



# Level-Set 방법을 이용한 비등현상 해석

손기현<sup>\*1</sup>

## NUMERICAL SIMULATION OF BOILING PHENOMENA USING A LEVEL-SET METHOD

G. Son<sup>\*1</sup>

*A level-set (LS) method is presented for computation of boiling phenomena which involve liquid-vapor interfaces that evolve, merge and break up in time, the flow and temperature fields influenced by the interfacial motion, and the microlayer that forms between the solid and the vapor phase near the wall. The LS formulation for tracking the phase interfaces is modified to include the effects of phase change on the liquid-vapor interface and contact angle on the liquid-vapor-solid interline. The LS method can calculate an interface curvature accurately by using a smooth distance function. Also, it is straightforward to implement for two-phase flows in complex geometries. The numerical method is applied for analysis of nucleate boiling on a horizontal surface and film boiling on a horizontal cylinder.*

**Key Words :** 레벨셋 방법(Level-Set Method), 비등(Boiling), 접촉각(Contact Angle), 상변화(Phase Change)

### 1. 서론

비등은 기포생성을 동반하는 상변화과정으로 매우 효과적인 열전달 형태이기 때문에 발전 냉동·공조 등 에너지변환 시스템뿐만 아니라 고밀도 에너지를 사용하는 마이크로시스템의 냉각에 응용되고 있다. 비등특성을 규명하기 위한 많은 연구가 이루어졌음에도 불구하고 이에 대한 체계적인 해석과 일반적인 예측모델의 개발은 상당히 미흡한 실정이다. 이는 비등특성이 액체-기체 2상유동, 상변화를 포함한 열전달 등과 복잡하게 연관되어 있기 때문이다. 최근 들어 실험적인 관계식을 도입하지 않고 기포거동과 비등 열전달을 직접 예측하는 수치모사기법이 다양하게 제시되고 있다. 상경계면과 함께 이동하는 격자를 사용하는 방법[1-3], 액상-기상 모두에 유효한 보존 방정식을 바탕으로 상경계면을 선분이나 단면으로 표현하는 Front-Tracking 방법[4-6], 액상의 체적비를 추적하는 Volume-of-Fluid (VOF) 방법[7], 상경계면으로부터 거리 함수를 이용하여 상경계면을 추적하는 Level-Set 방법[8-11] 등이 제시되고 있으며, 각 수치기법의 단점을 개선 보완하기 위한

노력이 지속적으로 이루어지고 있다.

본 논문에서는 비등현상에 가장 활발히 적용되고 있는 Level-Set (LS) 방법을 집중적으로 분석하고자 한다. LS 방법에서는 거리함수를 이용하여 상경계면을 나타내기 때문에 기포거동에서 중요한 상경계면의 곡률과 접촉각을 정확하고 간편하게 표현할 수 있다는 장점이 있다. 본 논문에서는 비등현상 해석에 필요한 상변화, 접촉각 등의 효과를 수식화하는 과정, 수식의 검증 결과, 다양한 비등 문제의 적용 사례를 통하여 비등현상에 대한 해석 가능성을 검토하고자 한다.

### 2. 수치 해석

#### 2.1 질량, 운동량, 에너지 보존 방정식

기포의 표면 즉 기체액체의 상경계면은 기상에서 음의 값 액상에서 양의 값을 가지는 거리함수로 정의된 LS 함수( $\phi$ )에 의해 계산된다. 기상과 액상영역에 적용되는 질량 운동량 및 에너지 보존의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = v_{lg} \dot{m} n \cdot \nabla H_\phi + v_{lg} \frac{q_{micro}}{h_{lg}} \quad (1)$$

<sup>1</sup> 정회원, 서강대학교 기계공학과

\* E-mail: gihun@sogang.ac.kr



$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = - [\nabla p + (\sigma \kappa - v_w \dot{m}^2) \nabla H_\phi] + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \mu [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad (2)$$

$$\rho c \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot \mathbf{k} \nabla T \quad (3)$$

여기서,  $H_\phi = 1$  if  $\phi > 0$   
 $= 0$  if  $\phi \leq 0$

$$\dot{m} = \frac{1}{h_{lg}} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{k}_l \nabla T_l - \mathbf{k}_g \nabla T_g)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$$

$$\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$$

$$\rho = \rho_g (1 - F_\phi) + \rho_l F_\phi;$$

$$\mu^{-1} = \mu_g^{-1} (1 - F_\phi) + \mu_l^{-1} F_\phi;$$

$$F_\phi = 1 \quad \text{if } H_\phi(\phi_A) = H_\phi(\phi_B) = 1$$

$$= 0 \quad \text{if } H_\phi(\phi_A) = H_\phi(\phi_B) = 0$$

$$= \frac{\max(\phi_A, \phi_B)}{\max(\phi_A, \phi_B) - \min(\phi_A, \phi_B)} \quad \text{otherwise}$$

