quad (11)$$

$$B^+(z^-) = (1 - 0.952z^{-1}) \quad (12)$$

$$A^-(z^-) = (1 - 0.8987z^{-1})(1 - p_1z^{-1})(1 - p_2z^{-1}) \quad (13)$$

$$B^-(1) = 1.9 \quad (14)$$

정의 가능하며, 지연시간 d는 1이 되며, 제거 불가능한 극점의 차수 s는 1이라 할 수 있다.

결국 $G_f(z)$ 는 식 (15)와 같이 정의 된다.

$$G_f(z) = \frac{(1 - 0.8887z^{-1})(1 - p_1z^{-1})(1 - p_2z^{-1})(1 + 0.99972z^{-1})}{(1 - 0.952z^{-1})b} \quad (15)$$

$$|B^{-1}(1)|^2 = 3.91 \leq b$$

3.VCM 반복제어기 시뮬레이션

반복제어기의 추종성능 평가를 위해 이에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 초기 입출력 값의 결과 약 1초 이전에서는 그림3과 같이 제어기의 유무에 관계없이 일정한 추종오차가 발생 하였다. 하지만 시간이 지나감에 따라 제어기가 삽입된 경우 그림 4, 5와 같이 입력 값을 추종해가며 추종 오차가 0에 수렴하였고 결국은 기준입력과 동일한 출력이 발생함을 알 수 있다.

또한, 컨트롤 게인 인 k_g 의 값을 조정함으로써 추종오차가 0으로 수렴하는 속도를 증가 시킬 수 있었으나, 이 값이 어느 한계점 이상으로 주어지게 되면, 출력 값이 발산 하게 된다.

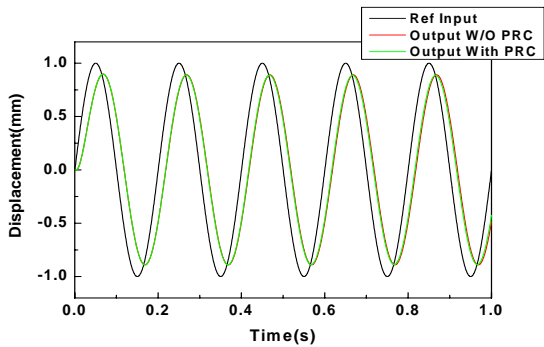


Fig 3. Response of Repetitive control (0~1sec)

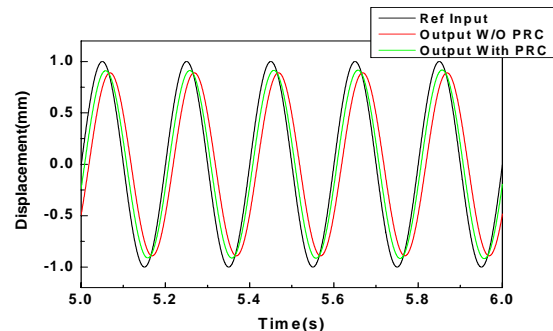


Fig 4. Response of Repetitive control (6~8sec)

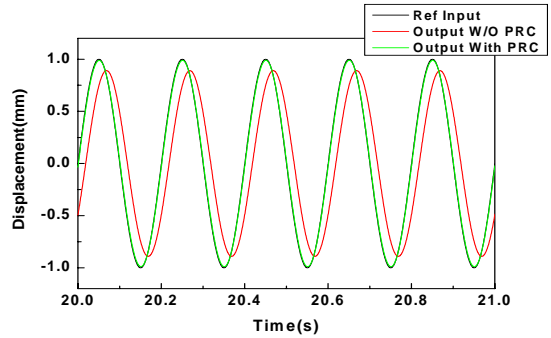


Fig 5. Response of Repetitive control (20~21sec)

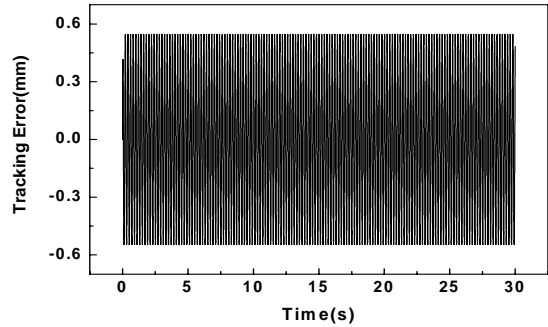


Fig 6. Tracking error without Repetitive control

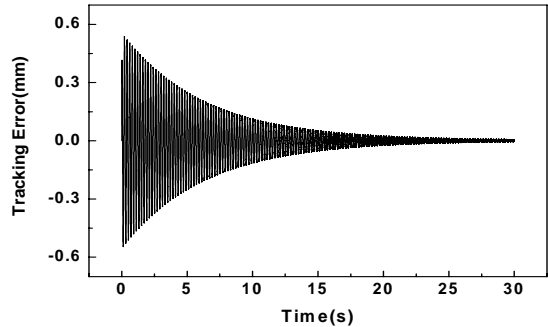


Fig 7. Tracking error with Repetitive control

4. 결론

본 연구에서는 주기적 패턴 가공이 필요한 비원형 가공에 사용되는 VCA를 수학적 모델링 하고 이에 반복제어기를 설계하여 추종오차 성능을 향상 시키고자 하였다. 시뮬레이션 결과 반복제어기가 포함된 시스템에서 주기적으로 발생하는 추종오차가 시간이 지나감에 따라 줄어들음을 확인 할 수 있었으며, 일정시간 후에는 추종오차가 0으로 수렴함을 확인하였다. 또한, 컨트롤 게인 인 k_g 의 값을 조정함으로써 추종오차가 0으로 수렴하는 속도를 증가 시킬 수 있었으나, 이 값이 어느 한계점 이상으로 주어지게 되면, 출력 값이 발산함을 관찰 할수 있었다.

참고문헌

1. R.G.Reddy, R.E. DeVor, S.G. Kappor, and Z. Sun "A mechanistic model-based force-feedback scheme for voice-coil actuated radila contour turning," International Journal of Machine
2. A. Babinsk, Control of voice-coil actuator with application to cam turning, PhD thesis, Universtiy of Illionis at Urbana-Champaign, 2000
3. H.L.Broberg, and R.G. Molyet, "Reduction of repetitive errors in tracking of periodic signals: theory and application of repetitive control." IEEE Conference on Control, Vol.2,pp1116-1121,1992
4. K. Zhou, and D. Wang, "Digital repetitive controlled three-phase PWM rectifier," IEEE Transactions on power electronics, vol.18 No.1,2003