

영역/경계 분할법을 이용한 기계적 삭마의 유한요소 해석

Finite Element Analysis of Mechanical Ablation by Domain/Boundary Decomposition Method

김 종 일* · 김 성 준** · 신 의 섭***

Kim, Jong-Il · Kim, Sung Jun · Shin, Eui Sup

요 약

극심한 고온 및 고압 환경에 노출되기 쉬운 항공우주 구조물에서 발생하는 기계적 삭마 현상을 해석하기 위하여 영역/경계 분할법을 적용한 삭마 해석 모델을 제안하였다. 영역 및 경계는 상변화 현상에 의한 비선형 거동을 하는 삭마 부영역과 선형 거동을 하는 선형 열탄성 부영역, 공유면, 경계 공유면으로 분할하였다. 삭마 재료 내부의 열분해 반응은 엔탈피 방법을 이용하였으며, 표면 침식 반응은 공기역학적 전단 응력과 삭마 재료의 전단 강도를 기반으로 매칭 기법을 이용하였다. 화학적 및 열적 삭마는 고려하지 않았으며, 간단한 수치 해석을 통해서 기본적인 기계적 삭마 특성을 분석하였다.

keywords : 열 보호 시스템, 기계적 삭마, 열분해, 영역/경계 분할법, 유한요소

1. 서 론

외부로부터 유입되는 많은 열을 효과적으로 차단하는 역할을 하는 열 보호 시스템은 기본적으로 열 흡수, 냉각, 표면 단열, 삭마라는 네 가지 원리에 근거한다. 그중에서도 삭마는 항공우주 분야에서 가장 널리 적용되는 방법으로 알려져 있다. 그림 1과 같이 일반적으로 삭마는 재료가 숯으로 변하는 상변화 현상뿐만 아니라 숯의 산화 및 승화에 의한 화학적·열적 삭마와 유체 유동에 따른 표면 전단력에 의하여 숯이 깎여져 나가는 기계적 삭마 과정에서 많은 열을 소모하는 매우 복잡한 현상이다. 실제 고온, 고속 열 유동장을 구현하기 위한 실험 장치의 구성이 어려워 다양한 열 환경에서 일반화된 삭마 해석 모델의 필요성이 대두되고 있다. 현재까지 화학적, 열적 삭마에 관한 연구는 많은 영역에서 진행되어 왔으나 공기역학적 전단 응력을 고려한 기계적 삭마에 관한 연구는 미흡한 실정이다. 기계적 삭마 문제에 관해서 온도에 따른 재료의 전단 강도와 공기역학적 전단 응력을 기반으로 매칭 기법을 이용한 삭마 해석이 수행되었다(Palaninathan과 Bindu, 2005). 그러나 상변화 현상 및 복사와 같은 비선형성은 국부적인 영역 및 경계 일부에만 일어난다. 이러한 점을 고려할 때 영역/경계 분할법은 효율적인 해석 환경을 제공하는 유용한 기법이다. 지금까지 영역/경계 분할법을 적용한 다양한 해석 기법이 연구되어 왔다(김용언 등, 2007).

본 논문에서는 영역/경계 분할법을 적용하여 기계적 삭마 해석을 수행하였다. 간단한 수치 예제를 통하여, 기계적 삭마 과정에 영향을 미치는 주요 인자에 따른 삭마 특성을 분석하였다.

