

# Unscented 칼만 필터 기반의 chirp spread spectrum 노드 위치 추정

## Position Estimation of Chirp Spread Spectrum Node based on Unscented Kalman Filter

조현우, 반성준, 이영훈, 전용주, 김상우

Hyeonwoo Cho\*, Sung Jun Ban\*, Younghun Lee\*\*, Youngju Joen\*\* and Sang Woo Kim\*\*\*

**Abstract** - Position estimation in indoor is significant problem, because GPS which is usually used for outdoor positioning cannot be utilized to indoor positioning. Sensor network can be a solution for the positioning. Recently, chirp spread spectrum (CSS) specified in IEEE 802.15.4a provides an ability of ranging. Based on the results of the ranging, a position of a CSS node can be calculated by using trilateration. In this case, Kalman filter can be applied to the trilateration because of the measurement noise. In this paper, we apply the unscented Kalman filter for the trilateration. The trilateration can be represented to a nonlinear state space equation, and the unscented Kalman filter is suitable for nonlinear state space equation. Through the experimental results, we show the accuracy of the estimated position.

**Key Words** : chirp spread spectrum, unscented Kalman filter, positioning, IEEE 802.15.4a

### 1. 서론

센서 네트워크는 유비쿼터스 환경을 구현하는데 있어 필수 요소 중 하나로써 다양한 응용분야에 적용하여 이용하다 [1]. 그 중에서 실내 환경에서의 위치 추정은 매우 중요한 과제이며, 이를 위한 한 방법으로써 센서 네트워크가 활용될 수 있다 [2]. 그 동안 연구된 바 있는 다양한 실내 위치 추정 시스템들은 크게 초음파와 무선 신호의 세기를 이용한 시스템으로 요약할 수 있다 [3][4]. 초음파를 사용하는 경우 초음파 신호의 직진성에 의해 위치 측정이 불가능한 음영지역이 존재할 수 있으며, 무선 신호의 세기를 이용한 시스템의 경우 측정 위치의 정확성이 낮아 응용 분야에 제약이 따른다.

최근의 IEEE 802.15.4a 표준은 두 노드간의 거리를 RF 신호의 도달시간을 사용하여 측정 가능한 Impulse radio ultra wide band (IR-UWB)와 chirp spread spectrum (CSS)의 PHY를 정의하고 있다. 본 논문에서는 CSS를 이용한 위치 추정에 대해서 서술할 것이다. CSS는 다중 경로에 강인하여 실내에서 유리하며, symmetric double-sided two way ranging 방식을 사용하여 거리 측정을 하므로 두 노드간의 동기화를 요구하지 않는다. 또한 이 방식은 각 노드의 주파수 발진기의 차이에 의한 발생하는 측정 거리의 오차를 감소시켜주는 효과가 있다 [5].

대상노드의 위치 계산은 이미 좌표가 알려진 고정노드들과 대상노드간의 거리를 CSS를 기반으로 측정한 후 삼각측량 방식을 통하여 계산 가능하다. 본 논문에서는 측정거리의 오

차에 의한 문제를 해결하기 위하여 unscented Kalman filter (UKF)를 기반으로 한 대상노드의 위치 추정에 대한 연구를 서술한다. 먼저 UKF에 대한 이론적인 부분을 설명하고 실제 실험 데이터를 바탕으로 한 위치좌표 추정결과를 보일 것이다. 마지막으로 결과에 대한 분석 및 추후 과제에 대해 고찰할 것이다.

