



# 다상유동 해석을 위한 비정렬격자계를 사용한 체적포착법

명 현 국\*<sup>1</sup>

## VOLUME CAPTURING METHOD USING UNSTRUCTURED GRID SYSTEM FOR NUMERICAL ANALYSIS OF MULTIPHASE FLOWS

H.K. Myong\*<sup>1</sup>

*A volume capturing method using unstructured grid system for numerical analysis of multiphase flows is introduced in the present paper. This method uses an interface capturing method (CICSAM) in a volume of fluid (VOF) scheme for phase interface capturing. The novelty of CICSAM lies in the adaptive combination of high resolution discretization scheme which ensures the preservation of the sharpness and shape of the interface while retaining boundedness of the field, and no explicit interface reconstruction which is perceived to be difficult to implement on unstructured grid system. Several typical test cases for multiphase flows are presented, which are simulated by an in-house solution code (PowerCFD). This code employs an unstructured cell-centered method based on a conservative pressure-based finite-volume method with CICSAM. It is found that the present method simulates efficiently and accurately complex free surface flows such as multiphase flows.*

**Key Words** : 다상유동(Multiphase Flow), VOF(Volume of Fluid), 체적포착법(Volume Capturing Method), 자유표면(Free Surface), 비정렬격자계(Unstructured Grid System)

### 1. 서 론

현재 다상유동(multi-phase flow) 및 금속이나 유리 성형공정 등과 같이 자유표면(free surface)이 존재하는 복잡한 유동현상들을 해석하기 위한 다양한 수치해석 방법들이 제안되고 있다. 이중 VOF(Volume of Fluid) 방법[1]은 셀(또는 검사체적)내에 액상의 체적비로 정의된 VOF 값  $\alpha$ 를 사용하여 상경계면을 추적하며, 각 상의 체적이 잘 보존되는 장점 때문에 다상유동의 물리적인 현상을 왜곡 없이 표현할 수 있는 대표적인 방법으로 인식되어 현재 대부분의 상용 CFD코드에 도입되어 널리 사용되고 있다.

이 VOF 방법은 검사체적 내 자유표면의 위치와  $\alpha$  값을 직접적으로 추적하고 계산하는 체적추적법(volume tracking method)[1-4]과,  $\alpha$ 를 자유표면의 정확한 위치에 대한 정보가 필요 없는 함수형태로 표현하고 이를 이용

하는 방정식을 HR도식(High Resolution differencing scheme)으로 풀어 경계면의 움직임을 포착하는 체적포착법(volume capturing method)[5-8]으로 크게 구분된다. 이 두 방법은 고정격자계를 사용하여 계산한다는 공통점이 있으나 체적추적법은 질량보존을 잘 만족시키고, 자유표면의 정확한 위치를 추적해 내는 장점이 있으나,  $\alpha$ 의 이류(advection)를 수치확산 없이 계산하기 위해 계산적으로 복잡한 상경계면 재구성과정을 거쳐야하므로, 완만한 경계면을 가지는 자유표면유동으로 적용범위가 제한되는 단점이 있다. 이에 반해 체적포착법은 보다 적은 계산상의 노력으로 경계면이 혼합 또는 분리되는 등의 변화가 큰 문제를 풀 수 있을 뿐만 아니라, 3차원 문제로의 확장도 용이한 장점을 가지고 있다. 그러나 이 방법은 일반적으로 번짐(smearing)현상과 같은 경계면의 비물리적인 변형 및 수치확산이 문제가 되므로 이를 개선하기 위해 최근 HRIC(High Resolution Interface Capturing) 도식[5]과 CICSAM(Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes)[6] 등과 같은 방법들이 제안되고 있다.

<sup>1</sup> 정회원, 국민대학교 기계시스템공학부

\* E-mail: myong@kookmin.ac.kr



또한, VOF 방법을 포함한 기존의 방법들은 거의 대부분 정렬격자계에 적합한 형태로 비정렬격자계에는 직접 적용될 수 없는 근본적인 문제점을 가지고 있다.

최근 Myong and Kim[9]은 다상 유동과 같이 자유표면이 존재하는 복잡한 유동현상들을 해석할 수 있는 비정렬격자계에 적합한 수치해석방법을 개발하였다. 이 방법은 일반 상용 CFD 코드와 같이 비정렬 셀 중심방법을 채용하고 압력수정방법에 기반을 둔 3차원 유동해석방법 [10-12]에 체적포착법에서 문제가 되는 번짐(smearing)현상과 같은 경계면의 비물리적인 변형 및 수치확산 문제를 크게 개선한 것으로 알려진 HR 도식인 CICSAM[6]을 도입한 것이다.

본 논문에서는 Myong and Kim[9]이 개발한 수치해석 방법을 소개하고 몇 가지 전형적인 다상유동문제에 적용한 결과를 제시한다.

## 2. 수치해석방법

### 2.1 지배방정식

유동을 비압축성이라고 가정하면 기상-액상 모든 영역에 적용되는 질량보존, 운동량보존 및 VOF 값  $\alpha$ 에 대한 지배방정식은 다음과 같이 적분형태로 표현할 수 있다

$$\int_S \underline{v} \cdot \underline{dS} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V (\rho \underline{v}) dV + \int_S [\rho \underline{v} \otimes \underline{v}] \cdot \underline{dS} = \int_S \underline{\tau} \cdot \underline{dS} - \int_S p \underline{dS} + \int_V \underline{s} dV \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \alpha dV + \int_S \alpha \underline{v} \cdot \underline{dS} = 0 \quad (3)$$

그리고 국소물성값인 밀도와 점성계수는 다음과 같이 계산한다.

$$\rho = \alpha \rho_1 + (1 - \alpha) \rho_2 \quad (4)$$

$$\mu = \alpha \mu_1 + (1 - \alpha) \mu_2 \quad (5)$$

여기서 아래첨자 1과 2는 다른 종류의 유체를 각각 나타내며,  $\alpha$ 는 0과 1 사이의 값을 가진다

### 2.2 $\alpha$ 에 대한 이산화 및 이류알고리즘

식 (3)을 셀(체적  $V_P$ )에 대해 이산화하고 시간변화  $\delta t$ 가 충분히 작다면 일반적으로 셀 면에서의 체적유량  $Q_f$ 는  $\alpha_f$ 에 비해 무시할 정도의 미소변화량을 가지기 때문에 일정하다고 가정하면 액상 체적비  $\alpha$ 에 대한 최종 이산화식은 다음과 같다.