* 정회원 · 전북대학교 항공우주공학과 박사과정 jikim@jbnu.ac.kr

** 정회원 · 전북대학교 항공우주공학과 박사과정 diskgo@jbnu.ac.kr

*** 정회원 · 전북대학교 항공우주공학과 부교수 esshin@jbnu.ac.kr

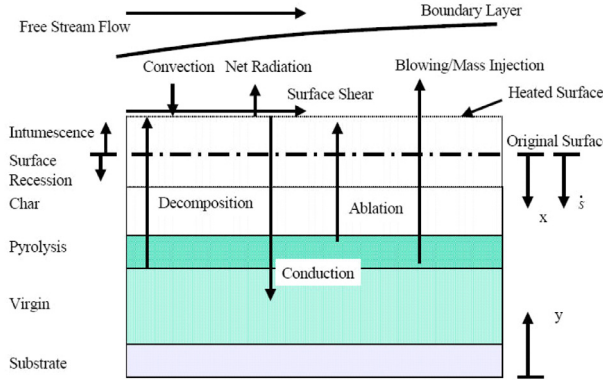


그림 1 Thermochemical decomposition phenomena

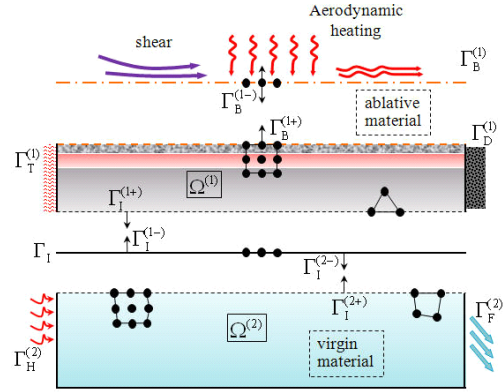


그림 2 Domain/boundary decomposition

2. 영역/경계 분할 및 해석 기법

전체 영역은 그림 2와 같이 열분해가 일어나는 비선형 부영역 $\Omega^{(k)}$ ($k=1, \dots, \tilde{N}_S$)와 열분해가 일어나지 않는 선형 부영역 $\Omega^{(k)}$ ($k=\tilde{N}_S+1, \dots, \tilde{N}_S+N_S$), 공유면 Γ_i , 경계 공유면 $\Gamma_B^{(k)}$ 으로 분할할 수 있다. 공유면 및 경계 공유면에서의 연속 조건은 벌칙 함수법을 적용하였다. 변위장과 온도장에서의 지배방정식을 고려한 후, 변분 정식화를 하면 전체 영역에 대한 약형을 유도할 수 있다.

$$\sum_{k=1}^{\tilde{N}_S+N_S} \delta \Pi_D^{(k)} + \delta \Pi_{DI} + \sum_{k=1}^{\tilde{N}_S} \delta \Pi_{DB}^{(k)} = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{\tilde{N}_S+N_S} \delta \Pi_T^{(k)} + \delta \Pi_{TI} + \sum_{k=1}^{\tilde{N}_S} \delta \Pi_{TB}^{(k)} = 0 \quad (2)$$

여기서 아래 첨자 D는 변위, T는 온도, I는 공유면, B는 경계 공유면에 관련됨을 의미한다.

변위장에서의 변분 형태의 지배 방정식 (1)을 일반적인 유한요소법 과정에 따라 공간과 시간에 대해서 이산화하면, 다음과 같이 행렬 표기된 연립 방정식을 얻는다.

$${}^t \hat{\mathbf{K}}_D^{(k)} {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k)} - \mathbf{P}_{DI2}^{(k)} {}^{t+\Delta t} \mathbf{v} - \mathbf{P}_{DB2}^{(k)} {}^{t+\Delta t} \mathbf{w} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{r}_D^{(k)} + {}^t \mathbf{A}_D^{(k)} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(k)} \quad (k=1, \dots, \tilde{N}_S) \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_D^{(k)} {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k)} - \mathbf{P}_{DI2}^{(k)} {}^{t+\Delta t} \mathbf{v} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{r}_D^{(k)} + \mathbf{A}_D^{(k)} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(k)} \quad (k = \tilde{N}_S + 1, \dots, \tilde{N}_S + N_S) \quad (4)$$

$$- \sum_{k=1}^{\tilde{N}_S+N_S} \mathbf{P}_{DI2}^{(k)T} {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k)} + \mathbf{K}_{DI} {}^{t+\Delta t} \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (5)$$

