

# 다항식기반 RBF 신경회로망을 이용한 패턴인식에 대한 연구

## A Study on Pattern Recognition Using Polynomial-based Radial Basis Function Neural Networks

지광희\*, 김웅기\*\*, 오성권\*\*\*  
Kwang-Hee Ji, Woong-Ki Kim, Sung-Kwun Oh

**Abstract** - 본 논문에서는 다항식 기반 Radial Basis Function(RBF)신경 회로망을 설계하고 이를 패턴분류 문제에 적용하여 그 성능을 분석한다. 제안된 RBF 신경회로망은 입력층, 은닉층, 출력층으로 이루어진다. 입력층의 연결가중치는 1로서 입력층의 입력벡터는 그대로 은닉층으로 전달되고 은닉층은 FCM (Fuzzy C-means Clustering)방법을 통하여 뉴런의 출력 값으로 내보낸다. 은닉층과 출력층사이의 연결가중치는 상수, 선형식 또는 이차식으로 이루어지며 경사 하강법에 의해 학습되어진다. 네트워크의 최종 출력은 연결가중치와 은닉층 출력의 곱에 의한 퍼지추론의 결과로 얻어진다. 제안된 RBF 신경회로망은 여러 종류의 machine learning 데이터에 적용하여 패턴분류기로서의 성능을 평가받는다.

**Key Words** : Neural Networks, Pattern Classification, Radial Basis Fuction Neural Networks

### 1. 서론

사람에게 있어 무엇을 인식한다는 것은 그리 어려운 문제가 아니다. 사람은 깨어 있는 동안 항상 인식을 하고 눈과 귀가 동시에 인식하기도 한다. 일례로 일단 한번 만나 본 사람은 그 사람의 생김새가 많이 바뀌어도 그 사람이 누구인지 인식하는데 그리 어렵지 않다. 반면 기계에게 패턴 인식은 극도로 어려운 작업이다. 따라서 지난 수십년간 패턴인식을 위한 다양한 방법들이 연구되었다. 이 중 신경회로망을 기반으로 설계된 분류기는 학습능력과 일반화 능력의 우수성으로 인해 다양한 패턴인식 시스템에서 가장 많이 사용되는 분류기 중 하나이다. 신경회로망 기반 분류기는 입력층, 다수의 은닉층, 출력층을 갖는 다층구조가 일반적이며 경사 하강법을 이용하여 학습된다. 본 논문에서는 Polynomial-based Radial Basis Function Neural Networks(P-RBFNN)를 설계한다. 제안된 P-RBFNN 구조는 신경회로망 분류기의 성능 향상을 위해 퍼지 추론 메커니즘을 네트워크 구조에 적용하였으며, 은닉층과 출력층 사이의 상수항 연결가중치를 다항식으로 표현한다. 상수항 연결가중치는 은닉층 뉴런의 활성화함수와 선형 결합을 통해 출력 공간 내에 선형 판별 함수로 표현된다. 이는 네트워크가 출력 공간 내에 선형 판정 경계(초평면)를 생성하도록 만들며, 선형적인 특성을 가지게 한다. 본 연구에서는 이 상수항 연결가중치를 다항식으로 표현함으로써 출력 공간 내의 선형 판정 경계를 비선형 판정 경계로 나타

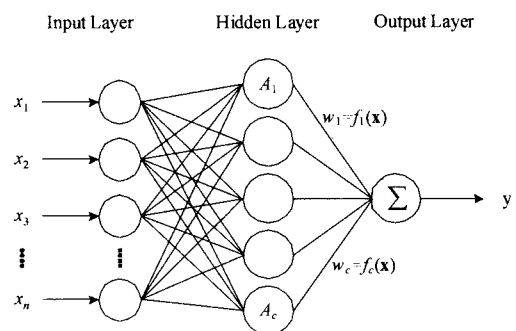
내고자 한다.