$$\alpha_P^{t+\delta t} = \alpha_P^t + \frac{\delta t}{V_P} \sum_{f=1}^n \alpha_f^* Q_f \quad (6)$$

위식을 정확하게 계산하기 위해서는 수치확산을 최소화시키며 셀 면에서의  $\alpha_f^*$ 를 구할 수 있는 이류 알고리즘 즉 해의 한정성(boundedness)을 보장하면서도 급격한 기울기를 가지는 경계면을 유지하도록 인접한 셀 중심값을 사용하여 적절히 보간하여  $\alpha_f^*$ 를 구하는 방법이 필요하다. 이것을 해결하는 한 가지 방법은 해의 한정성을 보장하지만, 수치확산 및 번짐현상이 심한 상류차분(upwind differencing)도식과 한정성은 유지하지 않으나 급격한 기울기를 가지는 경계면을 잘 보존해주는 특성을 가진 하류차분(downwind differencing)도식을 적절히 조합시킨 형태로 나타내는 것이다[9].

일례로, 모든 VOF 방법의 기본이 되는 Donor-Acceptor 방법[1]에서는 상류차분도식과 Donor 셀 내 유체의 이용성기준(availability criteria)에 기초를 둔 제어된 하류(controlled downwind)차분도식을 조합시켜 간단한 형태를 가지면서도 효율적으로  $\alpha_f^*$ 를 구하고 있다. 그러나 이 방법은 국소한정기준(local boundedness criteria)을 준수하지 않아 경우에 따라선 자유표면의 형태가 변형되어 나타나는 단점이 있다[6].

### 2.3 CICSAM 방법

셀 면에서의  $\alpha_f^*$ 를 구하기 위해 기존의 경계면포착법에 적용된 각종 도식들이 가지고 있는 경계면의 번짐현상, 수치확산 문제점 및 정렬사각형 격자계로만 제한되는 한계점을 극복한 것으로 알려져 있는 CICSAM 방법[6]을 채용하기로 한다. HR 도식인 CICSAM은 다양한 방법으로 재구성 될 수 있으나 여기서는 식 (6)에 나타난 이산화방정식의 형태에 한정성기준을 적용하기에 가장 적절한 형태인 NVD(Normalized Variable Diagram)[13]에 기초하여 나타낸다.

아래 식은 NVD 개념을 활용한 정규화변수(normalized variable)인  $\tilde{\alpha}_D$ 와  $\tilde{\alpha}_f$ 의 정의 및 비정렬격자계에 적합한

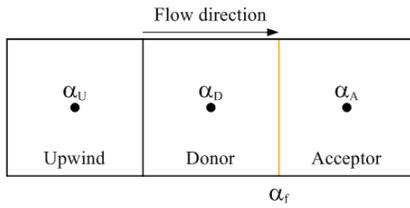


Fig. 1 One dimensional control volume

일반적인 형태를 각각 나타낸다.

$$\tilde{\alpha}_D = \frac{\alpha_D - \alpha_U}{\alpha_A - \alpha_U} = 1 + \frac{\alpha_D - \alpha_A}{2(\nabla\alpha)_D \cdot \underline{d}} \quad (7)$$

$$\tilde{\alpha}_f = \frac{\alpha_f - \alpha_U}{\alpha_A - \alpha_U} = 1 + \frac{\alpha_f - \alpha_A}{2(\nabla\alpha)_D \cdot \underline{d}} \quad (8)$$

여기서 아래첨자  $U, D$  그리고  $A$ 는 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 1차원적으로 이웃하는 셀로 Upwind 셀, Donor 셀 및 Acceptor 셀을 각각 나타낸다. 그러나 정렬격자계와 달리 격자간의 연결성에 규칙성이 없는 비정렬격자계에서는 일반적으로 Upwind 셀을 정의하는 것이 용이하지 않으므로, 비정렬격자계에서는 Upwind 셀의 값을 경계면에 인접한 Donor 셀의 구배값과 Acceptor 셀의 값 및  $\underline{d} = \underline{r}_A - \underline{r}_D$ 로부터 벡터연산을 사용하여 외삽으로 구하며, 이 값을 대체시킨 형태가 위 두식에서의 마지막 형태이다[9].

식 (7)과 (8)로부터 식 (6)에 사용될 실제 셀 면에서의  $\alpha_f$  값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_f = (1 - \beta_f)\alpha_D + \beta_f\alpha_A \quad (9)$$

$$\beta_f = \frac{\tilde{\alpha}_f - \tilde{\alpha}_D}{1 - \tilde{\alpha}_D} \quad (10)$$

여기서 식 (10)으로 표현된 가중계수  $\beta_f$ 는 유동방향에 관계된 경계면의 방향뿐만 아니라 Upwind 셀을 포함하여 Donor 셀 및 Acceptor 셀에서의 모든 정보를 함축적으로 포함하고 있다.

기본적으로 CICSAM은 Donor-Acceptor 방법의 개념으로부터 출발하는 것으로, 해의 안정성은 보장하지만 수치 확산 및 번짐현상이 심한 상류차분도식과 한정성은 유지하지 않으나 급격한 기울기를 가지는 경계면을 잘 보존

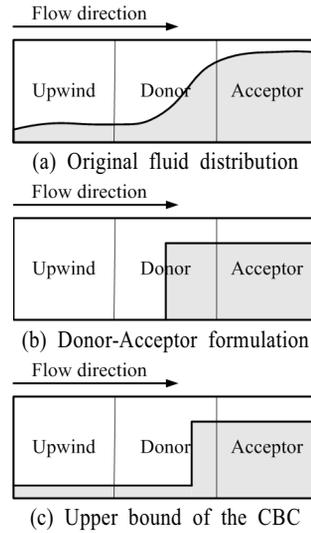


Fig. 2 Comparison between the donor-acceptor formulation and the upper bound of the CBC(Hyper-C)

