
직류모터를 위한 효과적인 Lead/Lag 제어기 설계에 관한 연구

김 왕 순 · 이 병 훈 · 원 대 호 · 양 연 모

금오공과대학교

On the Design of an Effective Lead/Lag Controller for DC Motors

Wang-Sun Kim · Byoung-Hoon Lee · Dae-ho Won · Yeon-Mo Yang

Kumoh University

E-mail : wdh10828@naver.com

요 약

공장 자동화와 로봇공학 등 다양한 산업현장에서 제어 공학은 이용된다. 이러한 제어 공학에서 위치제어와 속도제어를 위해 많은 제어기들이 연구되어 사용되고 있다. 특히, 본 논문에서는 간단하면서도 견고한 제어기 중 능동 소자를 이용한 PID (Proportional-Integral-Derivative) 제어기와 수동 소자를 이용한 Lead/Lag제어기를 설계하는데 있어 MATLAB 툴을 이용하여 정확한 성능 검증을 수행하려고 한다. 또한, 본 논문에서는 DC 모터를 위해 개선된 PID 및 Lead/Lag제어기 설계하고, 제안한 Lead/Lag 제어기의 효율성을 보여주고자 한다. 제안한 Lead/Lag 제어기는, 단계적인 변수 조정을 통하여 DC 모터 뿐 아니라 복잡한 제어 시스템에 대해서도 효과적으로 응용 가능하다. 결과적으로, 제시된 각 제어기들은 응답시간을 줄인다거나 시스템 에러를 최소화 시키는 등의 산업분야의 문제를 해결하는데 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

ABSTRACT

There are a lot of methods available in designing PID(Proportional-Integral-Derivative) and Lead/Lag controllers in the industrial field of technology because of their useful advantages such as simplicity and robustness. In an early stage of development process, a computational simulation approach is a very efficient tool for the designs of the controllers. Thus, in this paper we propose a cost-effective, and practically efficient. The PID and Lead/Lag controllers. To show the effectiveness of the proposed Lead/Lag controller, we compare and contrast of the simulation results of each controller with the Matlab simulator. Although we have only considered the DC motors for the controllers, but it could be extended in future developments to more complex plants. As a result, the proposed frameworks could be used to solve industrial problems such as a reduction in development cycle time and minimizing system errors.

키워드

Lead/Lag controller, Matlab, DC motor, Robust, Position controller

1. 서 론

최근 공장자동화(FA), 로봇공학(Robotics), 분산제어(Discrete Control Systems, DCS)에 제어공학이 크게 이바지 하고 있는 가운데 다양한 제어기(보상기)를 통한 정확한 위치제어나 속도제어가 가능하다[1]. 그리고 현재에도 다양한 조건에서 수행을 할 수 있는 제어기에 관한 수많은 연구결

과가 나오고 있다. 제어대상을 제어하는데 있어 능동소자를 사용하는 PID제어와 수동소자를 사용하는 Lead/Lag제어[2] 등 다양한 방법이 있다. 그 방법들에 관해서 다양한 방면에서 연구가 진행되고 있지만, 명확하게 PID제어기와 Lead/Lag제어기 설계의 방법과 결과를 비교한 연구가 없기에 Matlab 시뮬레이터를 이용하여 직류모터용 PID와

Lead/Lag 제어기 설계에 관한 연구를 수행하였다[3].

먼저 직류모터에 대해 간단히 언급해보면, 직류모터는 직류 에너지를 회전에너지로 바꾸어 주는 장치로써, 회전자에서 생긴 회전력을 외부부하에서 이용할 수 있다. 직류모터는 높은 회전력, 넓은 범위의 속도조절 가능성, 휴대 가능성 그리고 다양한 제어방법에 적용 가능한 점 등의 장점을 가지고 디스크 드라이버, 기계 장치, 로봇제어와 같은 다양한 제어 응용분야에 사용된다. 그리고 비교적 간단하게 수학적으로 모델링이 가능하여 사용하게 되었다.

PID 제어기를 설계하기 위해 특정 감쇠상수(Damping coefficient)값을 구할 수 있도록 방향을 제시한 연구와 PID 제어기의 하드웨어, 소프트웨어 모듈을 제시한 연구, 그리고 비선형 Lead/Lag를 설계에 관한 연구 등을 참고하였다 [1-9]. 대부분의 연구들이 PID 혹은 Lead/Lag의 한 분야만 다루었고, 명확하게 PID와 Lead/Lag제어기의 설계방법과 장단점을 시뮬레이션으로 보여주는 연구결과는 없었다. 사실, On Touch and Go라는 툴을 제시하여 PID와 Lead/Lag 제어기를 설계하는 연구가 있었다[1-7]. 본 논문에서는 이러한 선형 연구를 바탕으로 가격 대비 성능이 우수한 강건 Lead/Lag 제어기 접근 방법을 제시하고, 제시한 절차에 대한 검증은 목적으로 Matlab 툴을 이용하여 제안한 Lead/Lag제어기를 평가 항목에 따라 비교 분석하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 제어 시스템에 대하여 기술하였고, 3장에서는 직류모터 설계 사양에 적합하도록 PID제어기와 Lead/Lag 제어기 설계에 대하여 다루었고, 4장에서는 두 제어기의 실제결과의 시뮬레이션을 통하여 비교하였고, 5장에서는 결과를 바탕으로 두 제어기에 관한 결론을 내리고, 추후 연구방향을 제시하였다.

