MLS기반 유한요소에 대한 개관과 그 응용에 관한 제언

Review of MLS-based finite elements and a proposal for their applications

조 영 삼*
Cho, Young-Sam

요 약

본 논문에서는 MLS기반 유한요소에 대한 개략적인 현재 개발상황과 향후 예상할 수 있는 응용분야에 대한 제안을 하였다. 이동최소제곱근사를 이용하여 형상함수를 생성하는 MLS기반 유한요소는, 요소의 경계에서 기존 유한요소의 성질-크로네커 델타 조건-을 가지면서도 기존 요소가 갖지 못했던 임의의 절점 추가가 자유롭다는 장점이 있어 다양한 변절점요소로의 개발이 이루어져왔다. 선형 또는 이차형상함수를 갖는 2차원 변절점요소 뿐 아니라, 균열선단과 균열면을 포함하고 있는 2차원 균열요소와 3차원에서의 제한적인 변절점요소 등이 개발되어 다양한 불연속성 문제에 적용 가능함이 입증되었다. 이러한 MLS기반 유한요소는 향후 2차원 변절점 3각요소, 2차원 삼각균열요소, 변절점 쉘요소, 균열 쉘요소, 마칭큐브알고리즘에 적합한 3차원 변절점요소로의 개발이 가능할 것으로 예상되며, 본 논문에서는 3차원 변절점요소를 이용한 복잡한 요소망 생성에 대한 예제로 대퇴골의 요소망 생성을 보였다.

keywords : MLS기반 유한요소, 불연속성 문제, 복잡요소망

1. 서 론

최근 MLS기반 변절점요소가 개발(조영삼, 2005)된 후, 이동최소제곱근사(MLS, Moving-Least Square approximation)를 이용한 새로운 요소의 개발과 응용연구가 진행되고 있다. 이동최소제곱근사는 무요소법(Meshless method)에서 형상함수를 생성하는 방법으로 사용되어 왔으며, MLS기반 유한요소들은 유한요소에서의 형상함수 생성에 이동최소제곱근사를 이용하는 기법이다. MLS기반 유한요소들은 유한요소망간의 불일치를 해결하고자 제안된 계면요소법(IEM, Interface Element Method)(김현규, 2002)의 연장선상에서 개발되었다고 할 수 있으며, 현재까지 선형적 형상함수를 갖는 2차원 MLS기반 변절점요소(조영삼, 2005), 이차 형상함수를 갖는 2차원 MLS기반 변절점요소(조영삼, 2006a), 2차원 균열유한요소(finite crack element)(조영삼, 2006b), 육면체기반 3차원 MLS기반 변절점요소(임재혁, 2007a) 등이 개발되었다. 또한, 이동최소제곱근사기법을 사용하는 경우 형상함수가 ratoinal 형태로 생성되던 문제를 해결하여 polynomial 형태로 형상함수를 생성하는 기법(임재혁, 2007b), 이종재료의 다공성재료에서의 균열진전문제를 MLS기반 변절점요소로 해석한 연구결과(손동우, 2009)와 2차원 MLS기반 변절점요소를 접촉문제에 적용한 연구사례(김종훈, 2007)도 보고되었다.

* 정회원 • 원광대학교 기계자동차공학부 교수 youngsamcho@wonkwang.ac.kr

앞에서 설명한 바와 같이 현재 MLS기반 유한요소에 대한 연구들은 새로운 요소개발과 개발된 요소들의 응용처 탐색이 시작되고 있는 상황이며, 향후 새로운 요소의 개발과 응용처 발굴이 필요한 상황이다. 본 논문에서는 기 개발된 MLS기반 유한요소들의 간략한 설명과 향후 개발이 예상되는 새로운 요소들, 그리고 개발되고 있는 요소의 응용처에 대해 알아보았다.