해주는 특성을 가진 하류차분도식을 셀 면과 유동의 움직임 방향이 이루는 각을 활용하여 두 가지 도식을 혼합하여 나타낸 형태이다 즉, CICSAM에서는  $\tilde{\alpha}_f$  상의 국소 한정기준을 항상 만족할 수 있는 정규화변수의 범위를 규정하는 CBC(Convective Boundedness Criteria)의 상한을 따르는 Hyper-C 도식[13]을 하류차분도식으로 사용하며 그 형태는 다음과 같다

$$\tilde{\alpha}_{f_{CBC}} = \begin{cases} \max \left[ \tilde{\alpha}_D, \min \left\{ 1, \frac{\tilde{\alpha}_D}{c_D} \right\} \right] & \text{for } 0 \leq \alpha_D \leq 1 \\ \tilde{\alpha}_D & \text{for } \tilde{\alpha}_D < 0, \tilde{\alpha}_D > 1 \end{cases} \quad (11)$$

여기서, Courant 수인  $c_D$ 는 다음과 같다.

$$c_D = \sum_{f=1}^n \max \left\{ \frac{Q_f \delta t}{V_D}, 0 \right\} \quad (12)$$

참고로, Fig. 2(a)에 나타낸 것과 같이 세 개의 이웃하는 셀 사이에서의 임의의 유체형상에 대해 앞에서 언급한 Donor-Acceptor 및 Hyper-C 도식의 차이점을 살펴본다. Fig. 2(b)는 Donor-Acceptor 도식으로 예측된 유체분포로, Donor 셀에서의 유체분포를 예측할 때 Upwind 셀의 유체가 무시되어, 급격한 경계면 기울기를 가지는 틀린 결과



를 야기 시켜 결국 물리적으로 합당하지 못한 경계면의 형태를 나타내게 된다. 반면에 Fig. 2(c)는 CBC의 상한을 따르는 도식인 Hyper-C 도식을 사용하여 예측한 유체분포로, Upwind 셀의 유체를 고려하여 Donor 셀에서 더 현실적인 유체분포를 만들어 낸다.

식 (11)은 국소한정기준을 만족하는 최적의 차분도식으로 적어도 1차원에서는 계단분포의 이류를 위한 최적의 도식이다. 그러나 이 도식은 경계면이 유동방향과 거의 접선을 이루는 경우에도 기울기를 계단형태로 만드는 경향이 있어, 다차원으로 확장하여 적용할 경우 경계면에서 주름지는(wrinkle)현상이 발생한다[6].

이 문제는 적절한 조건하에서 잘 제어된 하류차분도식으로부터 상류차분도식으로 전환시키는 방법으로 해결될 수 있다. 일례로 VOF 방법[1]은 제어체적면과 경계면 사이의 각도가 45°이상이면 제어된 하류차분도식으로부터 상류차분도식으로 무조건적으로 도식을 바꾸도록 하였다. 그러나 이 방법은 1차의 상류차분도식을 사용하였기 때문에 경계면의 형상을 정확하게 유지해 주지 못하는 것으로 나타났다. 따라서 CICSAM에서는 상류차분도식으로부터 여러 가지 HR 도식을 비교한 Leonard[13]의 연구결과에서 가장 우수한 성능을 가진 다음과 같은 UQ (Ultimate-Quickest) 도식을 상류차분도식으로 사용한다.

$$\tilde{\alpha}_{f,w} = \begin{cases} \min \left\{ \frac{8c_D \tilde{\alpha}_D + (1-c_D)(6\tilde{\alpha}_D + 3)}{8}, \tilde{\alpha}_{f,cw} \right\} & \text{for } 0 \leq \tilde{\alpha}_D \leq 1 \\ \tilde{\alpha}_D & \text{for } \tilde{\alpha}_D < 0, \tilde{\alpha}_D > 1 \end{cases} \quad (13)$$

마지막으로 앞에서 언급한 것과 같이 수치확산이 적은 정규화된 셀 면에서의 값을 예측하기 위해 CICSAM에서는 셀 면과 유동의 움직임방향이 이루는 각을 고려하여 유연하게 변하는 식(15)와 같이 정의되는 가중계수  $\gamma_f$ 를 사용하여 식 (11)과 식 (13)의 전환이 자동적으로 이루어지는 아래 식을 구성한다[6].

$$\tilde{\alpha}_f = \gamma_f \tilde{\alpha}_{f,cw} + (1 - \gamma_f) \tilde{\alpha}_{f,w} \quad (14)$$

$$\gamma_f = \min \left\{ \frac{\cos(2\theta_f) + 1}{2}, 1 \right\} \quad (15)$$

$$\theta_f = \arccos \left| \frac{(\nabla \alpha)_D \cdot \mathbf{d}}{|(\nabla \alpha)_D| |\mathbf{d}|} \right| \quad (16)$$

참고로, 위식은 CBC가 경계면에서의 구배를 보존하지 못할 경우에는 UQ 도식이, UQ 도식이 경계면의 급격한 구배를 유지하지 못할 경우에는 CBC가 각각 작동하는 것을 의미한다.

한편, 기존의 VOF 방법에서는 일정한 형태의 정렬격자에만 사용이 국한된 현시적 분할자(split operator)를 적용하고 있기 때문에, 새로운 시각에서의  $\alpha$ 를 나타내는 입의의 특정 셀 면을 통과한 체적비의 총합이 좌표축의 방향에 따른 전개(sweep) 순서에 따라 다르게 나타나게 된다. 따라서 CICSAM에서는 식 (6)에서 필요로 하는 셀 면에서의  $\alpha_f^*$  값을 다음과 같이 2차 정확도를 가지고 수치 확산도 적어지는 장점을 지닌 Crank-Nicholson 도식의 형태로 구하여

$$\alpha_f^* = \frac{1}{2} (\alpha_f^t + \alpha_f^{t+\delta t}) \quad (17)$$

전개순서에 대한 의존성을 제거함으로써 비정렬격자계에도 용이하게 적용될 수 있도록 하였으며 결과적으로  $\alpha$ 에 대한 이산화방정식을 음해법(implicit method)으로 풀고 있어 계산의 안정성도 도모하였다[9]. 또한 식 (10)으로 정의된 새로운 시점에서의 가중계수가 시간간격이 매우 짧다면 경계면과 유동의 움직임 방향이 이루는 각도변화가 매우 작으므로, 현시점의 가중계수로 대체되어도 무방하다고 할 수 있다. 따라서 최종적으로 셀 면에서의  $\alpha_f^*$  값은 식 (7-10) 및 식 (17)로부터 다음과 같이 구해진다

$$\alpha_f^* = (1 - \beta_f) \frac{\alpha_D^t + \alpha_D^{t+\delta t}}{2} + \beta_f \frac{\alpha_A^t + \alpha_A^{t+\delta t}}{2} \quad (18)$$

