

# 능동판토타그래프의 저차제어기 설계

## A Low-Order Controller Design of Active Pantograph System

백승구\*  
Baek, Seung-Koo

장석각\*\*  
Chang, Seok-Gahk

권성태\*\*  
Kwon, Sung-Tae

김진환\*\*\*  
Kim, Jin-Hwan

### ABSTRACT

This paper presents the design method of low order controller for the active pantograph of electric train system. The pantograph is the most play a role to supply constant current to the train. The design objectives are to have good tracking performance about reference contact force despite the stiffness variation that is like sinusoidal function concerned in train speed or span length of contact wire. In this paper, we consider stiffness variation from external disturbance of active pantograph to simplify model equation, and propose simple second-order controller which is designed by Characteristic ratio assignment(CRA) control method. Finally, we verify time response applying to model equation of real system and frequency response about parameter uncertainty like stiffness variation. it is performed by Matlab version 6.5 and Matlab simulink simulation.

### 1. 서 론

판토타그래프 시스템은 전기차량의 상부에 설치되어 전차선으로부터 전기장치에 전류를 안정적으로 공급하기 위한 장치이다. 현재 판토타그래프 시스템의 성능을 개선하기 위한 많은 연구가 진행되고 있는데 전류공급을 차단하는 주요 원인인 이선, 집전판 마모의 원인인 아크 발생, 판토타그래프의 형태로 인하여 열차운행시 발생하는 공력소음을 감소시키고 개선하기 위한 연구 개발이 주류를 이루고 있다. 또한, 초고속 열차 및 기존선 속도 향상을 위한 틸팅 열차의 개발 등으로 인하여 안정적 전류공급을 위한 능동 판토타그래프의 필요성 및 설계기술도 점차 증대 되고 있다.

현재 대부분의 국가에서 사용하고 있는 판토타그래프는 수동형 시스템이 주류를 이루고 있으며, 열차 속도의 증가로 인하여 점차 능동형 판토타그래프의 개발을 필요로 하고 있는 추세이다.

본 논문에서는 열차의 고속화 추세에 맞추어 비대칭형 구조의 single arm 형태의 능동 판토타그래프 제어기 설계에 대해서 다루고자 한다. 일반적인 능동 판토타그래프의 제어 목적은

기준입력(압상력)으로부터 접촉력의 변동을 최소화함으로써 전차선과 판토타그래프가 이선되는 현상을 줄이도록 제어기를 설계하는데 있다.

본 논문에서는 제어기 설계기법 중 시간응답 기준의 중요한 요소인 Overshoot 및 추종 제어성능을 예측할 수 있는 2DOF(Degree of Freedom) 구조를 이용한 CRA 설계 기법을 사용하였다. 프레임과 액츄에이터 판토타그래프의 two-mass 모델식을 바탕으로 경간 거리 및 차량의 속도변화의 원인으로 발생하는 접촉력의 변화를 외란으로 고려함으로써 동적 시스템의 수학적 모델링 및 제어기 설계방법을 단순화 하였다. 또한, 외란으로 고려된 가선시스템의 정적 강성변동과 같은 물리적 변화의 양을 각 파라미터의 uncertainty로 간주하여 주파수 영역에서의 분석을 수행하였다.

\* 책임저자 : 정회원, 한국철도기술연구원, 시험인증센터, 선임연구원  
E-mail : skbaek@krii.re.kr  
TEL : (031)460-5507 FAX : (031)460-5025

\*\* 정회원, 한국철도기술연구원, 시험인증센터, 책임연구원

\*\*\* 정회원, 한국철도기술연구원, 시험인증센터, 선임연구원

## 1. 서 론

판토크래프 시스템은 전기차량의 상부에 설치되어 전차선으로부터 전기장치에 전류를 안정적으로 공급하기 위한 장치이다. 현재 판토크래프 시스템의 성능을 개선하기 위한 많은 연구가 진행되고 있는데 전류공급을 차단하는 주요 원인인 이선, 집전판 마모의 원인인 아크 발생, 판토크래프의 형태로 인하여 열차운행시 발생하는 공력소음을 감소시키고 개선하기 위한 연구 개발이 주류를 이루고 있다. 또한, 초고속 열차 및 기존선 속도 향상을 위한 틸팅 열차의 개발 등으로 인하여 안정적 전류공급을 위한 능동 판토크래프의 필요성 및 설계기술도 점차 증대 되고 있다.

