

2차원 유한요소해석을 통한 선형 유도전동기의 종방향 단부효과 고려를 위한 1-d direct solution의 검증

Verification of 1-d direct solution for longitudinal end effect occurred in linear induction motor by using 2-d FEM.

이성구*, 함상환**, 이형우***, 이주†

Sung Gu Lee, Sang-Hwan Ham, Hyung-Woo Lee, Ju Lee

ABSTRACT

This paper analyzed longitudinal end effect occurred in linear induction motor by using 1-d direct solution and its result is verified by 2-d Finite Element Method(FEM). Longitudinal end effect of linear induction motor caused by magnetic discontinuity in primary core and electric discontinuity in armature winding has been investigated by many researchers. In this paper, 1-d direct solution and boundary conditions proposed by Yamamura and Nasar is used to analyze end effect of linear induction motor and its solution is verified by 2-d FEM.

1. 서 론

선형 동기전동기와 선형 유도전동기를 비롯한 모든 선형 전동기는 원활한 선형 운동을 위해 진행방향으로의 이동자 길이가 유한한 구조를 취하고 있으며 이로 인해 이동자의 양 끝단에서 자기회로 및 전기회로 상에 불연속이 발생한다. 선형 전동기에서 나타나는 이와 같은 불연속은 회전형 전동기에서는 발생하지 않는 단부효과(End Effect)라는 현상을 유발하며 이는 크게 속도에 무관한 정적 단부효과(Static End Effect)와 속도의 함수인 동적 단부효과(Dynamic End Effect)로 나누어 볼 수 있다. 정적 단부효과(Static End Effect)는 극 비대칭성에 의해 각 상의 임피던스가 불균일해지기 때문에 발생하는 현상으로 상간 전류의 불평형을 유발한다. 다음으로 동적 단부효과(Dynamic End Effect)는 이동자와 고정자 간의 상대 운동에 의해 발생하는 현상으로 양 끝단 부근에서 자기 회로의 불연속에 의해 유도된 왜곡된 와전류(Eddy Current)와 자속에 그 원인을 두고 있으며 자속과 추력 분포에 왜곡을 가져와 추가적인 손실을 발생시킨다[1][2]. 이와 같은 단부효과들 중 동적 단부효과는 속도에 영향을 받는 현상으로 일반적으로 고속으로 갈수록 이의 영향이 커지게 되며 원리적으로 2차측에 유도전류가 필요한 선형 유도전동기는 선형 동기전동기보다 동적단부효과가 극심하게 발생한다. 결과적으로 선형 유도전동기는 동적 단부효과로 인해 고속 운전에 기술적인 어려움이 존재하며 이를 해결하기 위해 동적 단부효과를 정확도 높게 해석할 수 있는 해석기법이 요구된다.

† 책임저자 : 정회원, 한양대학교, 전기공학과, 교수

E-mail : julee@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2220-0342 FAX : (02)2295-7111

* 비회원, 한양대학교, 전기공학과, 박사과정

** 비회원, 한양대학교, 전기공학과, 박사과정

*** 정회원, 한국철도기술연구원, 초고속열차연구실, 선임연구원

2. 선형 유도전동기의 종방향 단부효과

선형 유도전동기에서 발생하는 종방향 단부효과는 이동자가 진행 방향인 종방향 상으로 유한하여 발생하는 현상으로 1차측 코어에서 발생하는 자기적인 불연속과 전기자 권선에서 발생하는 전기적인 불연속에 직접적인 원인을 두고 있다. 그림 1에 나타낸 개념적인 단면도에서 알 수 있듯이 선형 유도전동기의 이동자는 이동 방향인 종방향에 대해 그 길이가 유한하여 그림에 표시한 A지점, B지점, C지점에서의 1차측 철심과 1차측 전기자 권선의 유무가 서로 상이하게 된다. 이동자의 진행 방향의 앞 단에 위치하는 A지점과 진행 방향의 뒷단에 위치하는 B지점에서는 1차측 철심과 전기자 권선이 모두 존재하지 않으며 B지점의 경우만 1차측 철심과 전기자 권선이 모두 존재한다.