그러나 식 (18)을 적용하여도 모든 경계기준을 항상 만족하는 것은 아니다. 경우에 따라선  $\alpha$  값이 미세하게 0보다 작거나 1보다 크게 나타날 수 있다. 이와 같은 값을 수정하기 위해 초기 VOF 방법인 Donor-Acceptor 방법[1]은 물리적으로 불합리한 값을 0과 1로 강제적으로 대체시켜 해결하였다. 그러나 물리적으로 불합리한  $\alpha$  값을 수정하는 것 자체가 오히려 운동량방정식에 영향을 주어 보존량 오차를 유발시키므로, CICSAM에서는 Predictor 과정과 Corrector 과정을 도입하여 이 두 단계에 걸쳐  $\alpha$  식을 계산함으로써 해결한다. 여기서 Predictor 과정은 CICSAM의 가중계수 계산과 새로운 체적비 계산으로 구성되고, 후자인 Corrector 과정은 계산상의 노력을 감소시키기 위해 물리적으로 불합리한 값을 나타낼 때만 실행

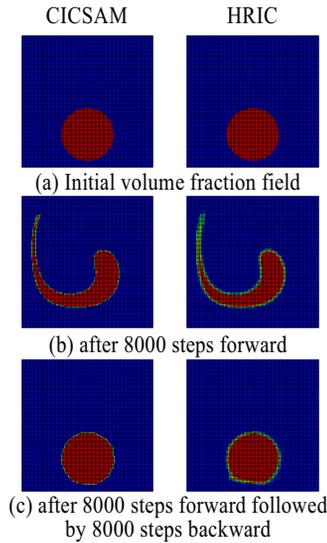


Fig. 3 Results of shearing flow test(by PowerCFD code) [16]

되도록 되어 있다[6].

### 2.4 유동해석방법

다상유동의 수치해석은 본 연구실에서 개발한 해석코드(PowerCFD)[12]를 사용하여 수행한다. 이 코드는 일반 상용 CFD 코드와 같이 비정렬 셀 중심방법을 채용하고 압력수정방법에 기반을 둔 3차원 유동해석방법[10-12]에 위에서 기술한 CICSAM[6]을 도입한 것이다. 수치해석 방법은 각 시간스텝마다 먼저 식 (3)을 풀어 새롭게 얻어진 VOF 장(field)의  $\alpha$  값들을 사용하여 식 (4) 및 식 (5)로부터 밀도와 점성계수 값을 계산한다. 이 값들을 사용하여 식 (1)과 식 (2)를 유동해석 코드를 사용하여 풀게 된다.

참고로 저자가 개발한 PowerCFD 코드에 내재된 유동해석방법의 주된 특징을 간략히 기술하면 다음과 같다. 먼저 2차원에서는 삼각형 및 사각형 셀 3차원에서는 사면체, 프리즘, 육면체 셀 등 격자생성 방법에 따라 여러 가지 모양의 셀이 사용될 수 있도록 하였다. 다음으로, 압력과 속도성분을 모두 셀의 중심에 저장하므로 격자자료 저장에 효율적인 셀 중심 집중저장방법을 채택하고 일반성을 위해 셀에 특수한 형상 함수를 사용하는 것은 피하였다. 또한, 대류 및 확산항에 대한 이산화 조작은 가능한 한 잘 알려진 경계적합 정렬격자계의 형태로 공식화하였다[14,15]. 특히, 본 코드에서는 불규칙적이고 여러 가지 형상을 가지는 격자에서도 2차 정확도를 가지면서도 용이하게 코드에 접목시켜 사용할 수 있는 새로운 확산플럭스 근사방법[14]를 채택하였다. 이와 함께, 운동

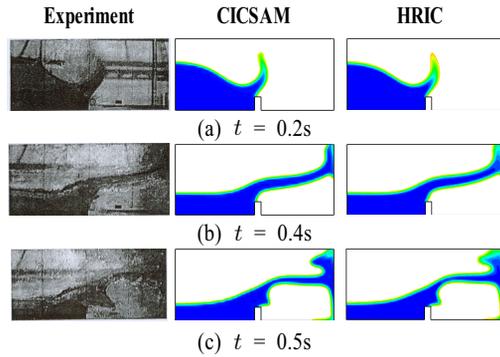


Fig. 4 Comparison of experimental visualization and numerical results of a collapsing water problem with an obstacle(by PowerCFD code) [16]

량방정식의 압력항 처리를 위하여 연속방정식의 속도와 연관시킨 SIMPLE 계통 알고리즘을 비정렬격자계에 적용시켜 압력수정방정식을 얻는 방법을 확립시켰다. 마지막으로 선형화된 방정식의 해를 얻기 위해 CG(Conjugate Gradient) 방법 계통의 대수 솔버를 사용하였다.

## 3. 다상유동에의 적용예

### 3.1 Shearing Flow Test

체적포착법인 두 가지 도식, 즉 HRIC 도식[5] 및 CICSAM 도식[6]의 정확성을 검증하기 위해 Shearing flow test에 적용한 결과[16]를 Fig. 3에 나타낸다. 이 테스트는 둥근 원형형상을 가지는 유체영역에 대해 일정하게 주어지는 회전하는 속도장을 통해 이동되는 유체영역의 질량 보존 법칙이 만족하는지 알아보기 위한 것이다. 참고로 HRIC 도식은 상용 CFD 코드에 채용된 도식이다.