위의 식에서  $H_\phi$ 는 액상-기상을 구분하는 불연속적인 계단함수이며, 상경계면의 곡률( $\kappa$ )은 거리함수로 정의된 연속적인 LS 함수로부터 계산된다 또한 밀도 및 점도의 계산에 사용된  $F_\phi$ 는 효과적인 물성치 계산을 위하여 도입되었으며 하첨자 A, B는  $F_\phi$ 의 계산 지점에 근접한 두 격자점을 나타낸다 상경계면에서 온도조건은 해당 압력의 포화온도로 설정한다

### 2.2 LS 함수의 이류 및 재정의 방정식

상경계면( $\phi = 0$ )을 포함하는 LS 함수의 이류(advection) 방정식과  $H_\phi$ 와  $\kappa$ 를 정확하게 계산하기 위해서 LS 함수를 거리함수( $|\nabla \phi| = 1$ )가 되도록 보정하는 재정의 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\mathbf{u} + \frac{\dot{m} \mathbf{n}}{\rho}) \cdot \nabla \phi = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = S(1 - |\nabla \phi|) \quad (5)$$

여기서,  $S = 0$  if  $|\phi| < h/2$   
 $= \frac{\phi}{\sqrt{\phi^2 + h^2}}$  otherwise

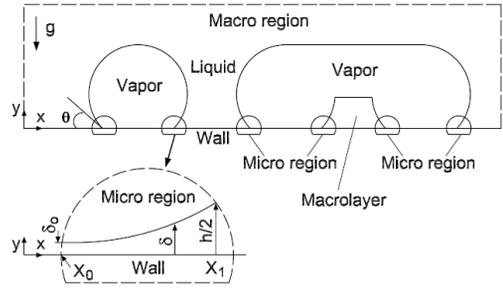


Fig. 1 Macro and micro regions

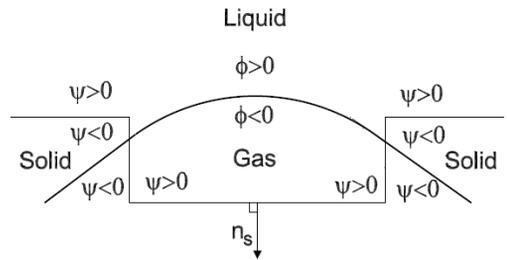


Fig. 2 Level-Set functions

$\tau$ 는 식의 우변이 상경계면 주위에서 0이 될 때까지 계산하는 반복단계를 의미한다 식 (5)를 푸는 동안 각 상의 체적이 보존되지 않는 경향이 나타나며 이를 보완하기 위해 수정된 부호함수를 사용한다.

### 2.3 Microlayer 증발 열유속

식 (1)에서 오른쪽 항은 Fig. 1에서 표시한 매크로 영역과 마이크로 영역에서의 상변화로 인한 체적증가량이며 상경계면에서의 에너지 균형으로부터 유도된다  $q_{micro}$ 는 기포면벽면의 접촉선(contact line) 근처에 형성되는 마이크로 액체층으로부터 기포로 전달되는 열유속이다 마이크로 액체층을 기포면이 벽면과 접하는 점에서 액체층의 두께가  $h/2$ (벽면과  $\phi$ 의 첫 격자간의 간격인 영역으로 정의하였다) 마이크로 액체층의 두께( $\delta$ )는 매우 얇기 때문에  $q_{micro} = (T_w - T_{sat}) / (\delta/k_l + 1/h_{ev})$ 로 계산할 수 있으며  $\delta$ 는 접촉선에 수직방향으로의 기울기는  $\tan \theta$ 로 가정할 수 있다는 조건으로부터 결정할 수 있다  $1/h_{ev}$ 는 상경계면에서의 열저항을 의미하며  $h_{ev}$ 는 분자운동역학으로부터  $h_{ev} = (2/\pi R_v T_{sat})^{1/2} \rho_v h_{fg}^2 / T_{sat}$ 로 구할 수 있다[9].

