

# 패치보강된 균열적층판 해석을 위한 $p$ -수렴 천이요소

## $p$ -Convergent Transition Element for Analysis of Cracked Laminate Plates with patch Repairs

양 승 호\* · 우 광 성\*\* · 신 영 식\*\*\* · 이 동 우\*\*\*\*

Yang, Seung-Ho · Woo, Kwang-Sung · Shin, Young-Sik · Yi, Dong-Woo

### 요 약

본 논문에서는  $p$ -수렴 천이요소의 층별이론을 사용하여 균열을 갖는 적층판의 패치보강 효과에 대해 알아보았다. 이 모델의 면내 변위는 각 구간별로 연속인 선형변화로 가정하였고, 두께방향으로의 면외 변위는 일정한 상수로 가정하여 적용하였다. 변위장의 정의는 적분형 르장드르 다항식을 적용하였다. 또한 에너지 방출률법과 VCCT 방법을 사용하여 응력확대계수를 산출하였다. 수치적분은 별도의 외삽법 없이 각 층별의 절점에서 발생하는 적분 값을 바로 얻을 수 있는 가우스-로바토 적분법을 사용하여 계산하였으며, 수치예제를 통해 제안된 모델의 정확도와 기존의 3차원 고체요소를 사용한 것보다 동일한 정확도를 얻기 위해 훨씬 적은 요소 및 자유도가 사용됨을 알 수 있었다.

**keywords** :  $p$ -수렴 완전층별이론, 응력확대계수, 균열적층판,  $p$ -수렴 천이요소

### 1. 서 론

균열은 구조물에서 붕괴사고를 초래하는 가장 큰 원인을 제공한다. 또한 균열은 자동차, 항공기 등의 운송수단을 파괴사고로 이어지게 하는 주범이기도 하다. 일생생활 속에서의 이러한 결함들을 보강하는 것은 국가적인 차원에서의 경제적인 측면과 인명적인 측면으로 매우 중요한 연구이다. 이러한 균열의 보수 방법에는 결함이 존재하는 부분에 강성이 우수한 다른 재료를 부착하여 균열의 진적을 억제시키는 접착 패치 보강 방법이 많이 이용되고 있다. 접착 패치 보강 방법은 균열을 가지고 있는 금속의 구조물의 내구력과 손상된 부분의 내성을 효율적이고 경제적으로 향상시킬 수 있다.(Baker, 1999 ; Callinan, 1997 ; Schubbe, 1999 ; ; Jones, 1999). 이와 같이 패치보강 기법에 있어서, 보강재를 양면에 대칭 적용하는 양면패치보강(double-side patch)하는 것이 가장 효율적이라고 알려져 있지만, 실제 적용 시에 손상된 부재의 한 쪽 면만 접근 가능한 경우에는 일면패치보강(single-side patch)이 이루어질 수밖에 없다. 하지만, 이와 같은 비대칭 패치보강의 경우 부재의 중립축이 이동하게 되어, 보강 전의 모재가 휨 부재가 아닌 경우에도 이러한 패치보

\* 영남대학교 건설시스템공학과 석사 enterag@nate.com - 발표자

\*\* 정회원 · 영남대학교 건설시스템공학과 교수 kswoo@yu.ac.kr

\*\*\* 정회원 · 영남대학교 건설시스템공학과 교수 ysshin@yu.ac.kr

\*\*\*\* 영남대학교 건설시스템공학과 석사과정 city5@nate.com

강에 의하여 면외 휨효과(out-of-plane bending effect)가 발생되어, 대칭 패치보강의 경우와 비교할 때 보강효율이 매우 저하된다고 보고되고 있다(Ting, 1999 ; Umamaheswar, 1999). 이러한 휨거동으로 인해 두께 방향으로 면내응력분포(in-plane stress)가 일정하지 않게 되고, 이러한 현상은 결국에는 두께방향으로 일정하지 않은 응력확대계수를 유발하게 되어 부재의 거동이 상당히 복잡해 질 수밖에 없다.