본 Shearing flow test를 위한 수치계산영역의 전체크기는  $\pi \times \pi \text{ m}^2$ 이고, 수치계산을 위해 사용된 격자수는 비정렬 사각형 격자계로 10000(100 × 100)개이다. 그리고 시간간격은  $\Delta t = 0.001$ 이다. 이와 같은 조건에서 수치계산영역 내부에 존재하면서 시간단계별로 이동하는 액체영역은 Fig. 3에 나타난 것과 같고, 다음과 같이 주어지는 일정한 속도장에 의해 이동한다.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \sin(x)\cos(y) \\ v(x, y) &= -\cos(x)\sin(y) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 초기단계에 주어지는 둥근형상의 크기와 중심의 위치는 Fig. 3(a)와 같이 반지름이  $\pi/5 \text{ m}$ 이고, 중심은

$(x, y) = (\pi/4, \pi/2)$ 에 위치한다. Fig. 3(b)는 시간단계별로 일정하게 주어진 속도장 즉 시계반대방향으로 회전하는 유동장에 의해 이동한 결과를 시간단계8000에서 나타낸다. Fig. 3(b)의 결과를 보면 CICSAM 도식보다 HRIC 도식을 적용하였을 경우가 수치적 번짐 및 확산현상이 현저함을 확인할 수 있다 그리고 Fig. 3(c)는 시간단계 0에서 8000까지는 시계반대방향으로 회전하는 일정한 유동장에 의해 이동한 후, 다시 8000에서 16000까지는 시계방향으로 회전하는 일정한 유동장에 의해 다시 초기상태로 복귀한 후의 결과를 나타낸다. 결과를 보면 CICSAM 도식을 적용하였을 경우는 거의 눈으로 큰 차이를 확인할 수 없을 정도로 초기조건과 회기한 결과가 거의 일치하게 나타남을 확인할 수 있다. 이에 반해 HRIC 도식을 적용하였을 경우는 수치적 확산에 의해 원의 중심을 기준으로 왼쪽 아래편에 회기한 결과에서 초기조건과는 다소 차이를 나타내는 결과를 확인할 수 있다 이상의 결과로부터 CICSAM 도식이 정확성 및 타당성경계면의 비물리적인 변형 및 수치확산이 적음 면에서 HRIC 도식보다 우수함을 알 수 있다.

### 3.2 바닥에 장애물이 존재하는 댐붕괴

수조의 바닥면에 장애물이 설치되어 있는 경우의 댐붕괴(dam-break) 문제는 자유수면의 변형이 상당히 복잡하게 발생하는 경우로 자유표면의 분리 및 혼합이 복잡적으로 크게 발생한다. Fig. 4는 3가지 시각( $t = 0.2s, 0.4s, 0.5s$ )에 대한 Koshizuka et al.[17]의 실험에 의한 사진과 두 체적포착법 도식을 사용한 수치해석결과[16]를 비교하여 나타낸 것이다. 그림에 나타난 것과 같이 수치해석결과는 두 도식 모두 실험을 통한 유동형태와 국소적인 차이를 나타내고 있지만, 전체적인 유동형태나, 0.4s 이후에 장애물 후면부에 발생하게 되는 물로 포위된 공기주머니의 크기나 그 형태를 적절하게 예측하고 있음을 확인할 수 있다. 다만, 예측된 경계면을 기점으로 경계면포착법이 가지고 있는 단점인 번짐현상이 미세하지만 나타나고 있으나, 이 경우에도 앞의 Shearing flow 테스트에서 나타난 것과 같이 CICSAM을 사용한 경우가 HRIC 도식을 사용한 경우보다 번짐현상이 적게 나타나고 있음을 확인할 수 있다.

### 3.3 물속의 기포 상승 문제

다상유동 중에서 두 유체의 밀도차(density difference)에 의해 발생하는 부력에 의한 유동은 일반적으로 복잡한 유동현상들이 포함되어 나타나며, 특히 밀도비가 큰 경우

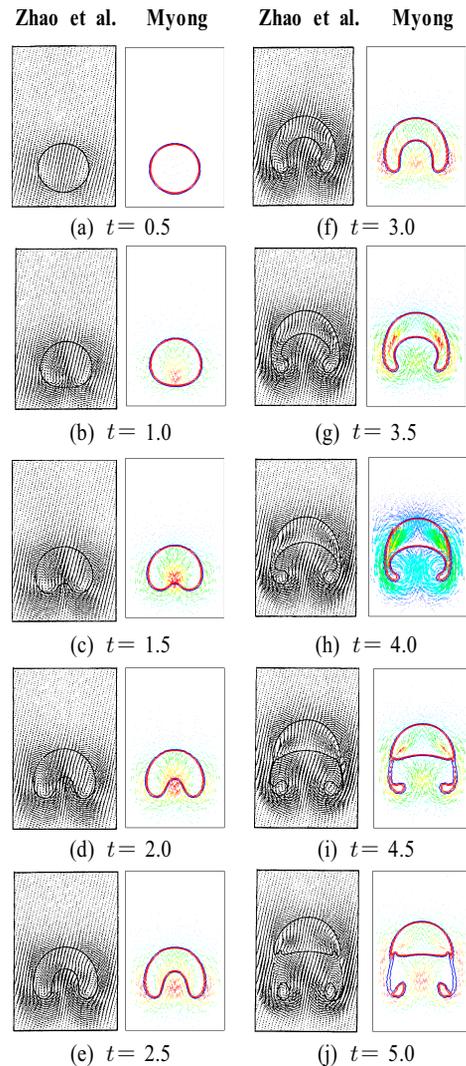


Fig. 5 Time evolution of rising air bubble problem at several nondimensional times;  $Re = 100, Fr = 1, \text{density ratio} = 100/1$ [18]

유체 간에 형성되는 경계면을 기준으로 국소물성치가 급격하게 변하게 되어 수치해석상의 어려움이 발생한다.

Fig. 5는 표면장력을 고려하지 않은 기포상승 문제에 대한 시간에 따른 수치계산 결과[18]이다. 해석조건은 Zhao et al.[8]과 같이 물과 공기방울의 밀도비  $\rho_w/\rho_a = 100$ 이며, 물속에 잠겨있는 공기방울의 초기 지름을  $D$ 라고 하였을 때  $2D \times 3.24D$ 이고, 초기에 공기방울의 중심위치는 바닥으로부터 위로  $0.74D$  떨어진 곳에 위치하고 있다. 계산을 위해 사용된 격자는 비정렬 삼



각형 격자로 제어체적수는 30,328 개이다. 참고로 이 격자 수는 동일한 계산을 수행한 Zhoa et al.[8]의 제어체적수 93,312개의 삼각형격자의 약 1/3로 비교적 성긴 격자이다. 2차원 캐비티를 둘러싼 수치계산영역의 경계조건은 전부 벽면조건이고, 이 문제를 해석하기 위해 사용된 총 계산시간은  $\sqrt{D/2g}$  로 무차원화시킨 무차원 시간으로 5이며, 무차원 시간스텝  $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$  이다. Zhoa et al.[8]의 수치해석결과와 비교·검증하기 위해 각각의 무차원 시간 간격에서 나타나는 자유표면공기방울의 형상을 VOF 값 0.1, 0.5 및 0.9의 값인 Contour 선과 벡터선도를 함께 표기하여 나타냈다.