$$-\mathbf{P}_{DB2}^{(k)T} {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k)} + \mathbf{P}_{DB4}^{(k)} {}^{t+\Delta t} \mathbf{w}^{(k)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{r}_{DB}^{(k)} \quad (k=1, \dots, \tilde{N}_S) \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} {}^t \hat{\mathbf{K}}_D^{(1)} & 0 & 0 & \dots & -\mathbf{P}_{DI2}^{(1)} & -\mathbf{P}_{DB2}^{(1)} & \dots & 0 \\ & \hat{\mathbf{K}}_D^{(\tilde{N}_S+1)} & & & -\mathbf{P}_{DI2}^{(\tilde{N}_S+1)} & 0 & \dots & -\mathbf{P}_{DB2}^{(\tilde{N}_S)} \\ & & & & \mathbf{K}_{DI} & 0 & \dots & 0 \\ \text{sym.} & & & & & -\mathbf{P}_{DB4}^{(1)} & \dots & 0 \\ & & & & & & & -\mathbf{P}_{DB4}^{(\tilde{N}_S)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(1)} \\ \vdots \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(\tilde{N}_S+1)} \\ \vdots \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{v} \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{w}^{(1)} \\ \vdots \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{w}^{(\tilde{N}_S)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t} \mathbf{r}_D^{(1)} \\ \vdots \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{r}_D^{(\tilde{N}_S+1)} \\ \vdots \\ 0 \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{r}_{DB}^{(1)} \\ \vdots \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{r}_{DB}^{(\tilde{N}_S)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^t \mathbf{A}_D^{(1)} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_D^{(\tilde{N}_S+1)} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(\tilde{N}_S+1)} \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

온도장에 대해서도 비슷한 과정을 거치면, 식 (8)~(11)과 같은 연립 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{K}}_{\Gamma}^{(k)} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(k)} - \mathbf{P}_{\Gamma 12}^{(k)} \boldsymbol{\varphi} - \mathbf{P}_{\Gamma B 2}^{(k)} \boldsymbol{\psi}_B^{(k)} \\ & = {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{f}}_{\Gamma}^{(k)} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{A}_{\Gamma 1}^{(k)} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(k)} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{A}_{\Gamma 2}^{(k)} \mathbf{u}^{(k)} \quad (k=1, \dots, \tilde{N}_S) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{\Gamma}^{(k)} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(k)} - \mathbf{P}_{\Gamma 2}^{(k)} \boldsymbol{\varphi} = {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{f}}_{\Gamma}^{(k)} \quad (k = \tilde{N}_S + 1, \dots, \tilde{N}_S + N_S) \quad (9)$$

$$-\sum_{k=1}^{\tilde{N}_S + N_S} \mathbf{P}_{\Gamma 12}^{(k)T} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(k)} + \mathbf{K}_{\Gamma 1} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0} \quad (10)$$

$$-\mathbf{P}_{\Gamma B 2}^{(k)T} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(k)} + {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{K}}_{\Gamma B}^{(k)} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\psi}_B^{(k)} = {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{q}}_{\Gamma B}^{(k)} \quad (k=1, \dots, \tilde{N}_S) \quad (11)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{K}}_{\Gamma}^{(1)} & 0 & 0 & \dots & -\mathbf{P}_{\Gamma 12}^{(1)} & -\mathbf{P}_{\Gamma B 2}^{(1)} & \dots & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & \tilde{\mathbf{K}}_{\Gamma}^{(\tilde{N}_S+1)} & \dots & -\mathbf{P}_{\Gamma 12}^{(\tilde{N}_S+1)} & 0 & \dots & -\mathbf{P}_{\Gamma B 2}^{(\tilde{N}_S)} \\ \hline & & & & \mathbf{K}_{\Gamma 1} & 0 & \dots & 0 \\ \hline & & & & & {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{K}}_{\Gamma B}^{(1)} & \dots & 0 \\ & & & & & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & & & & & & {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{K}}_{\Gamma B}^{(\tilde{N}_S)} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(1)} \\ \vdots \\ {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(\tilde{N}_S+1)} \\ \hline \boldsymbol{\varphi} \\ \hline {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\psi}_B^{(1)} \\ \vdots \\ {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\psi}_B^{(\tilde{N}_S)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{f}}_{\Gamma}^{(1)} \\ \vdots \\ {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{f}}_{\Gamma}^{(\tilde{N}_S+1)} \\ \hline 0 \\ \hline {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{f}}_{\Gamma B}^{(1)} \\ \vdots \\ {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{q}}_{\Gamma B}^{(\tilde{N}_S)} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} {}^{t+\Delta t} \mathbf{A}_{\Gamma 1}^{(1)} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\theta}^{(1)} \\ \vdots \\ 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} {}^{t+\Delta t} \mathbf{A}_{\Gamma 2}^{(1)} \mathbf{u}^{(1)} \\ \vdots \\ 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} \quad (12)$$