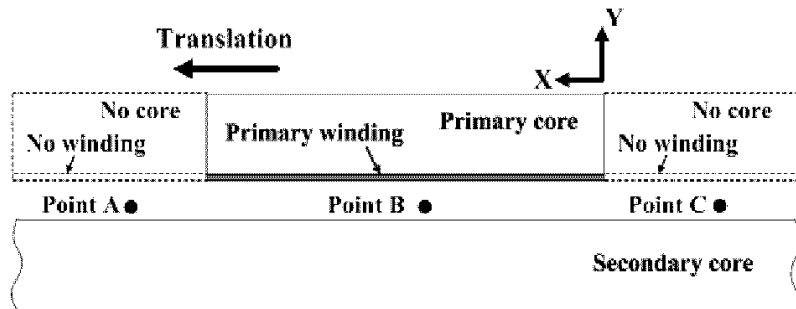


그림 1. 선형 유도전동기의 개념적인 단면도

선형 유도전동기에서 발생하는 종방향 단부효과를 해석하기 위해 기존의 여러 연구들에서 다양한 해석 기법들이 제안되었다. 이들 해석 기법들은 크게 맥스웰 방정식들에서부터 지배 방정식을 유도하고 이를 해석적인 방법으로 해를 구하는 direct solution, 푸리에 적분변환과 같은 적분변환법을 이용한 layer method 등과 같이 해석적인 기법을 이용한 해석 방법과 유한요소해석과 같은 수치해석 기법을 이용한 해석 방법들로 구분할 수 있다. 본 논문에서는 이들 해석 기법 중 그 해가 제일 간단한 닫힌 함수의 형태로 표현되는 1-d direct solution을 이용하여 선형 유도전동기의 종방향 단부효과를 해석하였다.

3. 1-d direct solution을 이용한 종방향 단부 효과의 해석

1-d direct solution을 이용하여 종방향 단부효과를 해석하기 위해서는 우선 지배 방정식을 유도하여야 한다. 이를 위해 그림 2와 같은 선형 유도전동기의 모델을 이용하여 식 (1)과 같은 1차원 지배 방정식을 유도할 수 있다.

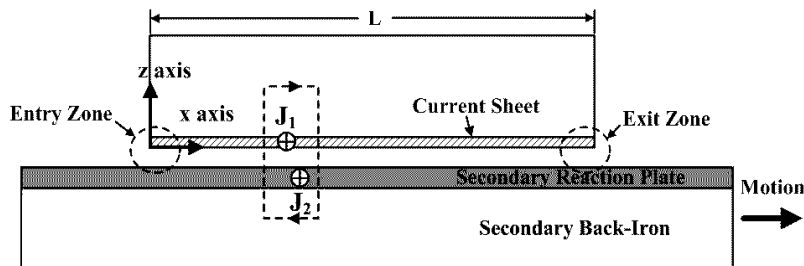


그림 2. 1-d 지배 방정식의 유도를 위한 모델

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} - \frac{\mu_0 v}{\rho_e g_e} \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\mu_0}{\rho_e g_e} \frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\mu_0}{g_e} \frac{\partial J_{1z}}{\partial x} \quad (1)$$

여기서, B_y 는 공극에서의 자속 밀도 [T]

μ_0 는 진공의 투자율 [H/m]

g_e 는 유효 공극의 길이 [mm]

v 는 1차측 이동자의 속도 [m/s]

ρ_e 는 2차측 리액션 플레이트의 등가 저항률 [Ω/m]

J_{1z} 는 1차측 전기자 권선의 선전류 밀도 [A/m]

지배 방정식 (1)을 풀기 위해서는 우선적으로 식의 우변에 존재하는 입력항인 1차측 전기자 권선의 입력 전류에 대한 수학적인 표현식이 요구된다. 이를 위해 본 논문에서는 과거 여러 연구들에서 사용되었던 current sheet라는 개념을 이용하여 1차측 전기자 권선의 입력 전류를 고려하였으며 이 때 1차측 전기자 권선의 입력 전류는 식 (2)과 같이 시간과 공간에 대해 정현적인 함수의 형태로 분포한다고 가정한다.

$$J_{1z} = J_m e^{j(\omega t - kx)} \quad (2)$$

여기서, J_m 는 입력전류의 크기, ω 는 입력 전원의 주파수, k 는 극 간격을 각각 의미한다.