결과를 보면 본 예측결과는 전 시간에 걸쳐 Zhoa et al.[8]의 결과와 매우 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 즉, 기포는 초기에 물과 기포의 큰 밀도차에 따른 부력에 기인하여 원래 위치에서 위쪽 방향으로 가속되면서 두 개의 순환하는 와류가 점차 기포(공기방울)의 좌우에 대칭적으로 형성된다. 이 와류가 기포 아래면으로부터 기포를 밀어 올리는 물제트(water jet)를 야기하여, 무차원 시간  $t = 1$ 에 도달하였을 때 기포의 하부 면을 편평하게 만든다. 시간이 더 진행되면서 상대적으로 강해진 물제트에 의해  $t = 1.5$  일 때 공기방울의 형상은 마치 신장과 같은 형상으로 변형되어 나타난다. 이것은 기포의 윗면에서도 그러한 속도가 생성되지만 기포의 하부에 존재하는 물의 압력에 의해 생성되는 아래쪽 면에서의 속도가 더 크기 때문이다. 시간의 흐름과 함께 기포는 계속해서 상승하면서, 와류에 기인하여 부레랑 형태로 변하면서 와류의 위치가 기포의 아래쪽으로 옮겨지며 양쪽 방향으로 힘을 가해 점차로 기포 스킨트를 만들며 점차 안쪽으로 말려 들면서, 무차원 시간  $t = 4$ 에서 보는 바와 같이 스킨트와 기포의 연결부분이 점차 얇게 된다. 이것은 기포 전체를 순환하는 와류와 스킨트 안에서 스킨트 바깥 부분을 순환하는 와류가 스킨트 바깥 부분에서 만나 강도가 강해지므로 생기는 현상으로 무차원 시간 4.5와 5.0 사이에서 결국 스킨트와 기포는 분리되게 된다(참고로 Fig. 5(j)에서 기포와 분리된 스킨트를 잇는 가느다란 선은 VOF 값  $\alpha = 0.1$ 을 나타내고 있다). 이것은 스킨트와 기포의 분리가 무차원 시간  $4.4 < t < 4.8$  사이에서 일어난다는 기존의 연구결과[8]와도 정량적으로 일치한다.

또한 본 수치해석 결과는 비교적 성긴 격자와 다소 큰 시간간격을 사용하였으나 초기의 경계가 퍼지거나 하는 현상이 거의 없으며 전체 질량변화를 살펴보면 약 7150 시간 스텝이 지난 후에  $1.06 \times 10^{-5}$  %의 매우 작은 오차를 가지면서 질량보존을 잘 만족시켜 주고 있다.

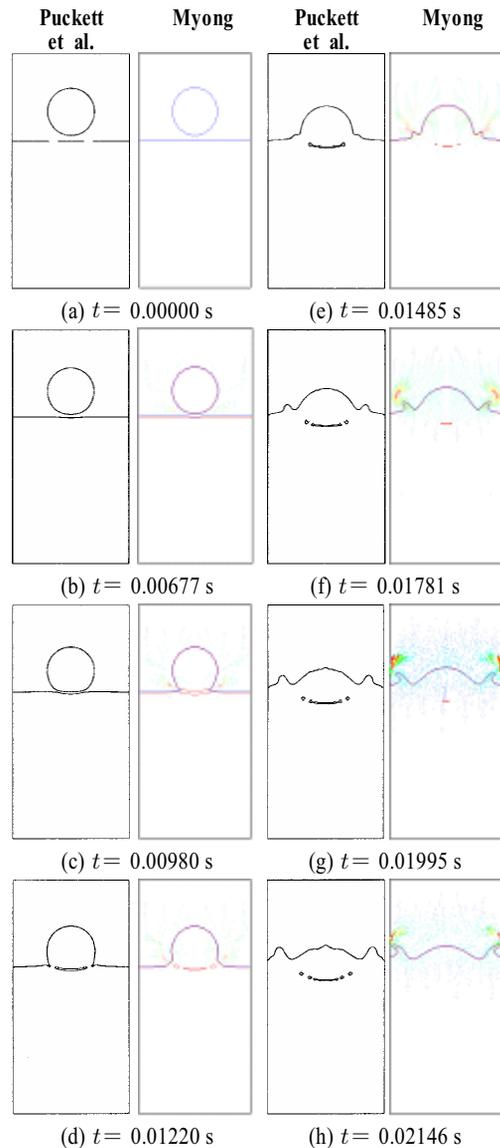


Fig. 6 Time evolution of rising air bubble problem at several nondimensional times;  $Re = 100$ ,  $Fr = 1$ , density ratio = 100/1 [18]

### 3.4 Droplet splash

Fig. 6(a)는 밀폐된 2차원 사각형 공간 내에서 일정한 거리로부터 수면위로 떨어지는 공기 중의 물방울의 움직임 수치해석하기 위해 사용한 기하학적 형상과 초기조건을 나타낸다. 참고로 이 문제는 두 개의 독립된 영역이 합쳐지는 것으로 Puckett et al.[4]이 수치해석방법의 타당성과 정확성을 검증하기 위해 제시한 문제이기도 하다.

