적응성 설계영역 기법을 이용한 구조 시스템 식별

Structural System Identification using adaptive design domain approach

장 성 민* • 백 승 민** • 조 맹 효***
Jang, Seongmin • Baek, Sungmin • Cho, Meanghyo

요 약

구조 시스템 식별은 역문제로서 이상화된 유한요소 모델을 실험치와 일치시키기 위해 유한요소모델을 보정하는 형태로 주로 이루어진다. 이를 위해 비선형 섭동법이 사용되고 있으며 이 방법을 실제 문제에 사용하기 위해서 시스템 축소법에 대한 연구가 진행 되고 있다. 하지만 기존의 방법에서는 유한요소모델의 모든 요소가 실험치와 다르다고 가정하여서 전체 요소 수만큼의 설계 변수를 두어서 역해석을 수행한다. 이런 기존의 방법에서는 시스템이 커짐에 따라 연산 시간이 기하급수적으로 증가하게 되어 어려움이 있다. 설계 변수의 증가는 해공간(solution space)의 확장을 의미하며 이는 해의 정확성에 큰 영향을 끼친다. 본 연구에서는 모델을 적은 수의 설계영역으로 나누어서 반복연산 단계마다 해의 경향성을 이용해서 설계 영역을 전략적으로 변경하는 적응성 설계영역기법을 제안한다. 수치예제를 통해 본 연구에서 제안하는 기법의 정확도와 효용성을 고찰한다.

keywords : *system identification, adaptive design domain, two-level condensation scheme(TLCS),*

1. 서 론

최근 들어 전산 기술의 발전과 유한 요소법의 개발로 인해 복잡한 대형 구조물의 유한요소해석이 가능하게 되었다. 하지만 반복적인 해석이 요구되는 역해석 문제에서는 여전히 상당한 전산자원과 긴 연산 시간이 요구되어 많은 제약을 가지고 있다. 구조 시스템 식별은 이러한 역해석 문제 중 하나로 최적화 기법을 이용한 비선형 역해석 섭동법을 이용하여 구할 수 있다. 이 방법은 많은 전산 자원이 요구된다는 단점이 있어서 축소시스템 기법을 역섭동법에 적용하는 연구가 본 연구자들에 의해 제안되어 있다.(백승민 등, 2007)

시스템 축소법은 Guyan이 처음 제안한(Guyan, 1965) 이래로 많은 연구가 진행 되어왔다(O'callahan,1989; , Zhang 등, 1995). 일반적으로 시스템 축소법은 변환행렬을 통해 전체 시스템을 축소하는 기법으로 각각의 기법들은 서로 다른 수준의 자유도 변환행렬의 오차를 가지고 있다. 또한 변환행렬의 오차는 역문제의 해에서 과장되는 문제점을 지니고 있다. 변환 행렬의 오차를 줄이기 위해 반복적 이 단계축소법(Kim 등, 2006)과 반복적 IRS기법(Xia 등, 2004)을 역문제에 적용하는 연구가 진행 되었다.

앞선 연구를 통해 구조 시스템 식별에서 해의 정확성을 보전하면서 전산자원의 소요를 줄이는 성과를 도출할 수 있었으나 기존의 방법이 유한요소 모델의 모든 요소가 구조 변화가 있다고 가정하여 요소 수만큼의 설계 변수를 두어서 연산을 수행하였다. 이는 구조물이 커짐에 따라 동적 해석을 해야 하는 횟수가 기하급수적으로 늘어나게 되고 이에 따라 많은 전산 자원과 시간이 요구된다. 또한 설계 변수의 증가는 해공간

(solution-space)의 확장을 의미하며 이는 해의 정확성에 큰 영향을 미치며 경우에 따라서는 역문제의 해를 구하는 것조차 수치적으로 벅차게 한다. 따라서 구조 시스템 식별에 있어서 구조변화가 예상되는 부분을 찾는 전략적 접근 방법이 필요하다. 본 연구에서는 시스템 축소법을 이용한 구조 시스템 식별에서 최적화 단계마다 설계 변수의 값의 경향을 이용해서 설계영역을 전략적으로 변경하는 적응성 설계영역기법의 적용방법을 제안한다. 제안된 기법은 수치예제를 통해 검증한다.