제안된 P-RBFNN 구조는 FCM 클러스터링에 기반한 분할 함수를 활성 함수로 사용한다. 이는 입력 공간의 데이터 분포 특성을 잘 반영함으로써 빠른 학습 수렴과 성능 개선의 특징을 가지고, 이를 Radial Basis Function에 퍼지추론 개념을 접목시킨다. 구현한 다항식 기반 RBFNN의 패턴분류 성능 검증을 위해 모의 데이터와 machine learning 데이터를 사용하여 신경회로망의 성능을 분석한다.

### 2. P-RBFNN 설계

#### 2.1 P-RBFNN 구조

기본적인 신경회로망 구조는 입력층, 은닉층, 출력층으로 구성된다. 본 논문에서 제안한 P-RBFNN은 입력층, 1개의 은닉층, 출력층으로 구성된 일반적인 신경회로망 구조에 기반을 둔다. 은닉층에는 활성화함수로 Fuzzy c-means(FCM) 클러스터링 방법을 사용한다. 즉, FCM의 클러스터들이 각 은닉층의 노드에 한 개씩 할당되며, 각 클러스터에 대한 소속값이 노드의 활성값으로 사용된다.



<그림1> 다항식기반 RBF 신경회로망의 구조

#### 저자 소개

- \* 지 광 희 : 水原大學 電氣學科 碩士課程
- \*\* 김 웅 기 : 水原大學 電氣學科 碩士課程
- \*\*\* 오 성 권 : 水原大學 電氣學科 正教授 · 工博

위의 그림 1은 P-RBFNN 구조를 보여준다.

P-RBFNN은 FCM클러스터링을 통한 전반부 규칙과 다항식 함수로 구성된 후반부 규칙으로 이루어진 식(1)의 룰(rule)로서 표현 할 수 있다.

$$\text{IF } X \text{ is } A_i \text{ then } f_i(x) \quad (1)$$

$\mathbf{X}$ 는 입력벡터  $[x_1, \dots, x_n]$ ,  $A_i$ 는  $i$ 번째 클러스터의 멤버십함수,  $f_i$ 는 다항식 함수,  $n$ 은 입력변수 수,  $c$ 는 클러스터 개수이다.  $f_i$ 는 은닉층과 출력층 사이의 가중치를 표현하는 다항식 함수로서 상수, 선형, 2차식의 다음 세 가지 타입의 함수 중 하나의 형태를 갖는다.

$$\text{Constant : } f_i(\mathbf{x}) = a_{i0} \quad (2)$$

$$\text{Linear : } f_i(\mathbf{x}) = a_{i0} + \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \quad (3)$$

$$\text{Quadratic : } f_i(\mathbf{x}) = a_{i0} + \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=j}^n a_{ijk}x_jx_k \quad (4)$$

## 2.2 FCM(Fuzzy c-means) 클러스터링 알고리즘

본 연구에서 제안한 P-RBFNN은 FCM클러스터링을 은닉층의 활성화함수로 사용한다. FCM에서의 클러스터 수에 따라 은닉층 뉴런의 개수가 정해지며 이는 식(1)의 룰의 개수와 같다. FCM은 식(5)로 표현되는 목적함수 값을 최소화 하는 클러스터링 방법이며  $n$ 차원 입력 벡터들의  $c$ 개의 클러스터에 대한 소속값을 구한다.

$$Q = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N u_{ik}^m \| \mathbf{x}_k - \mathbf{v}_i \|^2 \quad (5)$$

식(5)의  $m$ 은 퍼지화 계수(상수)이며,  $c$ 는 클러스터 수,  $N$ 은 데이터 패턴 개수를 나타낸다.  $k$ 번째 입력 벡터  $\mathbf{x}_k$ 와  $j$ 번째 클러스터의 중심  $\mathbf{v}_j$ 간의 거리를 표준편차로 나눈 weighted Euclid distance는 식 (6)으로서 얻는다.