공유면과 경계 공유면의 연속 조건을 벌칙 함수로 처리하였으므로, 모든 유효 강성 행렬은 항상 양정치 특성을 갖는다. 따라서 식 (7) 및 (12)와 같이 행렬 조립 및 역행렬 계산 등의 과정을 부영역, 공유면, 경계 공유면을 기본 단위로 하여 각각의 해를 독립적으로 구할 수 있다. 여기서 \mathbf{K} 는 강성행렬이며, \mathbf{P} 와 \mathbf{p} 는 각종 벌칙함수에서 기인하는 행렬이며 \mathbf{u} , \mathbf{v} , \mathbf{w} 와 $\boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\varphi}$, $\boldsymbol{\psi}$ 는 각각 부영역, 공유면, 경계 공유면에서의 변위와 온도이다. ($\hat{\cdot}$)은 유효 행렬 ($\tilde{\cdot}$)은 비선형 행렬을 의미한다.

삭마 재료는 열분해(상변화) 현상이 일어나는 특정 온도 구간에서 비열의 급격한 변화가 일어난다. 반면에 엔탈피는 특정 온도 구간에서 선형적인 특성을 보인다. 따라서 열분해 현상을 고려하기 위하여 엔탈피 방법을 적용하였다. 삭마 재료의 전단 강도와 공기역학적 전단 응력을 이용하여 기계적 삭마의 기준으로 매칭 기법을 사용하였다. 이러한 매칭 기법은 두께 방향으로의 온도를 구한 뒤 각각의 온도에서 전단 강도와 공기역학적 전단 응력을 비교하여 두 값이 같은 지점에서 삭의 침식이 일어남을 가정하였다.

3. 수치 예제 결과 및 고찰

영역/경계 분할법을 이용한 기계적 삭마의 유한요소 해석을 고찰하기 위하여, 그림 3에 도시되어 있는 삼각형 요소로 구성된 단순 일차원 모델을 수치 해석하였다. 부영역은 삭마 영역 $\Omega^{(1)}$ 과 본체 영역 $\Omega^{(2)}$ 으로 나뉘어져 있다. 재료는 부영역 $\Omega^{(1)}$ 과 $\Omega^{(2)}$ 에서 각각 나일론/페놀릭 복합재료와 니켈 합금이며, 경계 공유면 $\Gamma_B^{(1)}$ 에서 공기역학적 전단 응력 τ 와 열 유량 q 가 균일하게 분포되어 있다.

그림 4를 통하여 열 유량이 0.5, 1.0, 2.0 MW/m²일 때 침식률을 비교하였다. 삭마 초기에 침식률은 0에서 급격하게 증가하며 일정 시간이 지난 뒤 안정된 값을 유지한다. 열 유량이 2.0 MW/m²일 경우 침식률은 최대 3.4 mm/s이며 0.7 mm/s의 안정된 값을 가진다. 반면에 열 유량이 0.5 MW/m²일 경우 침식률은 각각 0.8 mm/s, 0.35 mm/s이다. 이는 열 유량이 증가할수록 삭마 재료의 열분해가 빠르게 진행되기 때문이다. 그림 5는 공기역학적 전단 응력에 따른 침식률 결과이다. 공기역학적 전단 응력이 0과 30 MPa일 경우, 침식률은 각각 최대 1.05 mm/s, 0.8 mm/s에서 0.45 mm/s, 0.35 mm/s의 안정된 값을 가진다. 그림 6은 삭마 재료의 열분해 반응열이 각각 1.0, 0.5, 0 MJ/kg일 때 침식률 결과이다. 열분해 반응열이 증가할수록 열분해 과정 중 많은 열을 소모함으로써 침식률은 감소한다.