이제 지배 방정식 (1)에 변수분리법과 같은 수학적인 해석 기법을 적용하면 식 (3)과 같은 선형 유도 전동기의 공극 자속에 대한 해석 해를 얻을 수 있다.

$$B_y = j \frac{\mu_0}{g_e} k J_m \alpha^2 e^{j(\omega t - kx)} + (A_1 e^{r_1 x} + A_2 e^{r_2 x}) e^{j\omega t} \quad (3)$$

$$\left(\begin{array}{l} \therefore \alpha^2 = \frac{1}{k^2 + j \frac{\mu_0}{\rho_e g_e} (\omega - vk)} \\ \therefore r_1 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 v}{\rho_e g_e} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\mu_0 v}{\rho_e g_e} \right)^2 + j 4 \frac{\mu_0 \omega}{\rho_e g_e}} \\ r_2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 v}{\rho_e g_e} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\mu_0 v}{\rho_e g_e} \right)^2 + j 4 \frac{\mu_0 \omega}{\rho_e g_e}} \end{array} \right)$$

식 (3)의 첫째 항은 정상 이동자계 항으로 종방향 단부효과가 존재하지 않는 대칭적인 경우에 해당하며 둘째 항과 셋째 항이 바로 종방향 단부로 인해 발생하는 추가적인 공극 자속들이다. 이 둘째 항과 셋째 항들의 크기에 해당하는 A_1, A_2 는 미지수로서 이동자의 앞쪽 단부와 뒤쪽 단부에서의 경계조건들로부터 그 값을 결정해야 한다. 미지수를 결정하기 위한 이와 같은 경계 조건들은 과거 Nasar와 Yamamura와 같은 여러 연구자들에 의해서 제안되어 졌었다[3][4].

Nasar가 제안한 경계 조건은 그림 3과 같이 1차측 철심이 종방향으로 무한히 확장된 모델을 이용하여 1차측 철심에서 발생하는 불연속을 무시하고 오직 전기자 권선에서 나타나는 불연속만을 고려하였다. 그림 3에 나타난 것과 같이 1차측 이동자의 철심에 해당하는 액티브 영역을 기준으로 이동자의 진행 방향의 앞단에 위치하는 영역을 입구단 영역(Entry zone), 뒷단에 위치하는 영역을 출구단 영역(Exit zone)이라 구분한다. 액티브 영역과 입구단 영역의 경계인 $x=0$ 인 지점에서 공극 자속과 2차측 리액션 플레이트에 유도되는 유도전류가 모두 연속이라는 조건과 액티브 영역과 출구단 영역의 경계인 $x=2\pi r$ 인 지점에서도 동일한 조건을 적용하여 모두 4개의 방정식을 유도할 수 있으며 이들 방정식으로부터 식 (3)의 미지수 A_1, A_2 의 값을 결정할 수 있다.

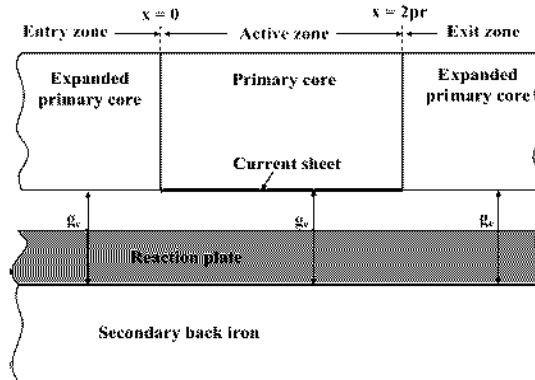


그림 3. 1차측 전기자 권선의 불연속만을 고려한 해석모델

다음으로 Yamamura는 1차측 철심과 전기자 권선의 불연속을 모두 고려할 수 있는 경계조건을 제안하였다. 이는 그림 4와 같이 입구단 영역과 출구단 영역의 유효 공극의 길이가 무한히 크다고 가정하면 입구단 영역과 출구단 영역에서만 공극 자속이 0의 값을 가진다는 사실로부터 유도되었다. 자세한 유도 과정은 참고 논문을 참고하길 바란다.