2. 2차원 MLS기반 변절점요소

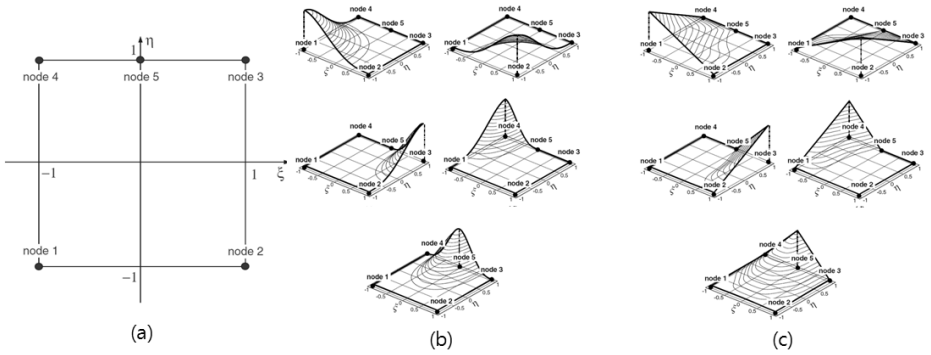

그림 1 (a) (4+1)절점 요소, (b) 이동최소제곱근사에 사용되는 가중함수, (c)만들어진 형상함수

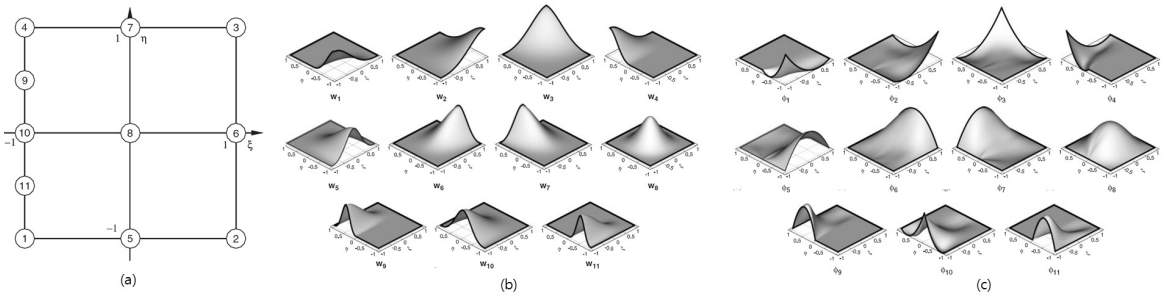

그림 2 (a) (9+2)절점 요소, (b) 이동최소제곱근사에 사용되는 가중함수, (c)만들어진 형상함수

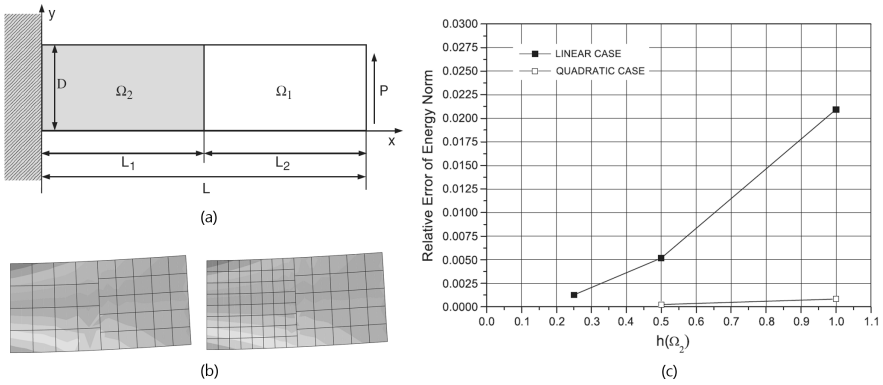

그림 3 (a)외팔보 문제 정의, (b)2차원 MLS기반 변절점요소를 이용한 외팔보 계산결과(von-Mises stress), (c)요소 크기에 따른 relative error of energy norm

MLS기반 변절점요소의 시초가 되었던 선형 2차원 MLS기반 변절점 요소는 그 생성방법을 다음과 같이

설명할 수 있다. 그림 1(a)와 같은 (4+1)절점의 경우, 그림 1(b)와 같은 가중함수를 사용한 이동최소제곱근사를 통하여 그림 1(c)와 같은 형상함수를 만듦으로서 요소의 경계에서 Kronecker's delta condition을 만족하게 되며, 다양한 변절점 요소를 만들 수 있게 된다. 이것은 그림 2와 같은 이차함수 형태의 경우로도 쉽게 확장이 가능하며, 그림 3에서 처럼 2차원 변절점요소를 활용한 결과들은 기존의 유한요소법을 이용한 결과와 같은 정도의 정확도를 보인다.

3. 2차원 균열유한요소

이차함수형태의 MLS기반 변절점요소로부터 확장되어 그림 4(a)와 같은 2차원 균열유한요소를 개발하여 그림 4(b)와 같은 균열진전 문제를 해석한 결과 그림 4(c)와 같이 기존 기법들과 비슷한 결과를 손쉽게 얻을 수 있었다.