II. 제어 시스템

이상적인 PID 제어기는 순수한 적분기를 사용하여 개루프의 순방향 극점을 원점에 배치한다. 이는 시스템 형을 증가시키면서 정상 상태 오차를 개선시킬 수 있다. 이 방법은 정상 상태 오차를 제거할 수 있는 반면에 제어기가 증폭기와 같은 능동회로로 구현되어야 하므로 추가적인 전원과 비용이 든다. 원점에 극점 하나를 추가했을 경우, 변경된 시스템의 근 궤적을 보면 추가된 극점으로 인해서 근 궤적이 원하는 점을 지나가지 않게 된다. 이 점을 보완하기 위해서, 추가된 극점 가까이에 한 개의 영점을 배치하는 것이 비례적분제어기이다.

이상적인 미분보상은 원하는 퍼센트 오버슈트를 갖도록 하며 비 보상시스템보다 더 짧은 정착 시간을 갖는 응답을 설계하기 위해 사용된다. 즉, 제어기 구현을 위해 능동회로가 필요하므로 추가적인 전원과 비용이 들고, 또한 미분에 의한 잡음의 영향이 커진다는 단점이 있다. 이에 대한 대안으로 본 논문에서는 강건한 Lead/Lag 제어기를 제안한다. 제안한 Lead/Lag 제어기는 진상보상(Lead)과 지상보상(Lag)을 모두 사용한 것이다.

진상보상은 추가되는 영점(Zero)이 추가되는 극점(Pole)의 위치보다 원점에 가까이 있어서 각도의 합이 양수인 경우로, 비례미분제어기와 동등한 역할인 과도응답을 개선한다. 순수한 미분기를 사용하는 비례미분제어기와는

달리 순수 미분을 사용하지 않는 대신에 순방향 경로 전달 함수에 한 개의 영점과 좀 더 떨어진 한 개의 극점을 추가함으로써 미분 기능을 대신할 수 있다. 비례미분제어기와 비교해보면, 장점으로는 수동소자를 사용하기 때문에 추가적인 전원이 필요 없고, 상대적으로 회로도 간단하게 구현할 수 있으므로, 비용적인 측면에서 경제적이다. 그리고 미분 때문에 발생하는 잡음의 영향도 진상제어기를 사용함으로써 줄일 수 있다. 단점으로는 비례미분제어기는 우방 평면으로 넘어가는 근 궤적의 가지 수를 줄일 수 있는 반면에 진상제어기는 추가된 극점 때문에 허수축 우방 평면으로 넘어가는 근 궤적의 가지 수를 줄이지 못한다.

지상보상은 과도응답에는 영향을 주지 않으면서, 정상 상태 오차를 개선하는 방법으로 저주파 영역의 이득만을 증가시켜 정상 상태 오차를 줄이고, 위상 여유를 증가시켜 원하는 과도 응답 특성을 갖도록 한다. 순수한 적분기를 사용하는 비례적분제어기와는 달리 순수 적분을 사용하지 않으므로 몇 가지 장단점을 갖는다. 장점으로는 추가적인 전원을 필요로 하지 않는 값싼 수동소자로 회로를 구성하기 때문에 비교적 회로가 간단하고, 비용적인 측면에서 비례적분제어기 보다 훨씬 경제적이다. 지상제어기에서 추가되는 극점을 원점 가까이에 배치하면 시스템 형은 증가하지 않고, 직류모터의 정상 상태 오차를 개선할 수 있다. 이 추가되는 극점에 매우 가깝게 영점을 배치함으로써 제어기의 각도에 대한 영향을 '0'으로 만들 수 있으므로, 원하는 근 궤적에 영향을 미치지 않고 보상을 할 수 있다. 단점으로는 정상 상태 오차를 비례적분제어기처럼 완전히 '0'으로 만들지 못한다.

Lead/Lag제어기는 과도응답과 정상 상태 오차 모두를 개선하기 위해, 진상제어기와 지상제어기를 결합한 것으로 PID제어기와 동등한 역할을 한다. 그리고 수동소자로 구성되기 때문에 비용적인 측면에서 이점이 있다.

III. 제어 시스템의 설계

3.1 PID 제어기 설계

성능비교를 목적으로 PID제어기 설계를 표 2를 참고하여 'K' 파라메타를 선정한다.

표 1. 파라메타 'K' 선정요령

	RiseTime	Overshoot	SettlingTime	S-S Error
K_P	감소	증가	조금 변화	감소
K_I	감소	증가	증가	제거
K_D	조금 변화	감소	감소	조금 변화

비례항(P)값에 의한 변화를 보기 위해 'K_P'값을 [4]에 의한 "Ziegler-Nichols"에 의하여 '0.13'으로 선정한 결과가 그림 3에 나타나 있다. 'K_P'값 조정에 따른 계단응답이 수렴하였다. 그림 2에서 근 궤적이 시스템의 이득(K)에 의해 움직이는 것을 볼 수 있는데, 근 궤적이 우방평면에서 좌방평면으로 넘어왔음을 의미한다.