### 2. 본론

#### 2.1 삼각 측량

대상노드에서 위치를 알고 있는 고정노드까지의 거리를 측정하고, 그 값으로부터 대상노드의 위치를 계산하는 방식을 삼각측량이라고 한다. 대상노드의 2차원 좌표를  $(x_1, x_2)$ 라 하였을 때 삼각측량과 관련된 수식은 다음과 같다.

$$d_j = \sqrt{(x_1 - a_{j1})^2 + (x_2 - a_{j2})^2} \quad (1)$$

여기서  $d_j(j=1,2,3,4)$ 는  $j$ 번째 고정노드와 거리이며,  $a_{j1}$ 와  $a_{j2}(j=1,2,3,4)$ 는 각각  $x_1$ 과  $x_2$ 축 방향으로의 고정노드의 좌표이다. 그런데 실제로 거리  $d_j$ 는 CSS시스템을 통해 측정되므로 잡음 및 오차를 포함한다. 따라서 측정 거리를 다음과 같이 벡터 형태로 표현할 수 있다.

$$d_i = \begin{bmatrix} d_1(i) \\ d_2(i) \\ d_3(i) \\ d_4(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \| \mathbf{x}_i - \mathbf{a}_1 \| \\ \| \mathbf{x}_i - \mathbf{a}_2 \| \\ \| \mathbf{x}_i - \mathbf{a}_3 \| \\ \| \mathbf{x}_i - \mathbf{a}_4 \| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1(i) \\ v_2(i) \\ v_3(i) \\ v_4(i) \end{bmatrix} \quad (2)$$
$$= \mathbf{h}(\mathbf{x}_i) + \mathbf{v}_i$$

여기서  $\mathbf{x}_i = [x_1(i) \ x_2(i)]^T$ ,  $\mathbf{a}_j = [a_{j1} \ a_{j2}]^T$ 이며,  $i$ 는 매 거리추정의 샘플링 시간을 의미한다.  $v_j(i)$ 는  $i$ 시간에 측정거리  $d_j(i)$ 에 더해진 잡음이며,  $\| \cdot \|$ 는 벡터의 크기이다.

#### 저자 소개

- \* 趙顯佑 : 浦港工科大学 電子電氣工學科 博士課程
- \* 潘星俊 : 浦港工科大学 電子電氣工學科 博士課程
- \*\* 李英勳 : 浦港工科大学 電子電氣工學科 碩士課程
- \*\* 全勇周 : 浦港工科大学 電子電氣工學科 碩士課程
- \*\*\* 金相禹 : 浦港工科大学 電子電氣工學科 副教授·工博

다음으로 대상노드의 시간에 따른 위치 변화는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \Delta \mathbf{x}_i \quad (3)$$

여기서  $\Delta \mathbf{x}_i$ 는 시간  $i$ 에서의 대상노드의 위치 변화를 의미한다. 본 논문에서는 정지 대상에 대한 위치추정을 다룰 것이므로 언제나  $\Delta \mathbf{x}_i$ 이 0이라고 가정한다.

## 2.1 Unscented Kalman Filter

본 논문에서 식(3)과 식(2)를 각각 시스템 방정식과 측정 방정식으로 하는 비선형 상태 방정식을 UKF에 적용하여, 대상의 위치 좌표의 추정값을 획득할 것이다. 비선형 상태 방정식을 다루는 일반적인 방법은 해당 방정식을 Taylor전개를 이용하여 선형화하고, 선형 방정식에 적용 가능한 기존의 칼만 필터에 적용하는 것이다. 하지만 선형화 과정에서 Taylor 전개 후 2차 항 이상을 버림하기 때문에 이에 따른 오차가 필연적으로 발생한다. 또한 Taylor 전개를 위한 선형화 과정에서 수행하는 편미분 연산은 비선형 모델이 복잡할수록 그 과정이 힘들다[6]. 이에 대한 해결책으로 제안된 알고리즘이 UKF이며, unscented transformation (UT)을 기반으로 하고 있다. UT은 만약  $n$ 차원의 확률벡터  $\mathbf{x}$ 의 평균  $\bar{\mathbf{x}}$ 와 공분산 행렬  $P_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ 이 알려진 경우, 임의의 비선형 함수  $f$ 가 주어졌을 때, 다음의 관계식  $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$ 을 만족하는 확률벡터  $\mathbf{y}$ 의 평균  $\bar{\mathbf{y}}$ 와 공분산행렬  $P_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$ 을 계산하는 한 방법이다. 칼만 필터는 매 시간  $i$ 마다 추정한 상태벡터의 시간 및 측정값 갱신을 수행하는데, 이 과정에서 비선형 상태 방정식의 비선형 함수를 이용하므로, 이에 UT를 응용하는 것이 가능하다. UT을 이용한 UKF는 아래와 같은 시스템 및 측정 잡음  $\mathbf{w}_i$ 와  $\mathbf{v}_i$ 을 포함하는 일반적인 비선형 상태 방정식 (12-13)에 대해 다음과 같이 적용 된다 [7].