## 2. 균열 적층판 해석을 위한 p-수렴 천이요소

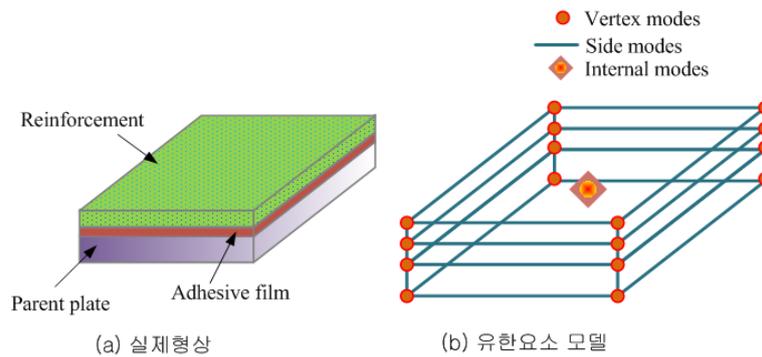


그림 1. 균열 적층판 해석을 위한 p-수렴 천이요소

그림 1(a)은 알루미늄 평판의 패치 보강된 부분의 실제 형상을 나타내고 있으며, 그림 1(b)은 p-수렴 부분층별 요소를 사용한 유한요소 모델을 나타내고 있다. 현재 고려되는 부분층별 요소는 면내 변위장에 대해서는 일반적인 3차원 고체요소와 같이 손상모재, 접착제, 그리고, 패치재료에 대하여 개별적으로 각각 적용이 되고, 면외 변위장에 대해서는 등가단층이론(Reddy 2004)이 적용이 된다. 이와 같은 모델의 장점은 유한 요소 모델링 시에는 일반적인 3차원 고체요소와 같이 모델링이 가능하면서도, 3차원 고체 요소에 비하여 자유도를 좀 더 효율적으로 사용할 수 있는 장점을 가지고 있다. 또한 면내 변위에 대해서 두께 방향으로의 1차원 형상함수 차수는 평면에서의 2차원 형상함수의 차수와 독립적인 관계를 가지며, 본 논문에서는 계산의 효율성을 위해서 두께 방향에 대한 면내 거동은 선형으로 가정을 한다.

이와 같은 패치 보강된 적층 시스템의 임의의  $i$ 층에서의 변위장은 식 (1)과 같이 정의된다.

$$\begin{Bmatrix} u^i(x,y,z) \\ v^i(x,y,z) \\ w^i(x,y,z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_k^{iB} S_k L_1 + u_k^{iT} S_k L_2 \\ v_k^{iB} S_k L_1 + v_k^{iT} S_k L_2 \\ w_k^i S_k \end{Bmatrix}, \quad k=1,2,\dots,n \quad (1)$$

## 3. 수치해석 예제

인장력 ( $\sigma = 58.33 \text{ MPa}$ )을 받는 패치로 보강된 일반균열을 가지는 알루미늄판 ( $H_p = 100$

mm,  $W_p = 40$  mm,  $t_p = 1.5$  mm)이 그림 있다. 여기서,  $a$ 는 균열 길이를 나타내며, 알루미늄 부재의 탄성계수  $E$ 는  $70$  GPa, 포아슨 비  $\nu$ 는  $0.32$  이다. 대칭성을 고려하여 유한요소해석은 1/2모델을 적용하였으며, 균열 이외의 이질적인 재료의 계면에서는 변위의 연속성을 가지도록 하였다. 또한 모재의 균열을 가지는 부분에서 두께 방향에 관해서 모재를 포함한 접착제 부분까지는 불연속인 조건을 부여하였다. 표 1은 균열 길이  $a=15$  mm 일 때의 자유도 및 응력확대계수를 비교한 것이다.

표 1. 균열길이  $a=15$  mm 일 때의 자유도 및 응력확대계수 비교

해석모델	자유도	무차원 응력확대계수
참고문헌 (3차원 고체요소)	40,176	0.8537
$p=3$	608	0.8290
제안모델 $p=4$	938	0.8489
$(p$ -수렴 부분층별요소) $p=5$	1,364	0.8530
$p=6$	1,886	0.8562