현재 대부분의 국가에서 사용하고 있는 판토크래프는 수동형 시스템이 주류를 이루고 있으며, 열차 속도의 증가로 인하여 점차 능동형 판토크래프의 개발을 필요로 하고 있는 추세이다.

본 논문에서는 열차의 고속화 추세에 맞추어 비대칭형 구조의 single arm 형태의 능동 판토크래프 제어기 설계에 대해서 다루고자 한다. 일반적인 능동 판토크래프의 제어 목적은

기준입력(압상력)으로부터 접촉력의 변동을 최소화함으로써 전차선과 판토크래프가 이선되는 현상을 줄이도록 제어기를 설계하는데 있다.

본 논문에서는 제어기 설계기법 중 시간응답 기준의 중요한 요소인 Overshoot 및 추종 제어성능을 예측할 수 있는 2DOF(Degree of Freedom) 구조를 이용한 CRA 설계 기법을 사용하였다. 프레임과 액츄에이터 판토크래프의 two-mass 모델식을 바탕으로 경간 거리 및 차량의 속도변화의 원인으로 발생하는 접촉력의 변화를 외란으로 고려함으로써 동적 시스템의 수학적 모델링 및 제어기 설계방법을 단순화 하였다. 또한, 외란으로 고려된 가선시스템의 정적 강성변동과 같은 물리적 변화의 양을 각 파라미터의 uncertainty로 간주하여 주파수 영역에서의 분석을 수행하였다.

각 파라미터는 shunt사에서 제작한 WBL 판토크 그래프[3]을 이용하여 평가 하였으며, 이러한 결과는 Matlab과 Matlab Simulink를 통한 시뮬레이션으로 확인 하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 능동 판토크래프의 모델링

비대칭형 판토크래프는 전차선과 직접 접촉하는 panhead와 전동차의 상단지붕과 panhead를 지지하는 frame으로 구성된 구조이다. 이러한 구조를 바탕으로 가선시스템과 연계한two-mass 모델을 위한 단순화된 블록 모델은 그림 1과 같다. 그림에서 M1및 M2는 각각 panhead 및 frame의 무게를 나타낸다. 그림 1. (a)에서  $K(t)$ 는 경간의 거리(L) 과 전동차의 이동속도(V)의 변동에 따른 시간적인 강성의 변화량이며 panhead와 가선시스템간의 접촉력 변동에 의한 높은 주파수 성분은 고려하지 않았다. 이러한 강성의 변화는 속도의 변화에 따라 그 주기가 변화하는데, 수학적으로 강성의 평균 변화량과 cosine 함수에 의한 주기적 변화량의 합으로 표현이 가능하다. 하지만 이러한 주기적 변화량은 식 (1)에 의해 수식으로의 표현이 가능하므로 좀 더 낮은 차수의 제어기 설계를 위해 본 논문은 시간 변화량(time-varying)에 의한 수학적 모델링을 좀 더 단순화하여 그림1 (b)의  $K_0$ 와 같이 평균 강성량인 상수값으로 대체하고 예측 가능한 주기적인 시간 변화량의 cosine 함수를 외란으로 표현하여 판토크래프와 가선시스템간의 모델식을 단순화하였다.