2. 축소법을 적용한 역섭동섭

일반적인 동특성 문제에서 기저계는 식(1a) 와 같고 구조 요소의 변화를 표현한 섭동계는 식(1b)와 같다.

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\varphi} = \lambda \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi} \tag{1a}$$

$$\mathbf{K}'\boldsymbol{\varphi}' = \lambda' \mathbf{M}'\boldsymbol{\varphi}' \tag{1b}$$

식(1b)를 동적 평형방정식의 잔류오차 형태로 표현하면 식(2) 와 같다.

$$\mathbf{R} \equiv \mathbf{K}'\boldsymbol{\varphi}' - \lambda' \mathbf{M}'\boldsymbol{\varphi}' \tag{2}$$

시스템의 변화는 기저 시스템 K, M에 대한 섭동량 ΔK, ΔM으로 표현할 수 있다. 식(2)의 잔류 오차식을 섭동량으로 표현하면 정보의 제한성에 의해 정보가 주어진 부분과 미지의 부분으로 나눌 수 있다.

$$\mathbf{R} = \left((\mathbf{K}+\Delta\mathbf{K}) - \lambda'(\mathbf{M}+\Delta\mathbf{M})\right)\boldsymbol{\varphi}' = \underbrace{(\mathbf{K}-\lambda'\mathbf{M})\boldsymbol{\varphi}'}_{known} + \underbrace{(\Delta\mathbf{K}-\lambda'\Delta\mathbf{M})\boldsymbol{\varphi}'}_{unknown} \tag{3}$$

구조 시스템 식별은 실제 시스템의 응답을 바탕으로 잔류오차가 최소화 되는 시스템을 구하는 것을 목적으로 한다. 모든 자유도에서 응답을 얻는 것은 매우 어려우며 오직 적은 수의 자유도의 정보를 제한적으로 얻을 수밖에 없다. 자유도 정보의 제한성은 식(4)와 같이 시스템 축소법에서 사용하는 전체 자유도와 소수의 주자유도 사이의 변환행렬을 통해서 극복할 수 있다. 여기서 $\boldsymbol{\varphi}_p'$는 주자유도를 $\boldsymbol{\varphi}_s'$는 부자유도를 나타낸다.

$$\boldsymbol{\varphi}' = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varphi}'_p \\ \boldsymbol{\varphi}'_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{I} \\ \mathrm{t}' \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}'_p = \mathrm{T}'\boldsymbol{\varphi}'_p \tag{4}$$

자유도 변환 행렬은 근사과정을 통해 구해지므로 정확도가 매우 중요하다. 본 연구에서는 2단계축소기법과 반복적 IRS기법을 통해 변환행렬의 정확도 문제를 해결하였다. 잔류오차식(3)을 자유도 관계식(4)를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{R} \cong \left[\mathbf{K} - \lambda'\mathbf{M} + \sum_{e=1}^{NE}\left(\Delta\mathrm{K}_e(\alpha_e) - \lambda'\Delta\mathrm{M}_e(\alpha_e)\right)\right]\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{t}'(\alpha) \end{bmatrix}\boldsymbol{\varphi}'_p \tag{5}$$

보(beam)나 쉘 문제의 경우 병진 자유도와 회전자유도간의 차원(dimension)이 다르기 때문에 특정 자유도가 강조되는 문제가 발생한다. 이 문제를 해결하기 위해서 잔류오차를 가중치를 통해 에너지 형태로 변환하였고 최종적으로 식(6)의 목적함수를 통해 섭동계의 잔류오차를 최소화하는 해를 구할 수 있다.

$$Min\left(\left[\mathbf{R}(\boldsymbol{\alpha})\right]^T \cdot \left[W(\boldsymbol{\varphi}')\right] \cdot \left[\mathbf{R}(\boldsymbol{\alpha})\right]\right)^{1/2} \tag{6}$$