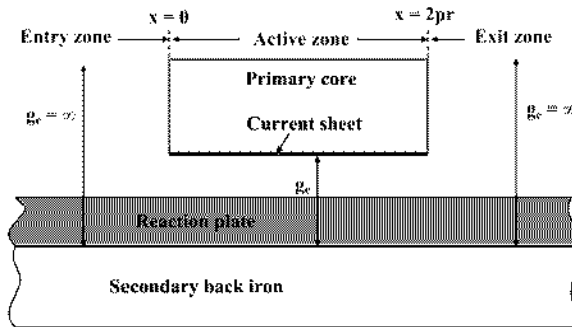


그림 4. 1차측 철심과 1차측 전기자 권선의 불연속을 모두 고려한 해석 모델

이와 같은 경계 조건들을 이용하여 식 (3)의 두 번째, 세 번째 항들의 미지수 A_1, A_2 의 값을 결정할 수 있으며 이로부터 선형 유도전동기의 종방향 단부효과를 포함한 공극 자속의 표현식을 완성할 수 있다.

4. 2-d FEM 해석을 이용한 검증

본 논문에서 앞서 구한 1-d direct solution과 1차측 전기자 권선의 불연속만을 고려한 경계조건이나 1차측 철심과 전기자 권선의 불연속을 모두 고려한 경계 조건을 이용하여 구한 해석 해의 타당성을 검증하기 위해 그림 5와 같은 모델을 이용하여 2차원 유한요소해석을 수행하였다. 이 해석 모델의 사상은 표 1에 나타내었다.

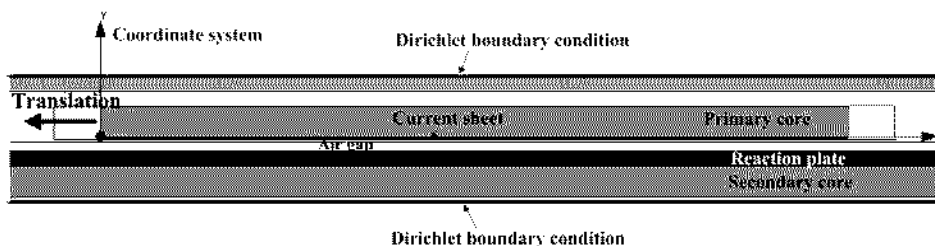


그림 5. 2차원 유한요소해석에 사용된 해석 모델

2-d FBM 해석에 사용한 그림 5의 해석 모델의 전기자 권선은 1-d direct solution의 해석 결과와의 비교를 위해 1-d direct solution과 마찬가지로 current sheet로 모델링되었다.

도표 1. 해석 모델의 사양

Spec	단위	값
극 간격	[mm]	50
기계적 공극의 길이	[mm]	2
리액션 플레이트의 두께	[mm]	2
1차측 입력 전류 밀도	[A/m]	100,000
1차측 입력 전류의 주파수	[Hz]	30
1차측 코어의 두께	[mm]	4
2차측 코어의 두께	[mm]	4
해석 모델의 깊이(z축 방향)	[m]	1
동작 슬립		0.2
극 수		2
동기 속도	[m/s]	3

우선 1차측 전기자 권선의 불연속만을 고려한 경계 조건을 1-d direct solution의 해인 식 (3)에 적용하여 구한 공극 자속과 2-d FBM 해석 결과를 비교하면 아래 그림과 같다. 이 때 공극 자속의 임의의 시간인 t_1 에서 공극의 중간에서의 값을 취하여 구하였다.