$$K(t) = K_0 \left( 1 + \alpha \cos \frac{2\pi V}{L} t \right) \quad (1)$$

$$\Rightarrow K(t) = K_0$$

$$\text{여기서, } K_0 = \frac{1}{2} (K_{m \max} + K_{m \min})$$

$$\alpha = \frac{K_{m \max} - K_{m \min}}{K_{m \max} + K_{m \min}}$$

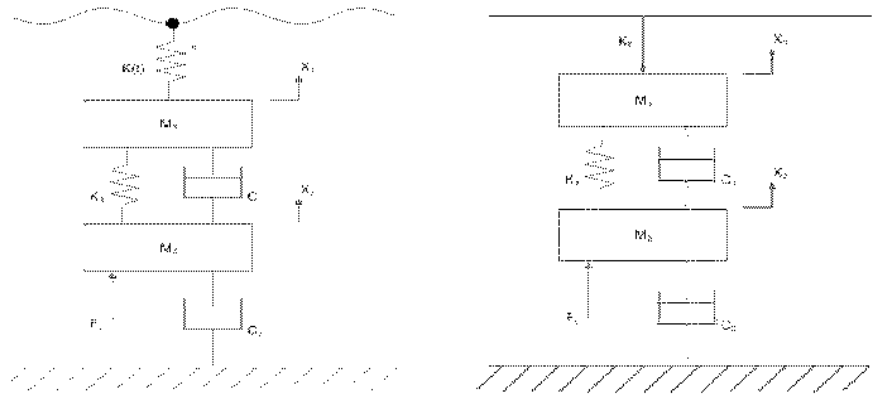


그림 1. (a) 능동판토틀라프 시스템 (b) 단순화된 능동판토틀라프 시스템

시간에 따라 변화하는 강성량  $K(t)$ 를 식 (1)과 같이  $K_0$ 의 상수항으로 단순화 하고 그림2와 같이  $M_1$ 과  $M_2$ 를 분리하여 각 계수에 대한 힘의 방향을 정의하여 수식으로 표현하면 식 (2), (3)과 같다.

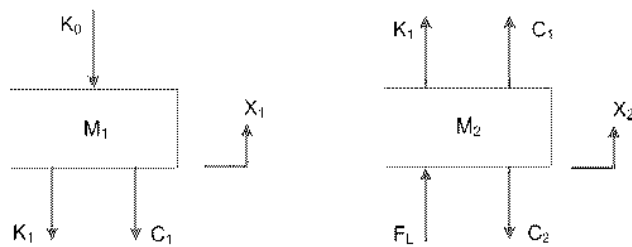


그림. 2 판토틀라프의 수학적 모델링

$$M_1 \ddot{x}_1 = -K_0 x_1 - K_1(x_1 - x_2) - C_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (2)$$

$$M_2 \ddot{x}_2 = K_1(x_1 - x_2) + C_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - C_2 \dot{x}_2 + F_L \quad (3)$$

여기서,  $x_1$  : panhead의 변위

$x_2$  : frame의 변위

$C_1$  : panhead의 damping

$C_2$  : frame의 damping

$M_1$  : panhead의 질량

$M_2$  : frame의 질량

$K_1$  : 현가장치의 강성

제어기 설계 목표는 최초 능동판토틀라프에 인가되는 입력으로부터 panhead와 전차선간의 접촉력의 변동을 최소화하는 것이다. 이는 앞 절에서 말한 바와 같이 안정적인 전류의 공급 및 아크 발생 요인과 집전판의 마모를 최소화하기 위한 중요한 성능 평가의 기준이 된다. 본 논문에서는 식(2), (3)에 의하여 접촉력  $F_L = 70N(\pm 20\%)$ 를 추종하도록 하는 저차의 제어기를 설계하였다. 설계된 제어기를 이용하여 그림 1의 실제 시변시스템인 차량의 속도 변화에 따른  $K(t)$ 의 cosine 함수를 외란으로 고려하여 Matlab Simulink로 시뮬레이션 결과를 확인하였다. 또한, 파라미터의 uncertainty 개념을 이용하여 각 파라미터의 변화량을 고려한 주파수 영역에서의 분석은 다음 절에서 다루기로 한다.

## 2.2 제어기 설계

판토크래프와 전차선간의 동적 상호작용 방정식 (2), (3)을 동적 선형 상태방정식으로 표현하기 위해서 앞 절에서 설명한 바와 같이 우선  $K(t)=K_0$ 로 가정하여 전체 시스템을 단순화 할 수 있다. 또한,  $F_L$ 은 판토크래프의 구동 초기 기준입력 값이므로  $F_L=0$ 로 가정하면 식 (4) 같이 표현 할 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4)$$

$$y = Cx$$

여기서,  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_0+K_1}{M_1} & -\frac{C_1}{M_1} & \frac{K_1}{M_1} & \frac{C_1}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_1}{M_2} & \frac{C_1}{M_2} & -\frac{K_1}{M_2} & -\frac{C_1+C_2}{M_2} \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix}$ ,  $C = [K_0 \ 0 \ 0 \ 0]$

그림 3은 식(4)를 이용하여 제안된 제어기의 구조이다. 그림에서 보듯이 제어기는 feedforward항인  $B_A$ 와 feedback loop인  $\frac{1}{A_C}$ ,  $B_C$ 를 포함한 2 DOF(degree of freedom) 구조이며, 플랜트는 외란 성분인  $K(t)$ 를 포함한 구조이다. 또한, 제어입력은  $r$ , 압상력 출력은  $y$ , 제어출력은  $u$ , 에러신호는  $e$ 로 정의 하였다.