$$\mathbf{x}_{i+1} = f(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{w}_i) \quad (12)$$

$$\mathbf{d}_i = h(\mathbf{x}_i) + \mathbf{v}_i \quad (13)$$

먼저 추정치의 초기 값  $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ 와 추정오차의 공분산행렬의 초기값  $P_{0|0}$ 를 이용하여 augmented 벡터  $\mathbf{x}_0^a$ 와 행렬  $P_0^a$ 의 초기값을 다음과 같이 지정한다[7].

$$\mathbf{x}_0^a = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{0|0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, P_0^a = \begin{bmatrix} P_{0|0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & P_w & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & P_v \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서  $\mathbf{x}_0^a$ 의 두 번째와 세 번째 요소는 각 잡음벡터의 평균이 모두 0벡터임을 의미한다. 또한  $P_0^a$ 의  $P_w$ 과  $P_v$ 는 각 잡음의 공분산행렬이다. 위와 같은 초기 값을 시작으로 매 불연속시간  $i$ 에서  $\mathbf{x}_i^a$ 와  $P_i^a$ 에 대한 sigma 포인터  $\chi_i$ 와 weight  $W_i$ 를 다음과 같이 생성한다 [7].

$$\chi_i^0 = \mathbf{x}_i^a \quad (15)$$

$$\chi_i^k = \mathbf{x}_i^a + \left( \sqrt{(n+\kappa)P_i^a} \right)_k \text{ for } k=1, \dots, n \quad (16)$$

$$\chi_i^k = \mathbf{x}_i^a - \left( \sqrt{(n+\kappa)P_i^a} \right)_k \text{ for } k=n+1, \dots, 2n \quad (17)$$

$$W_i^0 = \kappa / (n + \kappa) \quad (18)$$

$$W_i^k = 1/2(n + \kappa) \text{ for } k=1, \dots, 2n \quad (19)$$

위의 식에서  $n$ 은 벡터  $\mathbf{x}^a$ 의 차원이므로 상태벡터, 시스템 잡음벡터, 측정 잡음 벡터들의 차원의 합과 같다. 또한  $\chi_i^k$ 가  $\mathbf{x}_i^a$ 에 대한 sigma 포인터이므로 이는 상태 벡터, 시스템, 측정 잡음에 대한 각각의 sigma 포인터로 구성된다. 즉,  $\chi_i^k = \left[ (\chi_i^{k(x)})^T (\chi_i^{k(w)})^T (\chi_i^{k(v)})^T \right]^T$ 으로 나타낼 수 있다. 이를 바탕으로 아래와 같이 상태 벡터 추정이 이루어진다 [7].

$$\chi_{i+1|i}^{k(x)} = f(\chi_i^{k(x)}, \mathbf{u}_i, \chi_i^{k(w)}) \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{i+1|i} = \sum_{k=0}^{2n} W^k \chi_{i+1|i}^{k(x)} \quad (21)$$

$$P_{i+1|i} = \sum_{k=0}^{2n} W^k [\chi_{i+1|i}^{k(x)} - \hat{\mathbf{x}}_{i+1|i}] [\chi_{i+1|i}^{k(x)} - \hat{\mathbf{x}}_{i+1|i}]^T \quad (22)$$

