고유치문제에 근거한 텐세그러티 구조물의 형상탐색

Form-Finding of Tensegrity Structures based on Eigenvalue Formulation

정 미 루* • 김 종 수** • 백 기 열*** • 이 재 홍****

Jung, Mi-Roo • Kim, Jong-Su • Baek, Ki-Youl • Lee, Jaehong

요 약

본 논문에서는 고유치문제에 근거한 텐세그러티 구조물의 형상탐색에 대하여 제시하고자 한다. 하지만 자기평형 응력을 구하기 위해서 정방형 행렬이 아닌 장방형 행렬을 풀어야 하는 난제가 발생하므로 선행 연구자들은 이를 해결하기 위해 내력밀도법과 일반역행렬을 이용한 방법 등을 제시하였다. 본 연구에서는 새롭게 형상을 탐색하는 방법을 제시하여 텐세그러티 구조물 및 케이블 돔 구조물의 자기평형 응력을 얻었다. 제시한 방법은 기존의 방법을 기본으로 한 모든 절점의 평형 방정식을 고유치문제로 정식화하였다. 이를 증명하기 위해 몇 가지 예제에 대하여 수치해석을 수행하였고 타당성을 검증하기 위하여 기존의 방법과 비교하였다. 제시된 방법은 기존의 방법과 같은 결과가 나왔으며 해답을 얻는 과정이 훨씬 간단하였다.

keywords : 텐세그러티 구조물, 케이블 돔, 형상탐색, 고유치 문제

1. 서 론

텐세그러티 구조물은 일반적으로 불연속적인 압축재와 연속적인 인장재로 구성되는 장력 안정 시스템이다. 이러한 텐세그러티 구조물은 형태의 안정성 유지를 위해 형상탐색을 통하여 구해진 프리스트레스를 도입하여 상호 평형상태 유지 즉, 서로 다른 구조부재들 중에 특정한 비율을 맞추어 프리스트레스를 전달하여 구조물에 요구되는 형태를 얻을 수 있게 적절하게 결정되어져야 한다.

형상탐색 방법은 크게 두 가지로 첫 번째는 Tanaka와 Hangai, Hangai와 Kawaguchi의 일반 역행렬을 도입하여 자기평형 응력 모드 해석을 하는 방법, 두 번째는 Sheck의 내력밀도법이 있다. 그러나 내력밀도법은 수식을 정식화 하는 데 복잡하며 일반역행렬을 도입하는 방법은 장방형 행렬의 역행렬계산이 복잡하며 임의의 계수벡터 β의 결정이 정식화 되지 않아 구조물의 형상에 따라 해가 일관성을 나타내지 못하였다.

본 연구에서는 제시된 문제점을 해결하기 위해 고유치 문제로 자기평형 응력 모드를 결정하도록 정식화하였다. 아울러 텐세그러티 구조물을 단위모듈, 멀티스테이지, 케이블 돔으로 구분하여 고유치문제로 결정된 결과 값들의 증명을 위해 기존의 방법을 이용하여 비교하였다.

2. 형상탐색

형상탐색을 위하여 3개의 절점 i, j, k를 갖는 3차원 3절점 트러스 요소를 그림 1과 같이 나타내었다.

* 정회원 • (주)CS구조엔지니어링 연구원 merooda@csse.kr

** (주)CS구조엔지니어링 대표이사 jskim@csse.kr

*** 정회원 • (주)CS구조엔지니어링 연구실장 cutty9@csse.kr

**** 세종대학교 교수 jhlee@csse.kr

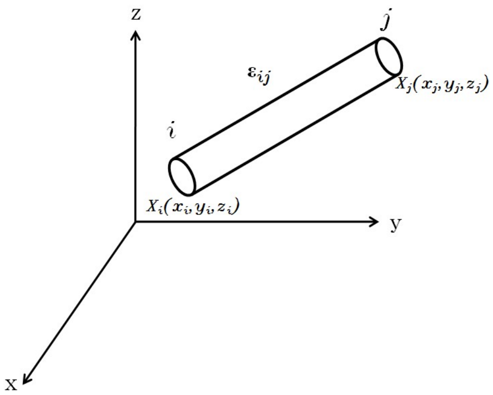


그림 1 2절점 트러스 요소

요소의 변위 u와 변형률 ε_{ij}의 관계는 일반적으로 다음과 같은 (5)식으로 표현된다. 트러스 요소의 축 변형률 ε는 방향여현 벡터 γ를 이용하여 (6)식으로 표현되며 모든 부재에 대한 관련 식들을 모으면 전체 해석 모델에 대한 변형률은 (7)식 같다.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij} + u_{ji}) \tag{5}$$