### 2.4 기포-가열면의 접촉각

기포가 가열면과 접할 때 생기는 접촉각(contact angle,  $\theta$ )

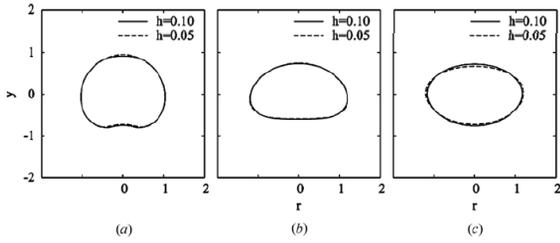


Fig. 3 Bubble shapes at the steady state for three cases:  
 (a)  $Re_l = 1.34, We_l = 14.3$ ;  
 (b)  $Re_l = 5.87, We_l = 4.13$ ;  
 (c)  $Re_l = 27.6, We_l = 0.61$

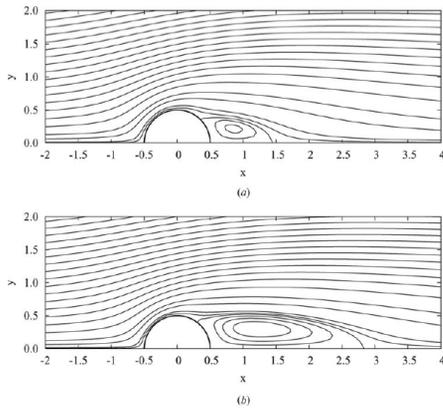


Fig. 4 Streamlines of steady flow past a circular cylinder: (a)  $Re = 20$ ; (b)  $Re = 40$

은 기체-액체-고체의 상경계선의 조건에 따라 결정된다 접촉 각을 이용하여 LS 함수의 벽면에서의 경계조건을 다음과 같이 설정한다.

$$\mathbf{n}_s \cdot \nabla \phi = \cos \theta \tag{6}$$

### 2.5 불규칙한 형상의 고체영역

수평 원통에서의 비등현상, 미세채널에서의 비등현상 등을 해석하기 위해 계산영역안의 구조물을 고려할 수 있는 기법을 적용한다. Fig. 2에 표시된 것처럼 고체영역에서 음의 값 유체영역에서 양의 값을 가지는 고체유체 상경계면으로부터 거리함수로 정의된 LS 함수  $\psi$ 를 추가로 도입한다. 유체-고체 영역에 대한 지배방정식은 액체기체영역의 경우와 유사하게 유도할 수 있다. 특히 추가적으로 고려해야 하는 것은 고체의 내부에서 정지된 속도 조건을 적용하는 문제이다. 계산영역 내부에 포함된 불규칙한 형상의 고체영역을 효과적으로 처리하기 위해 sharp-interface 기법을 적용한다[11]. 기포의 벽면

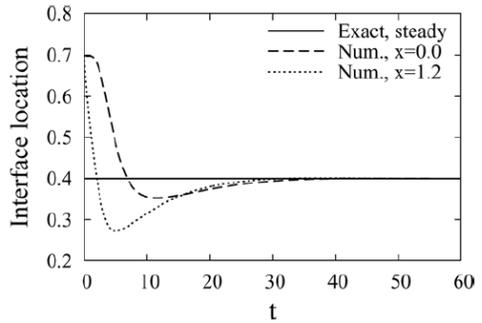


Fig. 5 Temporal variation of interface location in a two-dimensional channel with  $h=0.04$

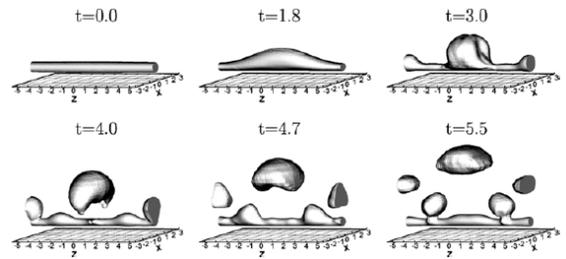


Fig. 6 Evolution of the liquid-vapor interface during film boiling on a horizontal cylinder

접촉 시에 액체기체 상경계면이 고체와 만나는 경우 즉 3개의 상이 만나는 경우에는 접촉각 조건을 고려해야 한다. 또한, 고체영역에서는 속도가 없기 때문에 액체기체 상경계면 ( $\phi = 0$ )을 단순히 LS 함수의 이류방정식으로부터 결정하면 유체영역과 고체영역의 경계면에서 불연속이 되는 문제점이 발생된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 고체영역에서의 LS 함수는 접촉각 조건을 만족하도록 결정하는 방법을 사용한다

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \cos \varphi - \mathbf{n}_s \cdot \nabla \phi \quad \text{if } \psi \leq 0 \tag{7}$$

여기서  $\mathbf{n}_s$ 는 고체영역으로 향하는 단위벡터이며  $-\nabla \psi / |\nabla \psi|$ 로 얻을 수 있다.