$$\| \mathbf{x}_k - \mathbf{v}_j \|^2 = \sum_{j=1}^n \frac{(x_{kj} - v_{ij})^2}{\sigma_j^2} \quad (6)$$

식(6)의  $\sigma_j$ 는  $j$ 번째 차원의 입력변수들의 표준편차이다.  $n$ 차원 유클리드 공간상의  $N$ 개의 패턴으로 구성된 입력벡터 집합  $X = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$ ,  $\mathbf{x}_k \in R^n$ ,  $1 \leq k \leq N$  와 클러스터 중심  $\mathbf{v} = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_c\}$ ,  $\mathbf{v}_i \in R^n$ ,  $1 \leq i \leq c$  에 대한 소속정도를 소속행렬로 표현하면  $U = [u_{ik}]$ 로 표현되고  $u_{ik}$  와  $\mathbf{v}_i$ 는 식(7) 와 식(8)에 의해 각각 계산 된다.

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left( \frac{\| \mathbf{x}_k - \mathbf{v}_i \|^2}{\| \mathbf{x}_k - \mathbf{v}_j \|^2} \right)^{\frac{2}{m-1}}} \quad \begin{matrix} 1 \leq k \leq N \\ 1 \leq i \leq c \end{matrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{v}_i = \frac{\sum_{k=1}^N u_{ik}^m \mathbf{x}_k}{\sum_{k=1}^N u_{ik}^m} \quad 1 \leq i \leq c \quad (8)$$

식(7), (8)을 반복적으로 수행하면서 소속행렬  $U$ 와 각 클러스터의 중심  $\mathbf{v}$ 를 수정하며 식(2)의 목적함수  $Q$ 를 특정 값으로 수렴시킨다.

## 2.3 P-RBFNN 추론

본 논문에서 제안된 신경회로망은 FCM의 각 클러스터를 룰로서 사용하여 퍼지 공간분할 개념을 구현한다. 그러므로 네트워크의 최종출력은 전반부규칙에 해당하는 은닉층의 출력과 후반부 규칙에 해당하는 다항식 함수를 곱하여 얻어지는 퍼지추론 결과를 가진다. 최종 출력  $y$ 는 모든 룰의 합으로서 계산되며, 이는 다음의 식(9)와 같이 표현할 수 있다.

$$y = g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^c u_i f_i(\mathbf{x}) \quad (9)$$

$g(\mathbf{x})$ 는 다항식 기반 RBF 신경회로망의 출력 함수,  $u_i$ 는 FCM으로 구한 클러스터  $A_i$ 에 대한 소속값,  $f_i(\mathbf{x})$ 는 후반부 규칙으로 표현되는 식(2)-(4)의 다항식 함수이다. 각 룰에 해당하는  $c$ 개의 다항식 함수를 사용하여 네트워크를 구성한다. If-then절로 표현되는 다항식 기반 RBF 신경회로망의 구조는 퍼지 뉴럴 네트워크와 구조의 유사성을 갖는다.

## 3. P-RBFNN의 학습과 판별함수

다항식 기반 RBF 신경회로망의 가중치인 다항식 함수의 계수를 동정하기 위하여 경사하강법을 이용하여 학습을 한다. 학습은 오차식인 식(10)을 최소화 하도록 진행된다.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (t_k - y_k)^2 \quad (10)$$

$N$ 은 입력데이터 패턴수이며, 학습은 다항식 함수의 구조에 따라 세 가지로 구분된다. 가중치 갱신을 위한 최중식은 식(11)-(12)로 표현되고,  $\eta$ 는 학습률,  $\alpha$ 는 모멘텀 계수이다.

$$\text{Constant: } a_{i0}(n+1) = a_{i0}(n) + \eta(y - \hat{y})A_i + \alpha \Delta a_{i0}(n) \quad (11)$$

$$\text{Linear: } a_{ij}(n+1) = a_{ij}(n) + \eta(y - \hat{y})A_i x_j + \alpha \Delta a_{ij}(n) \quad (12)$$

$$\text{Quadratic: } a_{ijk}(n+1) = a_{ijk}(n) + \eta(y - \hat{y})A_i x_j x_k + \alpha \Delta a_{ijk}(n) \quad (13)$$