$$\varepsilon = \gamma u \tag{6}$$

$$\varepsilon = Bu \tag{7}$$

여기서 B는 $M \times N$ 크기를 갖는 장방형 행렬로 M은 총 요소의 수이고 N은 구성요소의 총 자유도수이다.

자기평형 응력 모드는 평형방정식이 성립해야 하므로 다음과 같은 (8)식에서 자기평형 응력 모드 방정식이 성립된다.

$$\overline{B^T}\,\overline{n} = 0 \tag{8}$$

자기평형 축력 벡터 $\overline{n}$을 구하기 위해 (9)식을 이용하여 최소화 시키면 (10)식과 같이 고유치해석을 위한 식으로 표현된다. 여기서 λ는 고유치이며 $\overline{n}$이 고유벡터로 구하고자 하는 자기평형 응력 모드 벡터이다.

$$Q = \frac{1}{2}\overline{n}^{\,T} G \overline{n} (\text{단}, G = \overline{B}\overline{B^T}) \tag{9}$$

$$(C - \lambda I)\overline{n} = 0 \tag{10}$$

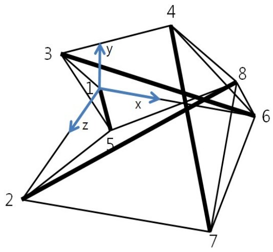
3. 해석예제

이 장에서는 실제 텐세그러티 구조물의 설계 시 적용하기 위해 제시된 방법의 타당성 및 정확성을 검증하기 위해 각각 다른 형태의 예제를 해석하였으며 그 결과 값을 기존의 형상탐색 방법과 비교하였다. 해석은 MATLAB 7.6.0(R2008a)9)을 이용하였다.

3.1. 단위모듈

본 연구에서 제시된 방법의 타당성 및 정확성을 검증하기 위해 텐세그러티 단위모듈의 자기평형 응력 모드 벡터를 결정하여 기존의 연구와 비교하였다. K. Kebiche, M.N. Kazi-Aoual과 R. Motro가 제안한 텐세그

러티 구조물의 절점좌표 및 요소의 연결부는 참고문헌에 자세히 나타나 있으며 해석결과는 표 1과 같다. 본 연구에서 제시한 방법으로 해석모델에 대한 형상탐색을 수행하였을 경우 결과 값이 일치하였다.



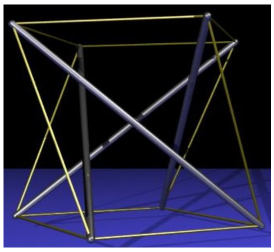


그림 2. 텐세그러티 해석모델의 형상

표 1. 해석모델의 자기평형응력 모드 벡터

요소		본 연구	K. Kebiche, M.N.Kazi-Aoual, R. Motro
	1~4	1.0000	1.0000
축력	5~12	1.4142	1.414
	13~16	-2.4495	-2.450

3.2. 멀티 스테이지 텐세그러티 구조물

해석예제의 결과는 고유치해석 방법과 기존의 방법이 서로 일치한다는 사실을 바탕으로 단위모듈 2개가 모여 이루는 Bob Burkhadt가 제안한 2스테이지 텐세그러티 구조물(그림 3)에 대한 자기평형 응력모드 해석을 수행하였다. 해석모델의 절점좌표와 요소의 연결부는 참고문헌, 해석결과 값은 다음 표 2와 같다.