## 3. 결과 및 검토

### 3.1 기포 상승

LS 방법을 검증하기 위해 기포상승 문제를 해석하였다. 상 변화효과는 포함하지 않았으며 기포의 초기 반지름( $R$ )과  $\sqrt{gR}$ 를 이용하여 변수와 식을 무차원화 하였다. 사용한 계

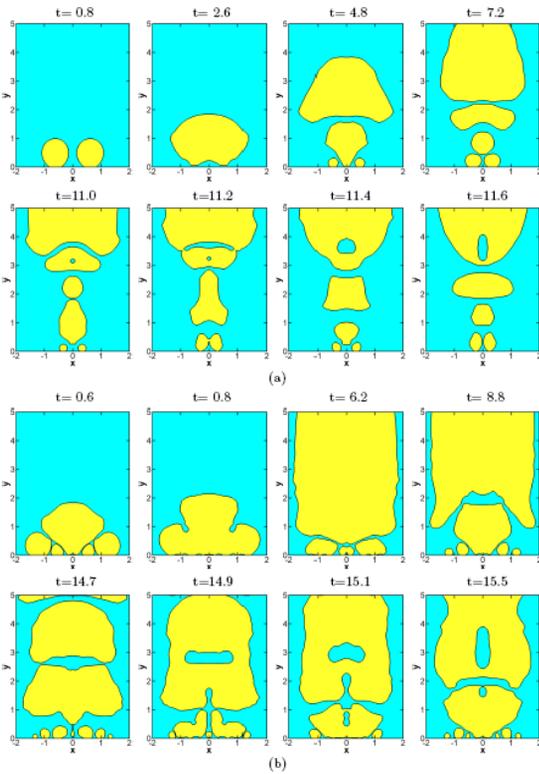


Fig. 7 Evolution of the liquid-vapor interface during nucleate boiling on a horizontal plate: (a)  $\Delta T = 13^\circ C, N = 2/4$ ; (b)  $\Delta T = 20^\circ C, N = 8/4$

산조건은  $\rho_v/\rho_l = 10^{-3}$ ,  $\mu_v/\mu_l = 10^{-2}$ 이고,  $Re_l (= \rho_l R \sqrt{gR}/\mu_l)$  과  $We_l (= \rho_l g R^2/\sigma)$  를 매개변수로 하였으며 정상상태에 도달했을 때 기포의 형상은 Fig. 3과 같다. 격자간격에 대한 일관성이 나타났으며 body-fitted 격자를 사용한 결과와 비교하였을 때  $h = 0.1$ 에서 3.5% 이내로 잘 일치하였다

### 3.2 원통을 지나는 단상 유동

본 연구에서 개발한 LS 방법은 계산영역에 불규칙한 고체 형상을 포함한 경우에 적용할 수 있다 이를 검증하기 위해 원통을 지나는 단상유동에 대한 해석을 수행하였다. Fig. 4는 정상상태에서의 유선을 나타내며 body-fitted 격자를 사용한 기존의 연구와 비교하여 와류길이 및 항력계수와 잘 일치함을 확인할 수 있다.

### 3.3 상변화 효과의 검증

LS 방법의 상변화 효과를 검증하기 위해 엄밀해가 존재하는 2차원 채널에서( $0 \leq x, y \leq 1.2$ )의 상변화 문제를 설정하였다. 계산영역에서  $0.2 < y < 1$ 은 유체영역,  $y \leq 0.2, y \geq 1$

은 고체영역이며, 고체영역의 온도는  $y \leq 0.2$ 에서  $T_{sat} + \Delta T$ ,  $y \geq 1$ 에서  $T_{sat} - \Delta T$ 로 가정하여 증발과 응축이 동시에 일어나도록 하였다 계산 조건은  $\rho_l/\rho_v = 100$ ,  $\mu_l/\mu_v = 10$ ,  $c_l/c_v = 1$ ,  $k_l/k_v = 3$ ,  $Re_l = 1.9$ ,  $We_l = 1$ ,  $Pr_l = 100$ ,  $Ja_l = 0.05$ 이며, 초기의 상경계면은  $\phi = y - 0.7$ , 액상, 기상의 초기의 온도는 선형적으로 설정하였다 Fig. 5는 상경계면의 시간에 따른 변화를 나타내며 액체층과 기체층의 열유속의 차이에 의하여 변동하다가 시간이 충분히 지난 후 일정한 위치에 도달하는 것을 볼 수 있다 정상상태에서의 위치는 엄밀해와 일치하는 것을 확인 할 수 있다