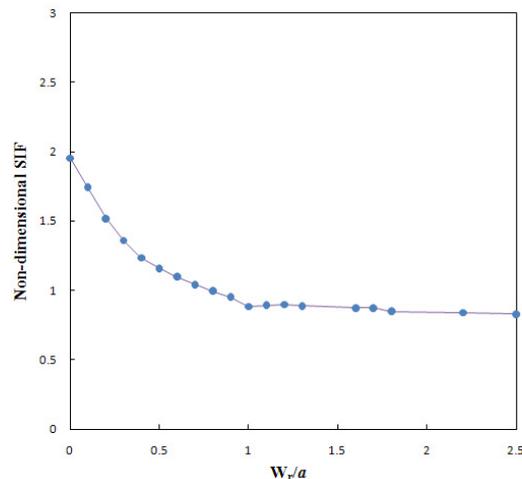


그림 2. 균열길이 15mm 일 때 패치크기 증가에 따른 응력확대계수

그림 2은 균열길이  $a=15$ mm로 고정하고 균열 진행방향으로의 패치폭  $W_r$ 을 증가시키기에 따른 영향을 알아보기 위한 그래프이다. 패치가 없는 경우( $a/W_r=0.0$ )에는 무차원 응력확대계수 값이 약 2.0 근처에 있으며, 패치의 크기를 점점 늘림으로써, 응력확대계수 값이 감소됨을 알 수 있다. 따라서 패치의 길이가 균열 길이와 거의 비슷한 곳( $a/W_r=1.0$ )에서 부터는 패치폭을 증가시켜도 응력확대계수 값이 더 이상 감소되지 않고 일정함을 보이고 있다.

그림 3에는 패치재류에 따른 응력확대계수 값의 영향을 보이고 있다. 각각의 탄성계수  $E$ 는 Boron-epoxy의 경우  $208.1$  GPa, Aluminum은  $70$  GPa, Glass-epoxy가  $38.6$  GPa로서 탄성계수

가 가장 높은 패치재료인 Boron-epoxy에서 패치 보강효과가 크게 나타나고 있음을 알 수 있다.

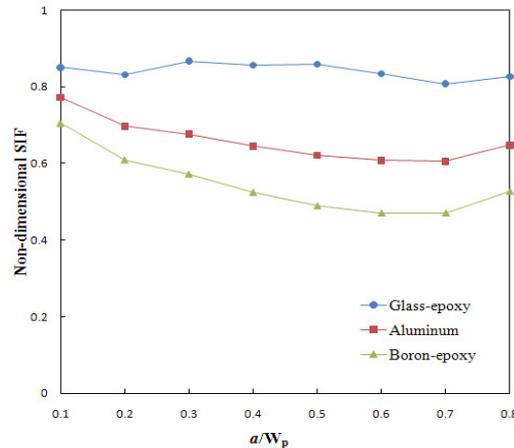


그림 3. 패치 재료의 종류에 따른 응력확대계수

#### 4. 결론

본 논문에서는 패치 보강된 적층균열판 해석을 위한  $p$ -천이요소를 제안하였다. 본 모델은 기존의 3차원 고체요소를 사용한 것보다 동일한 수준의 정확도를 얻기 위해 훨씬 적은 수의 요소 및 자유도가 사용됨을 알 수 있었다.

#### 참고문헌

- 안재석, 우광성 (2009) 직교이방성 적층구조 해석을 위한 부분-선형 층별이론에 기초한 저매개변수요소, **한국전산구조공학회 논문집**, 22(2), pp.189~196.
- 우광성, 양승호, 안재석, 신영식 (2009)  $p$ -수렴 완전층별모델의 의한 일면패치로 보강된 원공 적층판의 휨 효과, **한국전산구조공학회 논문집**, 22(5), pp.464~474.
- 이우용, 이정주 (2004) 복합재 패치 보강 평판의 균열선단 진전거동 해석, **한국복합재료학회**, 17(4), pp.67~73.
- Bezzerrouki, M., Bouiadja, B. B., Ouinas, D. (2008) SIF for cracks repaired with single composite patch having two adhesive bands and double symmetric one in aircraft structures, *Computational Materials Science*, 44(2), pp.542~546.
- Madani, K., Touzain, S., Feugas, X., Benguediab, M., Ratwani, M. (2008) Numerical analysis for the determination of the stress intensity factors and crack opening displacements in plates repaired with single and double composite patches, *Computational Materials Science*, 42(3), pp.385~393.
- Reddy, J. N. (2003) *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells Theory and Analysis*, CRC Press