$$Y_{i+1|i}^k = h(\chi_i^{k(x)}, \chi_i^{k(v)}) \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{i+1|i} = \sum_{k=0}^{2n} W^k Y_{i+1|i}^k \quad (24)$$

$$P_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \sum_{k=0}^{2n} W^k [Y_{i+1|i}^k - \hat{\mathbf{y}}_{i+1|i}] [Y_{i+1|i}^k - \hat{\mathbf{y}}_{i+1|i}]^T \quad (25)$$

$$P_{\mathbf{x}\mathbf{y}} = \sum_{k=0}^{2n} W^k [\chi_{i+1|i}^{k(x)} - \hat{\mathbf{x}}_{i+1|i}] [Y_{i+1|i}^k - \hat{\mathbf{y}}_{i+1|i}]^T \quad (26)$$

$$K = P_{\mathbf{x}\mathbf{y}} P_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \quad (27)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{i+1|i+1} = \hat{\mathbf{x}}_{i+1|i} + K(\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_{i+1|i}) \quad (28)$$

$$P_{i+1|i+1} = P_{i+1|i} - K P_{\mathbf{y}\mathbf{y}} K^T \quad (29)$$

따라서 앞서 설명한 삼각 측량에 관한 비선형 상태 방정식 (2-3)에 UKF에 적용하여, 상대 방정식의 상태벡터인 대상노드의 위치좌표를 추정하는 것이 가능하다. 본 논문에서는 CSS거리 측정값이 시간에 대한 변동 및 평균적인 오차를 가지고 있음에 착안하여, 측정된 거리값을 그대로 사용하지 않고 다음과 같은 변환식을 사용하여 보정된 거리값을 UKF에 적용하였다.

$$\mathbf{y}_i = \frac{\|\hat{\mathbf{y}}_{i+1|i}\|}{\|\mathbf{y}_i\|} \mathbf{y}_i \quad (30)$$

## 3. 실험 결과

실험은 실외환경에서 수행되었다. 10m X 10m 평면상의 각각의 꼭지점에 4개의 고정노드를 설치하였으며, 해당 평면에 직교 좌표계를 할당하였다. 대상노드는 평면상의 미터 좌표 (2.5, 2.5), (-2.5, 2.5), (-2.5, -2.5), (2.5, -2.5)에 각각 배치하였다. CSS를 통해 대상노드는 4개의 고정노드와 거리를 측정하고, 측정된 거리를 바탕으로 UKF기반 삼각측량에 의해 자신의 위치를 추정한다. 위치추정은 총 300번의 UKF반복에 의해 계산되었으며, 매 시간  $i$ 에 대한 추정된 위치좌표는 그림 1, 2, 3, 4에 나타나있다. 실험결과에서 볼 수 있듯이 추정된 위치는 10cm에서 20cm 내외의 실제 위치와의 차이를 가진다. 이 정도의 정확성은 참고 제고관리와 같은 응용 분야

에 적용 가능할 것이라 생각되며, 보다 정확한 위치를 요구하는 응용 분야의 경우 좀 더 개선이 필요하다고 생각된다.

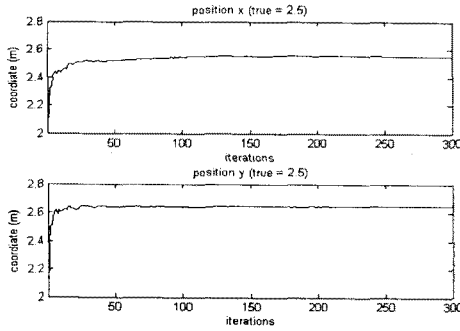


그림 1 좌표 (2.5, 2.5)에 위치한 대상노드의 위치 좌표 추정 결과.