### 3.4 수평 원통에서의 막비등

막비등의 해석을 위해 대기압에서의 물의 물성치를 사용하였다. 계산영역에서 액체는 포화상태이며 원통의 온도는 액체보다 200도 높은 값을 사용하고 원통의 길이를 매개변수로 해서 계산을 수행하였다 Fig. 6은 원통의 지름이  $0.5 \sqrt{\sigma/g(\rho_l - \rho_v)}$  이고 원통의 길이가 평판 막비등에서의 가장 불안정한 길이와 같은  $2\pi \sqrt{3} \sqrt{\sigma/g(\rho_l - \rho_v)}$  일 때 상경계면의 성장패턴을 나타낸다 초기에 기포가 원통의 중심부와 양단에서 교대로 방출되지만 이후에 중간지점에서 기포가 형성되는 것을 볼 수 있다 이는 수평 원통 막비등의 가장 불안정한 파장이 원통의 지름과 함께 줄어든다는 것을 의미한다.

### 3.5 평판에서의 핵비등

평판에서의 핵비등은 2차원 계산영역에서 수행하였으며 가열면의 온도에 따른 단위 면적 당 기포생성 핵의 분포를 매개변수로 사용하였다 Fig. 7은 가열면의 온도와 N의 변화에 따른 상경계면의 변화를 나타낸 것이다 가열온도가 증가하여 기포생성이 많아질수록 기포의 합체가 활발하게 일어나는 것을 볼 수 있다. 기포 생성간의 대기시간(waiting time)의 효과를 반영하여 수치모사한 결과를 온도차와 열유속간의 기존의 관계식과 비교하였을 때 상당히 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

## 4. 결론

본 논문에서는 Level-Set 방법을 이용하여 비등현상을 해석하는 방법에 대해 서술하였다 상변화, 접촉각, 불규칙한 고체 형상 등을 처리하는 수치기법을 살펴보았으며 비등현상의 여러 가지 경우에 대한 계산결과를 검토함으로써 실험데이터에 의존하지 않는 Level-Set 방법에 의한 비등현상에 대한 직접 해석 가능성을 확인할 수 있었다



## 참고문헌

- [1] 1989, Lee, R.C. and Nydahl, J.E., "Numerical Calculation of Bubble Growth in Nucleate Boiling From Inception Through Departure," *J. Heat Transfer*, Vol.111, pp.474-479.
- [2] 1995, Welch, S.W.J., "Local Simulation of Two - Phase Flows Including Interface Tracking with Mass Transfer," *J. Comput. Phys.*, Vol.121, pp.142-154.
- [3] 1997, Son, G. and Dhir, V.K., "Numerical Simulation of Saturated Film Boiling on a Horizontal Surface," *J. Heat Transfer*, Vol.119, pp.525-533.
- [4] 1998, Juric, D. and Tryggvason, G., "Computations of Boiling Flows," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.24, pp.387-410.
- [5] 2004, Esmaceli, A. and Tryggvason, G., "A Front Tracking Method for Computations of Boiling in Complex Geometries," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.30, pp.1037-1050.
- [6] 2005, Shin, S., Abdel-Khalik, S.I. and Juric, D., "Direct Three-Dimensional Numerical Simulation of Nucleate Boiling Using the Level Contour Reconstruction Method," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.31, pp.1231-1242.
- [7] 2000, Welch, S.W.J. and Wilson, J., "A Volume of Fluid Based Method for Fluid Flows with Phase Change," *J. Comput. Phys.*, Vol.160, pp.662-682.
- [8] 1998, Son, G. and Dhir, V.K., "Numerical Simulation of Film Boiling near Critical Pressures with a Level Set Method," *J. Heat Transfer*, Vol.120, pp.183-192.
- [9] 1999, Son, G., Dhir, V.K., and Ramanujapu, N.K., "Dynamics and Heat Transfer Associated with a Single Bubble During Nucleate Boiling on a Horizontal Surface," *J. Heat Transfer*, Vol.121, pp.623-631.
- [10] 2004, Mukherjee, A. and Dhir, V.K., "Study of Lateral Merger of Vapor Bubbles during Nucleate Pool Boiling," *J. Heat Transfer*, Vol.126, pp.1023-1039.
- [11] 2007, Son, G., Dhir, V.K., "A Level Set Method for Analysis of Film Boiling on an Immersed Solid Surface," *Numer. Heat Transfer, Part B*, Vol.52, pp.153-177.