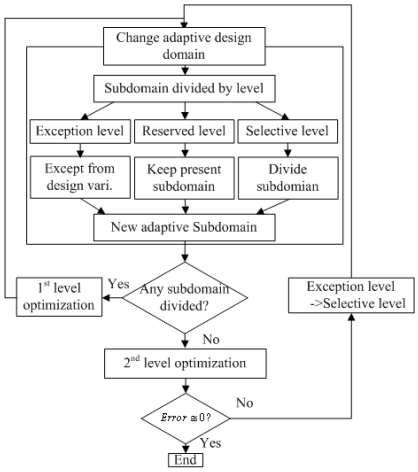

그림 1 적응성 설계영역기법의 순서도

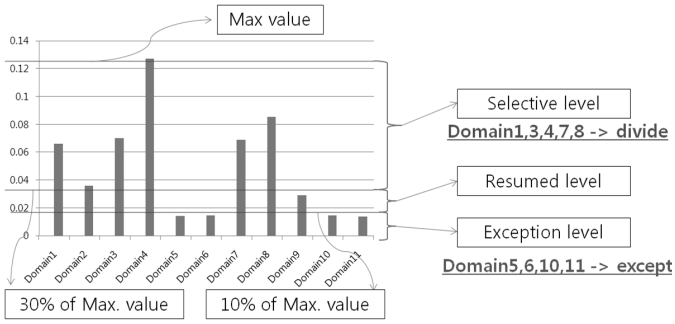

그림 2 부영역의 단계 설정

3. 적응성 설계 영역 기법

적응성 설계 영역 기법은 모든 유한요소를 설계변수로 설정하여 한 번에 해를 구하는 기존의 방법과 달리 유한요소로 구성된 해석영역과 설계변수로 구성된 설계영역을 구분하고 설계 영역을 계층적으로 분화하여 반복연산 단계마다 해의 경향성을 이용해서 해당 영역의 설계 변수를 변화하는 기법이다. 전체적인 순서는 그림 1과 같다.

먼저 전체 요소를 적은 수의 부영역(subdomain)으로 나누고 각 부영역을 하나의 설계변수로 설정하여 역해석을 수행한다. 적은 수의 부영역으로 나뉜 시스템에서는 실제 해를 완벽하게 구현할 순 없으나 역해석 과정에서 각 부영역은 경향성을 가지고 변하게 된다. 이 경향성에 따라 각 부영역을 3가지 수준으로 나눈다. 나누는 기준은 각 부영역의 최대값의 상대적인 값으로 그림 2와 같이 정해진다. 최대값은 부영역 중 2개 이상의 요소를 가진 영역의 값 중 가장 큰 값으로 정한다.

그림 2에서 최대값의 30% 이상의 값을 가진 부 구조는 선택 수준(selected level)으로 구조 변화가 예상되는 부영역이고, 최대값의 10% 이하의 값을 가진 부영역은 제외 수준(exception level)으로 구조변화가 없을 것으로 예상되는 부분이다. 구조 변화가 예상되는 선택 수준의 영역은 다수의 부영역으로 세분화하고 제외 수준의 부영역은 설계변수에서 제외한다. 위 두 수준에 포함되지 않는 부분은 보류 수준(reserved level)으로 구조변화의 유무를 확신할 수 없는 영역이므로 이전 단계의 부영역 형태를 유지한다. 선택 수준과 제외 수준으로 인하여 반복적인 연산 과정에서 설계변수의 수가 기하급수적으로 늘어나지 않고 구조변화의 분포와 유사한 형태로 설계영역이 변경되면서 최종적인 해에 전략적으로 수렴하게 된다.

4. 수치예제

본 절에서는 그림 3과 같은 끝단이 고정되어 있는 외팔판 모델을 통해 제안하는 기법의 효용성을 살펴보고자 한다. 수치예제의 오른쪽 변이 고정단으로 총 48개의 4절점 쉘 요소(Aminpout;1900)로 구성되었다. 그림 3에서 파란원은 주자유도의 위치를 의미하고, 별 모양은 구조 변화의 위치를 나타낸다. 이 구조변화를 통해 기저계와 섭동계 사이는 고

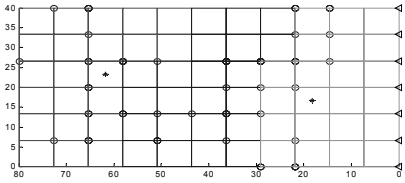

그림 3. 외팔판의 유한요소 모델

유값에서 표 1과 같은 차이를 가지고 있다. 그림 4는 적응성 설계영역기법의 진행 과정을 나타낸 것으로 제안된 기법은 표 2와 같이 기존의 방법에 비해 1/8의 연산시간을 가지면서도 정확한 해를 가지는 것을 볼 수 있다.