패턴분류의 문제는 2부류 분류문제와 다 부류 분류문제로 나눌 수 있다. 이 두 가지는 일반적으로 다음 (14),(15)와 같은 규칙을 이용한다.

$$w_1 \text{ 으로 판정 if } g(x) > 0; w_2 \text{ 로 판정 otherwise} \quad (14)$$

$$w_i \text{ 으로 판정 if } g_i(x) > g_j(x) \text{ for all } i \neq j \quad (15)$$

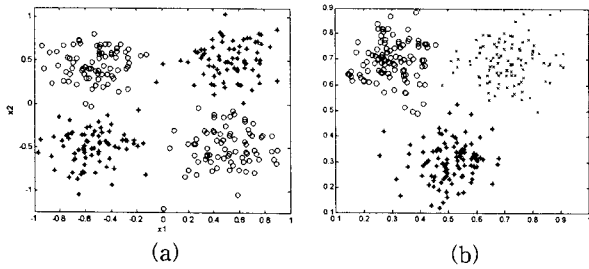
$g_j(x)$ ,  $j = 1, \dots, m$ 는  $j$ 번째 클래스에 대한 판별 함수이고  $m$ 은 클래스 수이다.  $w_j$ 는  $j$ 번째 클래스를 나타낸다. 2부류 분류문제는 출력층에 1개의 출력뉴런이 존재하고, 식(14)와 같이 1개의 판별 함수만을 사용하여 해당 클래스로 패턴을 분류한다. 다 부류 분류문제인 경우  $m$ 개의 출력 뉴런이 존재하며 식(15)와 같은  $m$ 개의 판별 함수를 생성하고 해당 클래스로 분류한다.

## 4. 시뮬레이션

### 4.1 모의데이터 실험

구현한 P-RBFNN의 패턴분류성능을 분석하기 위해 각각 2클래스, 3클래스를 가지는 모의데이터 두 개를 가지고 실험하였다. 그림 2는 구성된 데이터 집합의 분포를 나타낸다.

FCM의 룰 수(클러스터 수)를 2-5 까지 증가시키며 패턴분류의 성공률을 분석하였다. (각 데이터개수는 300개)

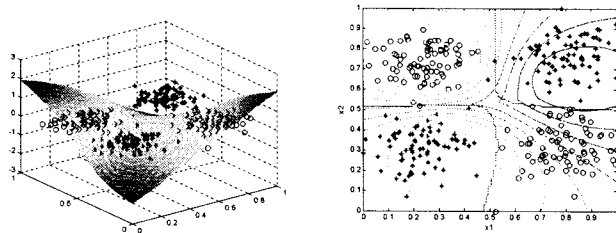


<그림2> 2가지 종류의 모의데이터 집합

<표 1> 패턴분류 결과

Data Set	Number of rules	Constant (RBFNN)	Linear	Quadratic
a	2	50.0% (1)	99.0% (7)	99.3% (90)
	3	74.3% (1)	99.3% (3)	99.3% (2)
	4	99.3% (4)	99.3% (1)	99.3% (1)
	5	98.67% (1)	98.67% (1)	99.3% (30)
b	2	78.3% (9)	99.33% (1)	99.33% (4)
	3	99.3% (1)	99.33(1)	99.67 (47)
	4	99% (1)	99.3% (28)	99.67%(144)
	5	98.67% (1)	99.33% (22)	99.67% (13)

표1은 모의데이터에 대한 패턴분류 결과를 나타낸다. 결과를 보면 알 수 있듯이 후반부가 다항식일 경우 적은수의 룰을 가지고도 상수일 경우보다 더 좋은 결과가 나왔다. BP의 총 학습 횟수는 300이고 ()안의 치는 수렴된 학습 횟수를 나타낸다.