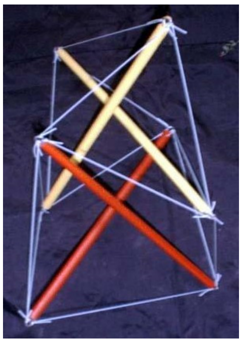
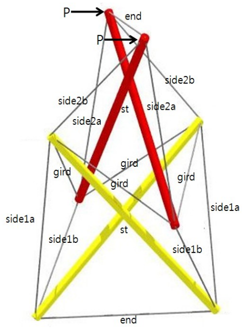



그림 3 2스테이지 텐세그러티 구조물의 형상

표 2 해석모델의 형상탐색 결과

요소	1,13 (end)	4,5,15,16 (st)	8,9,10,11 (gird)	2,3,12,14 (side1,2a)	6,7,17,18 (side1,2b)
축력	1.0000	-1.6389	0.7264	0.8215	0.3377

3.3. 케이블 돔 구조물

세 번째 해석예제는 강주원과 김재열이 제안한 3차원 케이블 돔 구조물로 해석모델의 형상은 그림 4와 같다. 절점은 12개이며 요소의 총 수는 24개인 구조물로 인장 케이블, 압축링, 마스트로 이루어져 있다. 해석모델의 절점좌표와 요소의 연결부는 참고문헌에 자세히 나타나 있으며 해석결과 값은 표 3과 같다. 마찬가지로 본 연구에서 제시한 방법으로 해석모델에 대한 형상탐색을 수행하였을 경우 결과 값이 일치하였다.

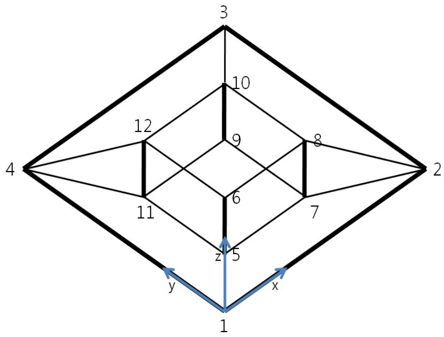


그림 4 3차원 케이블 돔 구조물

표 3 해석모델의 형상탐색 결과

		본 연구	강주원, 김재열
축력	1~4	-1.000	-1.000
	5~12	0.812	0.812
	13~20	0.500	0.500
	21~24	-0.400	-0.400

4. 결 론

텐세그러티 구조물의 특성상 자기응력 평형 모드를 구하기 위해서 정방형 행렬이 아닌 행렬을 풀어야 하는 난제가 발생한다. 이를 해결하기 위해 본 연구에서는 각 부재의 방향벡터들의 합인 장방형 행렬의 전치행렬을 곱해 정방형 행렬이 되면 제시한 고유치해석을 이용하여 자기평형 응력 모드를 결정하는 방법을 최초로 제시하였으며 이는 기존의 해석방법보다 훨씬 손쉽고 간단하게 형상탐색 과정을 수행하여 효율적이며 그 값도 신뢰할 수 있다. 따라서 고유치해석을 이용하여 자기응력 평형 모드 해석을 수행하면 텐세그러티 구조물 나아가 케이블 돔 구조물의 건설시 사용되는 실제 설계고려사항과 재료성능에 맞는 응력을 쉽게 결정할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부 연구개발사업의 연구비 지원(과제번호# 06 건설핵심B03)에 의해 수행되었습니다..

참고문헌

정미루, 이재홍 (2009) 고유치해석을 이용한 케이블 돔 구조물의 자기평형 응력 모드 해석, **대한건축학회 논문집(구조계)**, 25(4), pp.101~108.

강주원, 김재열 (2006) 일반역행렬을 이용한 케이블 돔 형 구조물의 자기평형 응력 모드 해석, **대한건축학회 논문집(구조계)**, 22(10), pp.3~10.

R. B. Fuller (1962) Tensile-Integrity Structures, *US Patent Number 3,063,521*

http://en.wikipedia.org/wiki/Moore-Penrose_pseudoinverse/

K. Kebiche, M.N. Kazi-Aoual, R. Motro (1999) Geometrical non-linear analysis of tensegrity systems, **Engineering Structures**, 21(9), pp.864~876.