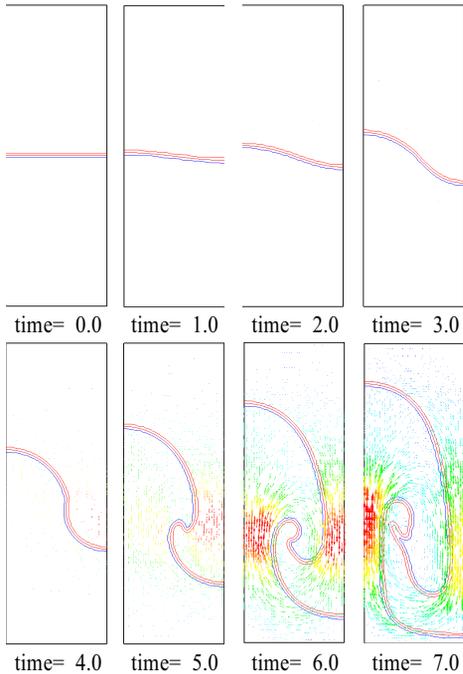


Fig. 7 Present results of Rayleigh-Taylor instability at several nondimensional times[18]

본 수치계산을 위해 사용한 전체 수치계산영역의 크기는 Puckett et al.[4]과 같이 폭  $L$ 은 0.007 m이고, 폭과 높이  $H$ 의 비  $H/L=2$ 이다. 그리고 수면의 깊이는 0.0088 m 이고, 공기 중에 떠있는 물방울의 초기위치는 사각형박상 상부를 기준으로 아래로 0.0035 m 떨어진 곳에 물방울의 중심이 위치하고, 물방울의 반지름은 0.0014 m이다. 수치 계산을 위한 사용한 각각의 유체에 대한 물성치는 공기의 밀도가  $1.225 \text{ kg/m}^3$ 이고, 점성은  $1.77625 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$ 이다. 그리고 물의 밀도와 점성은 각각  $999.2 \text{ kg/m}^3$ ,  $1.1377 \times 10^{-3} \text{ kg/ms}$ 의 값을 사용하였다. 즉, 공기와 물의 밀도비  $\rho_w/\rho_a \approx 816$ 이고, 점성계수비  $\mu_w/\mu_a \approx 64$ 이다. 물방울 주위 및 물 표면에서 발생하는 표면장력은 고려하지 않았으며, 밀폐된 공간을 형성한 모든 면에 대한 경계조건은 벽면조건을 사용하였다. 그리고 본 수치계산을 위해 사용한 격자계는 이전 연구[3,4]에서와 같이 비교적 성긴 비정렬 등간격 사각형격자계로 제어체적수는 8192( $64 \times 128$ )개 이다.

Fig. 6은 물방울 튀김 문제에 대한 예측결과를 Puckett et al.[4]의 수치해석결과를 함께 나타낸다. 그림에는 비교·검증하기위해 기존의 수치해석연구와 마찬가지로 시간이 각각 0.0, 0.00677, 0.0098, 0.0122, 0.01485, 0.01782,

0.01995, 0.02146초 일 때 나타나는 자유표면(공기방울의 형상)을 VOF 값 0.5 및 0.7의 값인 Contour 선과 벡터선 도를 함께 표기하여 나타냈다. 그림을 통하여 확인할 수 있듯이 동일한 시간에 따라 나타나는 기존의 수치해석결과와 본 수치해석결과는 모두 정성적으로 유사한 형태로 나타나고 있음을 확인할 수 있다. 그러나 두 유체가 형성하는 경계면의 변화 및 이동추이를 살펴보면 예측결과 사이에 다소 차이를 나타내고 있다. 먼저 모든 예측결과가 시간이 0.0122초에 이르렀을 때 물방울이 물표면과 접하게 되면서 다소의 공기방울이 물속에 갇히거나 시간이 지남에 따라 소멸되어 가는 것이 물리적으로 타당하다. 본 예측결과는 그림에서 보는 바와 같이 시간이 지남에 따라 이것이 사라지게 되나 기존의 예측결과는 마지막 결과인 0.02146초가 되었을 때까지 그대로 갇혀진 채로 존재한다. 다음으로 모든 예측결과가 물방울과 수면의 재결합과 함께 상대적인 밀도가 낮은 공기로 가득한 좌우 벽면을 향해 새로운 형태의 물기둥 및 물방울이 튀어 상승하는 현상을 보여주고 있다. 그러나 기존의 예측결과와는 달리 본 예측결과는 전체적으로 매끄러운 모양을 가지면서 벽면을 향해 사선의 형태로 진행하여 가는 물이 튀는 현상 및 새롭게 튀어서 따로 떨어져 나오는 미세한 물방울을 잘 표현하고 있다.

또한 본 수치해석 결과는 기존 연구와 같은 성긴 격자를 사용하였음에도 불구하고 시간이 지나도 초기의 경계가 퍼지거나 하는 현상이 거의 없으며 전체 질량변화를 살펴보면 약 21460 시간 스텝이 지난 후에  $2.8 \times 10^{-6} \%$ 의 매우 작은 오차를 가지면서 질량보존을 잘 만족시켜 주고 있다.

### 3.5 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제

2차원 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제는 밀도비가 다른 비압축성인 두 점성유체가 이루는 경계층에 대한 문제로 VOF 지배방정식과 운동량보존방정식의 연관관계를 테스트하기위한 최적의 검증문제로 알려져 있다. 즉 여기서 유동은 밀도차이로 인해 지배되어지고 VOF 지배방정식에서 발생하는 수치적 오차는 VOF 값을 사용한 국소 물성값인 밀도의 계산결과를 통해 운동량보존방정식에서의 수치적 오차를 유발할 수 있기 때문이다.

Fig. 7은 Pan and Chang[7]이 검증용 해로 제시한 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제에 대해 PowerCFD 코드로 계산한 VOF 값 및 속도에 대한 수치계산결과[18]를 나타낸다. 본 수치계산을 위해 사용된 격자계는 비정렬 등간격 사각형격자계로서 4800( $40 \times 120$ ) 개의 제어체적을 사용하였다. 참고로 이 격자계는 Pan and Chang[7]의 격자



계와 같으나, 그들은 본 연구와는 달리 정렬격자계에 적합한 수치해석방법을 사용하였다 총 계산시간은  $\sqrt{L/g}$ 로 무차원화한 무차원 시간으로 7이며, 각각의 그림에 나타난 선은 VOF 값  $\alpha$ 로 0.1, 0.5 및 0.9의 값을 가지는 등고선을 각각 나타낸다. 그리고 이 문제를 해석하기위해 사용된 무차원 시간스텝은  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ 이다. Fig. 7에서 보는 바와 같이 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제에서 초기섭동은 가벼운 유체가 대칭경계조건으로 주어진 왼쪽 벽면을 타고 상승하는 반면 무거운 유체는 반대로 대칭경계조건의 오른쪽 벽면을 따라 하강하는 유동의 형태를 나타낸다. 또한 상의 불안정성이 발생하는 초기에는 두 유체가 형성하는 경계면의 이동은 미흡하게 거의 대칭경계조건의 근처에서만 나타나는 것을 확인할 수 있다 그리고 불안정성의 진폭이 증가하면서부터는 마치 버섯과 같은 형상을 나타내고 최종적으로 마주보는 두 대칭경계면의 중심을 기점으로 와류가 형성되는 유동장의 형태를 나타내고 있음을 확인할 수 있다.