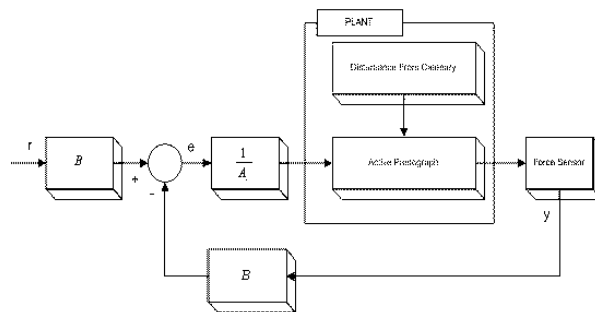


그림 3. 능동 판토크래프의 제어기 구조

상기 식(4)를 이용하여 제안된 CRA 제어기 설계 방법을 통해 제어기를 설계 하였으며, 사용된 파라미터는 shunt사의 WBL 판토크래프 [3]의 값이 사용되었으며 해당 파라미터의 값은 도표 1과 같다.

도표 1. 사용된 파라미터의 값

파라미터	값	파라미터	값
$K_{max}$	5494 [N/m]	$K_{min}$	2178 [N/m]
$L$	50 [m]	$V$	180 [km/h]
$M_1$	6.6 [kg]	$M_2$	21 [kg]
$K_1$	6750 [N/m]	$C_2$	63 [Ns/m]

식(5)는 그림 3의 각 제어기 블록에 대한 2차 제어기를 Minimal realization[5]을 통하여 상태 방정식의 형태로 나타내었다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23.63 & 1 \\ -0.6051 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 74.74 \\ 18.15 & -16.61 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0 \ -2.555] \begin{bmatrix} r \\ y \end{bmatrix}$$

### 2.3 시뮬레이션 결과

앞 절에서 설계된 식 (5)의 제어기의 성능 확인은 Matlab simulink를 이용하여 쉽게 가능하다. 우선 경간의 거리 및 전동차의 속도로부터 발생할 수 있는 강성변화는 그림 4의 파형과 같이  $K(t) = 3836(1 + 0.432\cos 2\pi t)$  (frequency : 1Hz, Magnitude : 1658, Bias : 3836)의 정현파함수이며 도표 1에 의해서 구해질 수 있다.

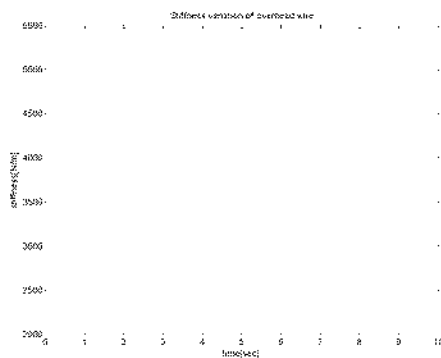


그림 4. 압상력 변화량

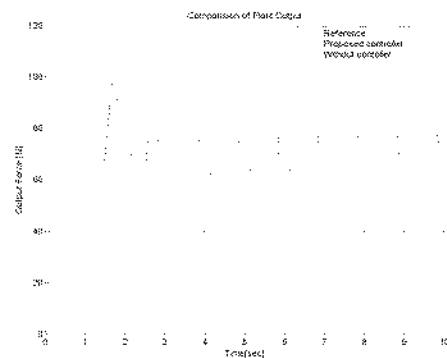


그림 5. 압상력 변화량

그림 (5)는 전동차가 시속 180Km/h의 속도로 50m의 경간거리의 전차선로를 달릴 경우 최종 출력 데이터이다. 그림에서와 같이 제어입력은 70N 이며, 제어기가 없는 경우 약 40N ~ 100N의 변위로 압상력이 변동하지만 제어기를 사용할 경우 약 56N ~ 83N의 변위로 압상력의 변동을 줄일 수 있음을 알 수 있다.