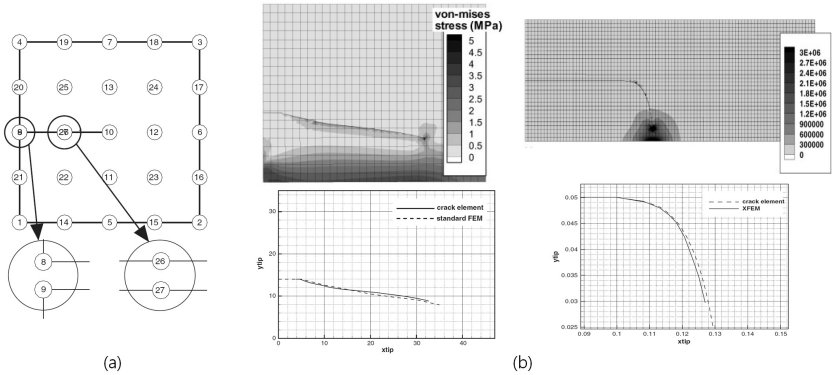

그림 4 (a) 균열유한요소의 예, (b)균열유한요소를 이용한 해석들과 기존 기법과의 비교

4. 3차원 다면체요소를 포함한 기타 MLS기반 유한요소의 개발과 그 응용처

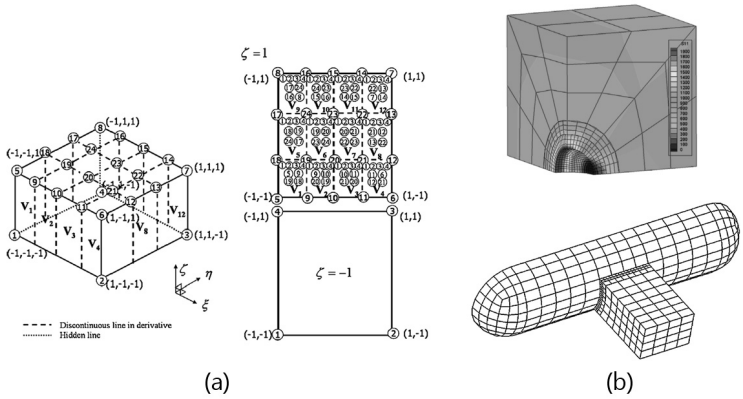

그림 5 (a)육면체형태의 MLS기반 변절점요소, (b)이를 이용한 해석예

기존의 3차원 MLS기반 변절점요소가 그림 5와 같이 육면체기반에 한정되어 개발된 것과 달리 최근 개발되고 있는 3차원 다면체요소는 그림 6(a)와 같이 복잡한형상의 요소망생성에 사용가능한 것으로 그림 6(b)와 같이 다양한 형태의 비전형적 요소들이다. 그림 6(c)에서 보아 알 수 있듯이, 그림 6(a)과 같은 기법으로 생성된 요소망을 이용하여 해석한 결과는 ABAQUS를 이용한 해석결과와 비슷한 결과를 얻을 수 있다. 실제로 그림 6(a)와 같은 요소망 생성을 위해서는 마칭큐브알고리즘에서 나타나는 모든 형태의 비전형적 요소가 개

발되어야 보다 정확한 수치해석 결과를 얻을 수 있을 것으로 예상된다.

또한, 쉘요소에서의 MLS기반 변절점요소나 균열요소의 개발도 압력용기 문제나 CG에서의 활용이 가능할 것으로 예상되며, 3차원 삼각요소를 기반으로하는 균열요소의 개발은 CG에서의 수요를 뒷받침할 수 있는 기법으로 활용이 예상된다.

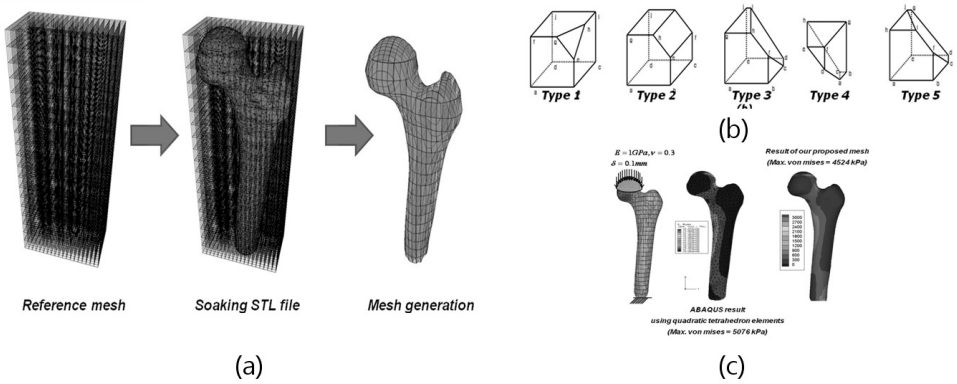

그림 6 (a)새로운 기법의 요소망생성, (b)MLS기반 다면체요소의 몇가지 예, (c)MLS기반 다면체요소를 이용한 해석결과와 ABAQUS 결과의 비교

감사의 글

이 논문은 2007년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임.(NO.R01-2007-000-20040-0)

참고문헌

Kim, H.-G. (2002) Interface element method (IEM) for a partitioned system with non-matching interfaces, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.,* 191, pp.3165~3194.

Cho, Y.-S., et al. (2005) An improved interface element with variable nodes for non-matching finite element meshes, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.,* 194, pp.3022~3046.

Cho, Y.-S., et al. (2006) MLS-based variable-node elements compatible with quadratic interpolation. Part I: Formulation and application for non-matching meshes, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 65, pp. 494-516.

Cho, Y.-S., et al. (2006) MLS-based variable-node elements compatible with quadratic interpolation. Part II: application for finite crack element, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 65, pp. 517-547.

Lim, J.H., et al. (2007) MLS (moving least square)-based finite elements for three-dimensional nonmatching meshes and adaptive mesh refinement, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 196, pp. 2216-2218.

Lim, J.H., et al. (2007) Variable-node elements for non-matching meshes by means of MLS (moving least-square) scheme, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 72 pp. 835-857.

Kim, J.H., et al. (2007) A new computational approach to contact mechanics using variable-node finite elements, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 73, pp. 1966 - 1988.

Sohn, D., et al. (2009) Multiscale finite element method for heterogeneous media with microstructures: crack propagation in a porous medium, *Journal of Multiscale Modelling*, 1, pp. 157 - 176.