표 1 고유값 해석 결과

#. Mode	Baseline Sys.	Perturbed Sys.	% Change
1	0.179	0.178	0.92
2	3.188	3.160	0.89
3	7.006	6.983	0.25
4	34.02	33.69	1.00
5	55.54	54.93	1.23

	Non-adaptive	adaptive
Func.-call	1963	264
time(sec)	1242	157

표 2 연산 시간 비교

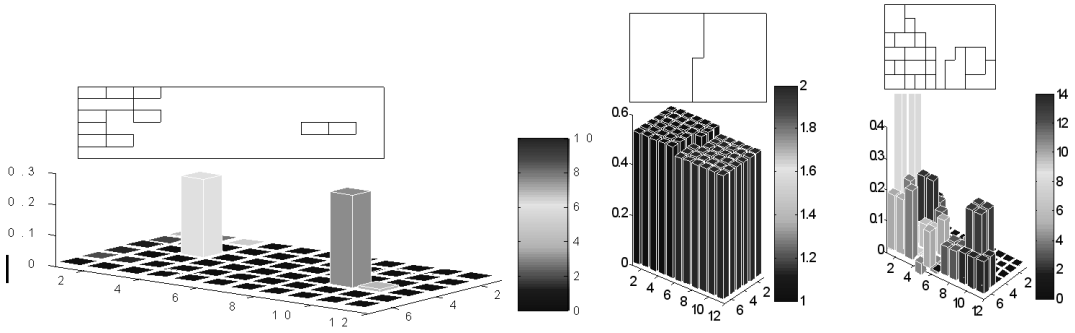

그림 4 적응성 설계영역기법에서의 진행 과정

5. 결론

본 연구에서는 시스템 축소법을 이용한 구조 시스템 식별에 설계 변수의 값의 경향을 이용해서 부영역을 전략적으로 세분화하는 적응성 설계영역기법의 적용을 제안하였다. 전체 요소를 적은 수의 부영역으로 나누고 역해석을 통해 경향성을 구한다. 경향성에 따라 각 부영역을 변경하고 역해석을 수행한다. 반복적인 연산 과정에서 구조변화의 분포와 유사한 형태로 설계영역이 변경하며 최종적인 해를 구한다. 수치 예제를 통해서 제안된 기법을 검증하였고 기존의 방법에 비해 계산 효율성이 뛰어난 것을 확인할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다. (계약번호 UD070041AD)

참고문헌

백승민, 김현기, 김기욱 조맹효 (2007) 반복적 IRS를 이용한 구조 시스템 식별, *한국전산구조공학회 논문집,* 20(1), pp.65~73.

Aminpour, M.A. (1992) Direct Formulation of a Hybird 4-Node Shell Element with Drilling of Freedom, *Int. J. Number. Methods Eng.,* 35 pp.997~1013..

Guyan, R.J. (1965) Reduction of stiffness and mass matrices, *AIAA Journal* 3(2) pp.17~21.

Karypis, G. (1998) MeTiS Ver.4.0, http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis, University of Minnesota

Kim, H.G, Cho, M.H. (2006) Improvement of Reduction Method Combined with Sub-domain Scheme in Large scale Problem, *International Journal for numerical method in engineering*

O'callahan, J. (1989) A Procedure for an improved reduced system (IRS) model, *Proceedings of of 7thInternational Modal Analysis Conference*, pp.17~21.

Xia, Y., Lin, R., (2004) Improvement of the iterated IRS method for structural eigensolution, *Journal of sound and vibration*, 270, pp.713~727.

Zhang, D.W.m, Li, S. (1995) Suceession-level approximate reduction(SAR) technique for structural dynamic model, *Analysis conference*(Nashville, TN), Union college press, NY, pp.435~441.