<그림3> 모의데이터 a에 대한 판정경계 평면과 분할곡선

#### 4.2 기계 학습데이터 (machine learning data) 실험

UCI Machine Learning Repository로부터 획득한 Iris Dataset과 WDBC를 이용하여 분류기성능을 평가한다. 각 데이터 집합은 7:3 비율로 랜덤하게 학습데이터와 테스트 데이터로 나누어 7번 반복 실험하며, 성능평가는 7-Fold Cross-Validation에 의한 분류 정확성의 평균과 표준편차에 의한다. 이 방법은 여러 논문에서 분류기의 성능 검증에 위해 많이 사용되는 방법이다.

- Iris dataset : 붓꽃의 세 가지 종을 판별하는 기계학습 데이터 집합이다. 3클래스 분류 문제이며 각 클래스 마다 50개의 패턴으로 총 150개의 패턴을 가지며, 각 패턴은 4개의 입력으로 구성된다. 실험에는 최적화 알고리즘인 PSO를 사용하여 최적의 학습률, 모멘텀 계수, 퍼지화 계수를 찾고 PSO의 세대수는 100, 군집 크기는 150으로 하였다. 룰의 수는 2-3개로 하였다.

<표 2> Iris dataset 실험결과

Number of Rules		Training dataset AVG±STD	Testing dataset AVG±STD
2	Constant	72.789±4.28	72.38±6.39
	Linear	99.387±0.232	99.841±0.419
	Quadratic	99.59±0.328	99.68±0.542
3	Constant	99.115±0.179	98.36±1.02
	Linear	99.183±0.232	99.2±2.12
	Quadratic	99.59±0.197	100±0.00

- WDBC dataset : 이 데이터 집합은 유방암의 악성 유무를 판단하는 2-클래스 패턴분류 데이터 집합이다. 총 569개의 패턴으로 구성되어 있으며 이중 357개는 양성, 212개는 악성인 경우의 패턴이다. PSO의 파라미터는 Iris 데이터 실험 때와 동일하게 하였다.

<표 3> WDBC 실험결과

Number of Rules		Training dataset AVG±STD	Testing dataset AVG±STD
2	Constant	92.39±0.55	94.9±1.29
	Linear	97.66±0.34	95.32±0.41
	Quadratic	98.76±0.89	98.48±0.53
3	Constant	91.82±0.37	93.65±1.44
	Linear	97.02±0.46	98.2±0.6
	Quadratic	98.09±0.12	98.41±0.65

#### 5. 결론

본 논문에서 제안한 P-RBFNN을 구현하여 모의데이터와 기계 학습데이터에 대한 실험을 하였다. 비록 그리 많은 데이터에 대한 실험 결과는 아니지만 그 결과는 상당히 우수한 성능을 보였고 그로 인하여 앞으로의 다양한 응용이 기대된다. 하지만 제안된 P-RBFNN이 성능이 좋은 판정 경계를 찾을 수는 있으나 일반화 문제를 고려하지 못하는 문제가 있으며, 느린 학습 시간 또한 개선되어야 할 사안 이라고 할 수 있다.

#### 감사의 글

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2008-314-D00376). 그리고 본 연구는 경기도의 경기도지역협력연구센터사업의 일환으로 수행하였음 [GGA0801-45700, U-city 보안감시 기술협력센터].

#### 참고 문헌

- [1] M.J. Er, S.Q. Wu, J.W. Lu, H.L. Toh, "Face recognition with radical basis function (RBF) neural networks," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 13, No. 3, pp. 697-710, 2002.
- [2]. J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks, vol. 4, pp. 1942-1948, 1995.
- [3] W. Pedrycz, "Conditional fuzzy clustering in the design of radial basis function neural networks," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 9, pp. 601 - 612, July 1998.
- [4] A. Patrikar, J. Provence, "Pattern classification using polynomial networks," Electronics Letters, vol. 28, No. 12, pp. 1109-1110, 1992.