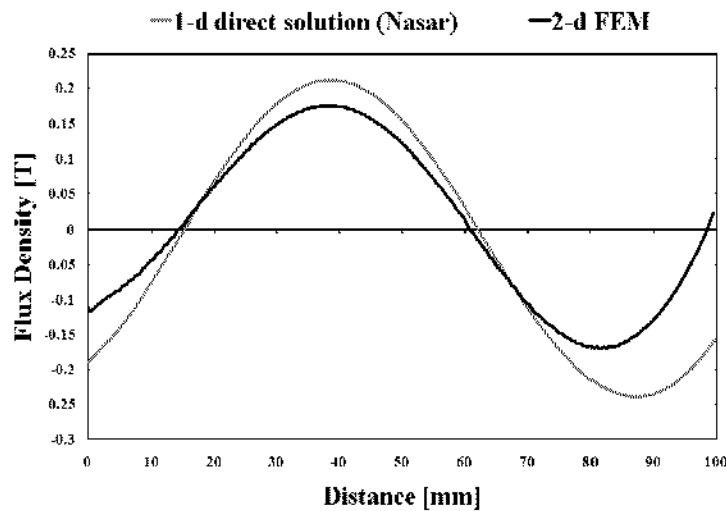


그림 6. 1차측 전기자 권선의 불연속만을 고려한 1-d direct solution의 해와 2-d FEM 결과

다음으로 1차측 철심과 전기자 권선에서의 불연속을 모두 고려한 경계 조건을 식 (3)에 적용하여 구한 공극 자속과 2-d FBM을 통해 구한 공극 자속을 아래 그림 7에 도시하였다.

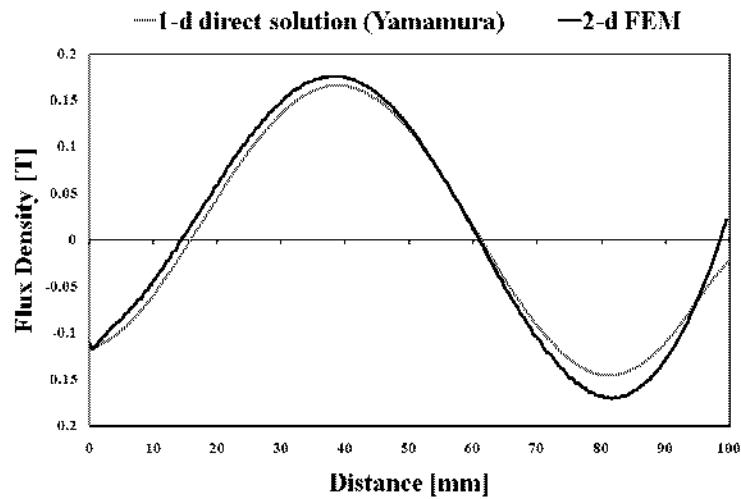


그림 7. 전기자 권선과 철심의 불연속을 고려한 1-d direct solution의 해와 2-d FEM 결과

그림 6과 7의 해석 결과의 비교를 통해 1차측 철심과 전기자 권선의 불연속을 모두 고려한 경계조건을 이용한 1-d direct solution의 해석 해가 1차측 전기자 권선의 불연속만을 고려한 경우의 해석 해보다 2-d FEM의 결과와의 오차가 적다는 것을 확인할 수 있다.

5. 결 론

Nasar와 Yamamura가 각각 제안한 경계조건을 이용한 1-d direct solution과 2-d FEM 결과와의 비교를 통해 선형 유도전동기에서 발생하는 종방향 단부효과가 1차측 전기자 권선에서 발생하는 전기적인 불연속뿐만 아니라 1차측 철심에서 발생하는 자기적인 불연속에도 그 원인을 두고 있다는 것을 확인할 수 있었다. 또한 Yamamura의 경계 조건을 이용한 1-d direct solution의 해가 실제 선형 유도전동기에서 발생하는 공극 자속과 같은 물리적 현상을 적절하게 기술하고 있다는 사실도 확인할 수 있었다.

참고문헌

1. J. F. Gieras, G. E. Dawson and A. R. Eastham, "A New Longitudinal End Effect Factor for Linear Induction Motors," *IBBE Trans. on Magnetics*, Vol. EC-2, No. 1, pp. 152-159, 1987.
2. D. H. Im, C. E. Kim, "Finite Element Force Calculation of a Linear Induction Motor Taking Account of the Movement," *IBBE Trans. on Magnetics*, Vol. 30, No. 5, pp. 3495 - 3498, 1994.
3. S.A. Nasar, I. Boldea, "Linear Motion Electric Machines", A Wiley-Interscience Publication, 1976
4. S. Yamaura, H. Ito, and Y. Ishikawa, "Theories of the Linear Induction Motor and Compensated Linear Induction Motor", *IBBE Trans. Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-91, No.4, July/August 1972, pp.1700-1710.