### 2.4 민감도 함수에 의한 강인안정도 해석

일반적인 구간 플랜트의 경우 Kharitonov Theorem에 의하여 각 계수의 불확실성에 대한 worst case의 강인안정도[6]를 쉽게 해석 할 수 있다. 그러나 식 (4)에서 보듯이 능동 판토타그래프 시스템은 구간 플랜트의 형태가 아니다. 따라서 각 계수의 불확실성에대한 강인안정도 해석보다는 각 파라미터의 불확실성에대한 강인안정도 해석을 수행하였다. 식(4)에 의해 각 파라미터의  $\pm 15\%$  변동분을 고려하였으며 식(6)은 강인안정도 해석을 위한 민감도 함수이다.

$$S(s) = \frac{1}{1+L(s)} \quad (S(s) : \text{Sensitivity Function}) \quad (6)$$

여기서,  $L(s) = C(s)G(s)$  (  $L(s)$  : Loop Transfer function)

그림 6에서 점선은 파라미터의 변동이 없는 경우에 대한 민감도함수의 결과이며 실선은  $\pm 15\%$ 의 파라미터 불확실성을 고려한 민감도 함수를 나타내며 낸다. 그림에서 보듯이 WBL 판토타그래프 시스템의 경우 약 1.6Hz에서 4dB의 민감도 함수를 가지고 있으며, 약 2.4Hz에서 가장 높은 18dB 값이 출력됨을 알 수 있다.

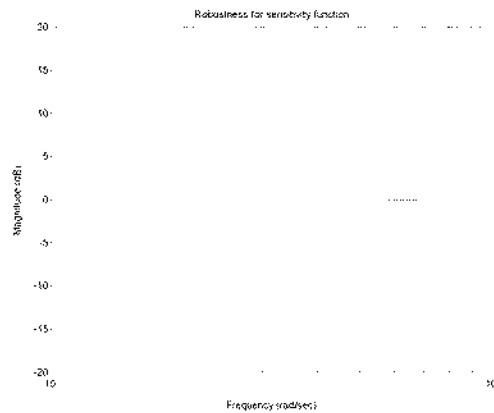


그림 6. 파라미터의 불확실성을 고려한 민감도 함수

### 3. 결 론

본 논문에서는 2DOF(Degree of Freedom) 구조를 이용한 CRA 설계 기법을 사용하여 제어기를 설계해 보았다. 프레임과 액츄에이터 판토틀래프의 two-mass 모델식을 바탕으로 경간 거리 및 차량의 속도변화의 원인으로 발생하는 접촉력의 변화를 외란으로 고려함으로써 동적 시스템의 수학적 모델링 및 제어기 설계방법을 단순화 하였다. 또한, 외란으로 고려된 가선시스템의 정적 강성변동과 같은 물리적 변화의 양을 각 파라미터의 uncertainty로 간주하여 주파수 영역에서의 분석을 수행하였다.

시뮬레이션 결과에서 보듯이 2차의 간단한 제어기로 약 56N ~ 83N 정도의 안정적인 압상력 변위량을 갖는 결과를 얻을 수 있었으며, 제안된 제어기에 대하여 그림 6에서와 같이 속도증가에 따른 worst case의 민감도 함수의 변화를 확인 할 수 있었다.

### 참고문헌

1. Y. C. Kim, L. H. Keel, and S. P. Bhattacharyya, "Transient response control via characteristic ratio assignment." Proceeding of the 2002 American Control Conference, PP. 1639-1646.2002.
2. Y. C. Kim, S. K. Baek, and T. S. Cho. "Characteristic Ratio Assignment Method and its Application to a Benchmark Problem", ICCAS2002, Oct 16-19, Muju Resort, Jeonbuk, Korea.
3. 신승권, "능동판토틀래프 제어기 설계에 관한 연구", 한국철도학회논문집 제8권 제4호 2005년 pp. 361-366.
4. T. X. Wu and M. J. Brennan, "Active Vibration Control of a Railway Pantograph", Proc. Instn Mech Engrs Vol 211 Part F
5. C. T. Chen, Analog and Digital Control System Design: Transfer Function, State Space, and Algebraic Methods, Saunders College Publishing, 1993.
6. S. P. Bhattacharyya, H. Chapellat, and L. H. Keel, Robust Control : The Parametric Approach, PrenticeHall PTR, 1995.