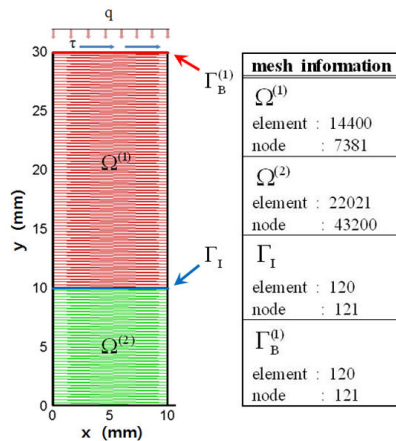


그림 3 Finite element model

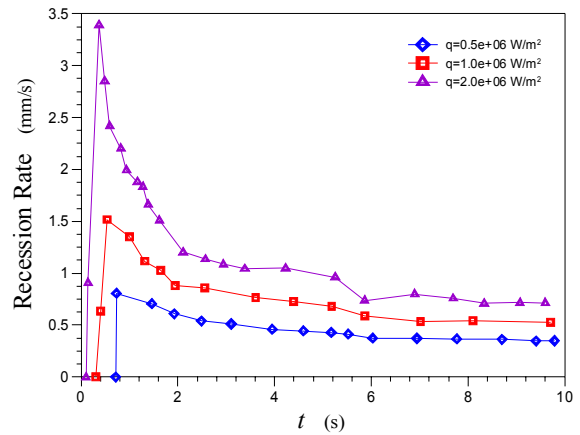


그림 4 Recession rate vs. heat flux

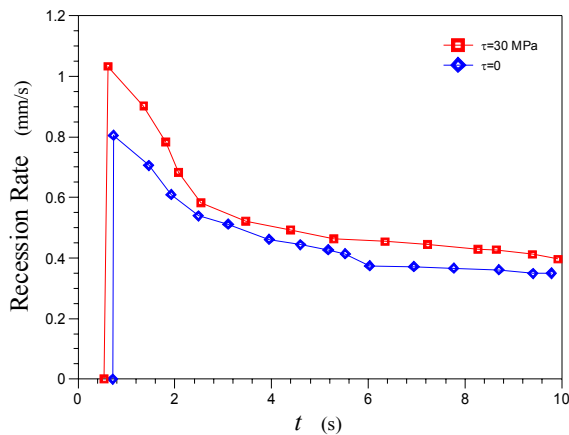


그림 5 Recession rate vs. aerodynamic shear

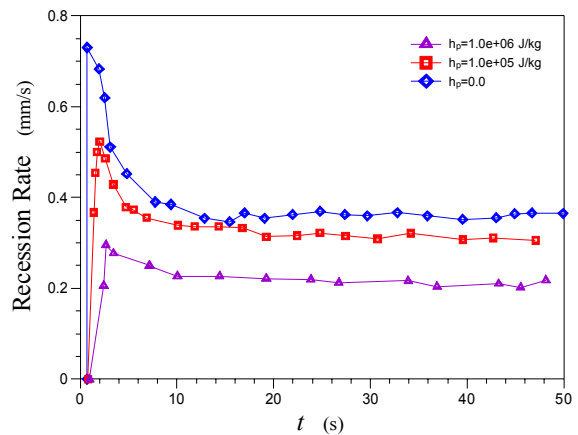


그림 6 Recession rate vs. heat of pyrolysis

4. 결론

본 논문에서는 영역/경계 분할법을 적용한 유한요소 정식화 기법을 통하여 기계적 삭마 해석을 수행하였다. 이와 같은 기법으로서 상변화 및 복사와 같은 국부적인 비선형성을 일부 부영역 및 공유면에 할당할 수 있다. 수치 예제를 통하여 주요 인자에 따른 기계적 삭마 특성을 확인하였다. 열 유량과 전단 응력이 증가할수록 삭마 진행이 빠름을 확인하였다. 반면 열분해 반응열이 증가할수록 삭마 진행이 느림을 확인하였다.

감사의 글

본 논문은 부분적으로 고온플라즈마 응용연구센터 구축사업의 연구비 지원으로 수행된 연구 결과입니다.

참고문헌

- 김용언, 류한열, 신의섭 (2007) 영역/경계 분할 정식화에 의한 삼차원 접촉 해석의 효율성 검토, **한국전산구조 공학회 논문집**, 20(4), pp. 469-476
- Palaninathan, R., Bindu, S. (2005) Modeling of mechanical ablation in thermal protection systems, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 42(6), pp.971-979