또한 전체 질량변화를 살펴보면 7000 시간스텝이 지난 후에  $1.29 \times 10^{-3}$  %의 매우 작은 오차를 나타내고 있으며, 이는 본 수치해석 방법이 질량보존법칙을 잘 만족시키고 있음을 입증하고 있다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 Myong and Kim[9]이 개발한 체적포착법을 사용하여 다상 유동과 같이 자유표면이 존재하는 복잡한 유동현상들을 해석할 수 있는 비정렬격자계에 적합한 수치해석 방법을 소개하고 몇 가지 전형적인 다상 유동문제에 적용한 결과를 제시하였다.

본 수치해석 방법은 일반 상용 CFD 코드와 같이 비정렬 셀 중심방법을 채용하고 압력수정방법에 기반을 둔 3차원 유동해석방법[10-12]에 체적포착법에서 문제가 되는 번짐(smearing)현상과 같은 경계면의 비물리적인 변형 및 수치확산 문제를 크게 개선한 것으로 알려진 HR 도식인 CICSAM[6]을 도입하고, 시간차분에 대해 계산의 안정성을 위해 음해법을 채택한 것이다.

연구 결과, 본 수치해석방법에 채택된 CICSAM은 상용 CFD 코드에 도입된 체적포착법인 HRIC 도식보다 정확성 및 타당성 면에서 우수한 것으로 나타났으며 또한 복잡한 유동현상들이 발생하는 바닥에 장애물이 존재하는 덩벙과 문제, 물속에서의 기포 상승문제기포 물방울 튀김 문제 및 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제 모두에 대해 정확성과 타당성이 입증되었다 따라서 본 해석방법은 체적포

착법인 CICSAM을 채용한 본 수치해석방법은 간단한 자유표면 유동문제는 물론 자유표면의 분리와 혼합이 크게 발생하는 복잡한 문제에 이르기까지 다상유동에 대한 실험현상을 적절하게 예측할 수 있음이 확인되었다

#### 참고문헌

- [1] 1981, Hirt, C.W. and Nicholls, B.D., "Volume of Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol.39, pp.201-225.
- [2] 1998, Rider, W.J. and Kothe, D.B., "Reconstruction Volume Tracking," *J. Comput. Phys.*, Vol.141, pp.112-152.
- [3] 2004, Choi, Y.S., "Analysis of Multi-Phase Flow using PLIC-VOF Method," *Master Thesis*, Seoul National University.
- [4] 1997, Puckett, E.G., Almgren, A.S., Bell, J.B., Marcus, D.L. and Rider, W.J., "A High-Order Projection Method for Tracking Fluid Interfaces in Variable Density Incompressible Flows," *J. Comput. Phys.*, Vol.130, pp.269-282.
- [5] 1999, Muzaferija, S. and Peric, M., "Computation of Free Surface Flows using Interface Tracking and Interface Capturing Methods," Chap. 2, in Mahrenholtz, O. and Markewicz, M., *Nonlinear Water Wave Interaction*, Comput. Mech. Publications.
- [6] 1997, Ubbink, O., "Numerical Prediction of Two Fluid Systems with Sharp Interface," *PhD Thesis*, University of London.
- [7] 2000, Pan, D. and Chang, C.H., "The Capturing of Free Surfaces in Incompressible Multi-fluid Flows," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol.33, pp.203-222.
- [8] 2002, Zhao, Y., Tan, H.H. and Zhang, B., "A High-Resolution Characteristics-based Implicit Dual Time-Stepping VOF Method for Free Surface Flow Simulation on Unstructured Grids," *J. Comput. Phys.*, Vol.183, pp.233-273.
- [9] 2006, Myong, H.K. and Kim, J.E., "A Study on an Interface Capturing Method Applicable to Unstructured Meshes for the Analysis of Free Surface Flow," *KSCFE J. of Computational Fluids Engineering*, Vol.11, No.4, pp.14-19.
- [10] 2005, Myong, H.K. and Kim, J., "Development of 3D



- Flow Analysis Code using Unstructured Grid System(1st Report, Numerical Method)," *Trans. of the KSME(B)*, Vol.29, No.9, pp.1049-1056.
- [11] 2005, Myong, H.K., Kim, J. and Kim, J.T., "Development of 3D Flow Analysis Code using Unstructured Grid System(2nd Report, Code's Performance Evaluation)," *Trans. of the KSME(B)*, Vol.29, No.9, pp.1057-1064.
- [12] 2006, Myong, H.K. and Kim, J., "Development of a Flow Analysis Code using an Unstructured Grid with the Cell-Centered Method," *J. of Mechanical Science and Technology (KSME Int. J.)*, Vol.20, No.12, pp.2218-2229.
- [13] 1991, Leonard, B.P., "The ULTIMATE Conservative Difference Scheme Applied to Unsteady One-Dimensional Advection," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.88, No.1, pp.17-74.
- [14] 2006, Myong, H.K., "A New Numerical Approximation of Diffusion Flux in Unstructured Cell-Centered Method," *KSCFE J. of Computational Fluids Engineering*, Vol.11, No.1, pp.8-15.
- [15] 2006, Myong, H.K., "Evaluation of Numerical Approximations of Convection Flux in Unstructured Cell-Centered Method," *KSCFE J. of Computational Fluids Engineering*, Vol.11, No.1, pp.36-42.
- [16] 2008, Myong, H.K., "Comparative Study on High Resolution Schemes in Interface Capturing Method Suitable for Unstructured Meshes," *Trans. of the KSME(B)*, Vol.32, No.19, pp.23-29.
- [17] 1995, Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y., "A Particle Method for Incompressible Viscous Flow with Fluid Fragmentation," *Comput. Fluid Dynamics J.*, Vol.4, No.1, pp.29-46.
- [18] 2009, Myong, H.K., "Numerical Simulation of Multiphase Flows with Material Interface due to Density Difference by Interface Capturing Method," *Trans. of the KSME(B)*, Vol.33, No.6, pp.443-453.