

Ghost Imaging and Fractional Fourier Transformation

조기영, 노재우

인하대학교 양자광학 연구실

sperelat@hanmail.net

abstract: SPDC 를 이용한 Ghost imaging에서 signal과 idler 사이의 공간적 상관관계가 Fractional Fourier Transformation으로 알려진 관계를 따르며 이를 이용해 위상공간에서의 EPR 상태의 특성을 실험으로 구현할 수 있음을 보이려 한다. 또한 고전적인 경우와의 차이를 보이려 한다.

1935년에 아인슈타인, 포돌스키, 로젠은 양자역학이 물리학 이론으로서 불완전함을 보이 기 위해 입자 쌍에 대한 사고실험을 제안했다[1]. 이들이 제안한 양자상태는 그 후로 수십 년 동안 양자역학의 근본적인 문제에 대한 논쟁의 중심에 있어왔다. 그 중 벨 부등식으로 알려진 정리와 관련된 실험은 양자역학의 비국소성(non-locality)을 보여줬으나 EPR의 원 제안과 달리 불연속한 양자상태에 대한 것이었다.

원래의 EPR 상태를 이용한 실험과 관계된 것으로 Ghost Imaging [2] 은 SPDC 광자 쌍의 transverse momentum correlation과 transverse position correlation을 이용해 signal beam이 통과한 마스크의 영상을 idler beam을 scan하여 재현하는 방법이다[3].

이 실험과 부가적인 실험[4]을 통해, Ghost imaging이 상면에서 가우스 렌즈 공식을 만족 한다는 점과, 초점면에서 푸리에 변환 관계를 만족한다는 점이 확인되었다.

그렇다면 초점 면과 상면 이외의 영역에서의 측정은 물리적으로 어떤 의미를 지닐까?

공간에서의 E field의 전파를 Fractional Fourier Transformation 이라는 변환을 통해 봄으로써 이 문제에 중요한 통찰을 줄 수 있다.

1990 년대부터 Ozaktas[5]와 Lohmann[6]등에 의해 푸리에 변환을 확장한 개념인 Fractional Fourier Transformation이 재조명되고, 그 구현과 응용이 널리 연구되었다. 광학적으로는 Fresnel diffraction과 single lens imaging 등을 통해 구현될 수 있는 Fractional Fourier Transformation은 Monken[7]등에 의해 SPDC를 이용한 entangled state의 연구에 응용되기 시작했다.

Lohmann[6]은 한편으로 Fractional Fourier Transformation 이 위상공간에서 위그너 함수의 회전에 대응됨을 보였다.

이를 응용할 수 있도록 우리는 위상공간에서 EPR state의 일반적인 특성을 탐구해

$\langle x_1, x_2 | \Psi \rangle = \delta(x_1 - x_2)$ 를 만족하는 entangled state 는 $x_\phi = x \cos \phi + p \sin \phi$ 로 정의

된 새로운 basis에서 $\langle x_{\phi_1}, x_{\phi_2} | \Psi \rangle = \langle x_{\phi_2} | x_{-\phi_1} \rangle$ 를 만족하며, $\phi_1 + \phi_2 = \pi$ 를 만족하는 모든 basis 에서 델타 함수 형태의 상관관계를 만족함을 보였다.

Aytur와 Ozaktas [8] 는 이러한 내적이 $\phi = \phi_1 + \phi_2$ 를 만족하는 Fractional Fourier Transformation을 통해 주어짐을 보인 바 있다.

한편 Ghost imaging에서 signal과 idler beam의 전파를 Fractional Fourier Transformation으로 다루고, SPDC 결정 위치에서의 position correlation을 응용하면, signal의 변환을 ϕ_s , idler의 변환을 ϕ_i 라고 할 때 $\phi_s + \phi_i = \pi$ 의 위치에서 마스크의 상을 얻을 수 있다. 이는 위상공간에서의 EPR state의 성질과 대응된다[9].

또 이를 이용하면 image scanning 면의 위치를 바꿔가며 측정하여 Quantum Tomography를 통해 위그너 함수를 구할 수 있다.

위상공간에서의 basis 변환을 통해 Ghost imaging 을 살펴봄으로써 우리는 고전광을 이용한 Ghost imaging[10]과의 차이를 벨 부등식 실험과 같은 non-locality 의 관점에서 설명할 수 있다.

참고문헌

- [1] Physical Review 47,777(1935)
- [2] Physical Review A, 52 R 3429
- [3] Physical Review Letters 92,210403
- [4] Physical Review Letters 92.233601
- [5] Journal of Optical Society of America 12,743
- [6] Journal of Optical Society of America 10,2181
- [7] quant-ph 0605061
- [8] Optics Communications 120,166
- [9] Ghost Imaging과는 다른 실험으로, 같은 위치 상관관계를 Tasca 등이 얻었다.
Physical Review A 78,010304
- [10] Physical Review Letters 92. 033601