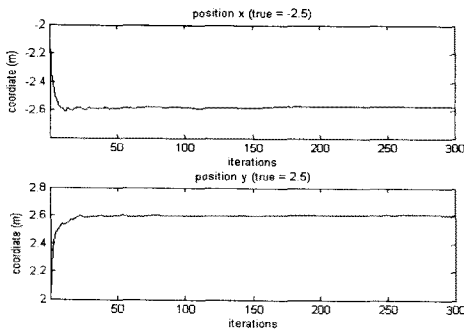


그림 2 좌표 (-2.5, 2.5)에 위치한 대상노드의 위치 좌표 추정 결과.

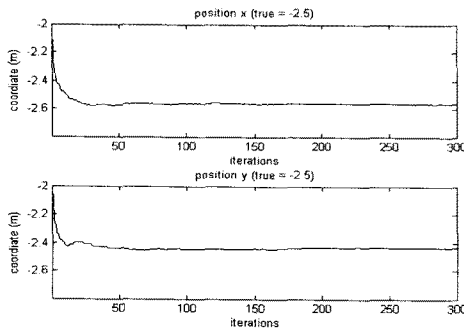


그림 3 좌표 (-2.5, -2.5)에 위치한 대상노드의 위치 좌표 추정 결과.

#### 4. 결론

본 논문에서는 CSS시스템을 이용한 거리 측정값을 바탕으로 대상노드의 좌표를 추정하는 UKF를 이용한 방식에 대해 서술하였다. 이를 검증하기 위하여, 실외에서 실험을 진행하였고, 그 결과 정지 대상에 대해 10cm에서 20cm 내외의 추정오차를 가지는 좌표를 획득할 수 있었다. 추후 이동대상에 대한 위치추정에 대한 연구를 진행할 것이다.

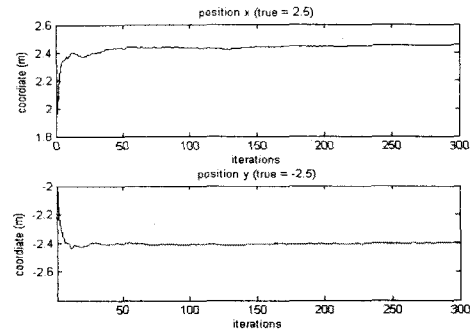


그림 4 좌표 (2.5, -2.5)에 위치한 대상노드의 위치 좌표 추정 결과.

#### 참 고 문 헌

- [1] Hightower, J., and Borriello, G., "Location systems for ubiquitous computing", *IEEE Computer*, vol. 34, no. 8, pp. 57-66, August 2001.
- [2] Patwari, N., Ash, J.N., Kyperountas, S., Hero, A.O., III, Moses, R.L., and Correal, N.S., "Locating the Nodes: Cooperative location in wireless sensor networks", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 22, no. 4, pp. 54-69, July 2005.
- [3] Nissanka, B.Priyantha, Anit, Chakraborty and Hari, Balakrishnan, "The Cricket location-support system", *International Conference on Mobile Computing and Networking*, pp. 32-43, 2000.
- [4] Bulusu, N., Heidemann, J., and Estrin, D., "GPS-less Low-Cost Outdoor Localization for Very Small Devices" *IEEE Personal Communication*, vol. 7, no. 5, pp. 28-34, October 2000.
- [5] Yi Jiang, and Leung, V.C.M., "An Asymmetric Double Sided Two-Way Ranging for Crystal Offset", 2007. *ISSSE '07. International Symposium on Signals, Systems and Electronics*, pp. 525-528, July 30 2007-August 2 2007.
- [6] Julier, S.J., and Uhlmann, J.K., "A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems", *Sensor Fusion, and Target Recognition VI Signal processing*, vol. 3068, pp. 182-193, July 1997.
- [7] Andrade-Cetto, J., Vidal-Calleja, T., and Sanfeliu, A., "Unscented Transformation of Vehicle States in SLAM", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 323-328, 18-22 April 2005.
- [8] Wan, E.A., and Van Der Merwe, R., "The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation", *IEEE Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000*, pp. 153-158, 2000.