과도 응답을 개선하기 위해서는 이상미분보상이 필요하다. 이는 영점의 위치를 루프이득계산을 통해서 우리가 원하는 과도 응답을 얻을 수 있다. 종속연결로 이상미분보상을 추가하였다. 'K_v' 값은 [4]에 의하여 '0.1'로 선정하였고, 그 결과는 과도응답상태가 개선되었음을 그림 4를 통해 확인할 수 있다. 하지만 정상상태에서 최종치(Final value)가 무한(Infinte)하다는 결과가 나왔기 때문에 퍼센트 오버슈트나 정착시간에 대한 정확한 값을 알 수는 없었다. 정상상태오차를 '0'으로 만족시키기 위해 원점에 극점을 추가하여 오차를 제거한다. 'K' 값은 [4]에 의하여 '0.0001'로 선정하였다. 모든 근 궤적이 좌방평면에 있기 때문에 'K' 값이 변하더라도 안정하다.

$$C(S) = 0.1 + \frac{0.001}{S} + 0.13S \quad (1)$$

$$T(S) = \frac{30(S+1.299)(S+0.0007697)}{S^2(S+10)(S+1)} \quad (2)$$

식 (1)은 제어기의 전달함수이고 식 (2)는 PID 제어기가 연결된 직류모터의 전달함수이다.

3.2 Lead/Leg 제어기 설계

제안한 Lead/Lag 제어기는 아래의 절차에 따라서 설계하였다.

- ①설계 사양에 적합한 감쇠상수(ξ)와 고유주파수(w_n) 구하기
 - ②근 궤적을 통한 직류모터의 특성분석과 2차 시스템으로의 근사화
 - ③진상제어기로 과도응답을 개선시키는 점(Desired roots, DR)을 근 궤적이 통과하도록 영점과 극점을 배치
 - ④지상제어기로 정상 상태 오차 개선
 - ⑤계단응답과 근 궤적방법을 통한 안정도 분석
- 표 1에 주어진 직류모터의 설계 사양을 바탕으로 감쇠상수(ξ)와 고유주파수(w_n)를 아래 2차 시스템의 식을 이용하여 구할 수 있다.[5]

$$\xi = -\frac{\ln(P.O/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(P.O/100)^2}} \quad (3)$$

$$T_p = \frac{\pi}{w_n \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (4)$$

$$T_s = \frac{4}{\xi w_n} \quad (5)$$

$$T_r = \frac{1.8}{w_n} \quad (6)$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} \quad (7)$$

앞에서 구성한 PID 제어기에 상응하도록 Lead/Lag 제어기를 구성하기 위해서 감쇠상수(ξ)와 고유주파수(w_n)를 구한다. 식 (3)에서 원하는 퍼센트 오버슈트 5%를 P.O에 대입하여, $\xi=0.69$ 의 값을 얻을 수 있다. 식 (4)에서 최고값 시간(T_p)이 0.95초일 때 $w_n=4.5688$ 이 되고, 식 (5)에서 정착시간(T_s)이 2

초일 때 $w_n=2.8968$ 이 되고, 식 (6)에서 상승시간(T_r)이 0.5초 일 때 $w_n=3.6$ 이 된다. 이를 바탕으로 모든 특성을 다 만족하는 가장 큰 값인 $w_n=4.5688$ 로 정할 수 있다. 식(7)을 이용하여 속도상수(K_v)를 구하면, 정상상태오차($e(\infty)$)는 0.02 이므로 $K_v=50$ 이 된다. 주어진 설계 사양에서 구한 $\xi=0.69$ 와 $w_n=4.5688$ 은 근 궤적 상에서 한 점으로 표현된다. 이 점에 근 궤적이 지나면 제어기는 설계 사양을 만족한다. 원하는 점(Desired roots, DR)을 구하는 식은 아래와 같다[5]

$$DR = -\xi w_n \pm j w_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (8)$$

따라서 원하는 점은 $-3.1525 \pm j3.3069$ 가 된다. 직류모터의 전달함수는 식 (9)로 모델링하였다. 각각의 파라메타값을 J=0.1, b=1, K=30, R=1, L=1로 지정하면 수식은 다음과 같다.

$$G(S) = \frac{300}{S(S+1)(S+10)} \quad (9)$$

직류모터는 근 궤적에서 이득이 증가함에 따라 불안정한 상태이다. 따라서 시스템을 안정화시키기 위해서, 현재 근 궤적에서는 실수축 좌표 '-1'에 영점을 추가하는 것이 가장 적합해 보인다.

각도의 계산식을 수식으로 나타내면 다음과 같다. 아래 식에서 'Img'는 허수부를 'Real'은 실수부를 각각 표시한다.

$$-th1 - th2 - th3 = (2k+1)180^\circ \quad (10)$$

$$th1 = 180^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{Img DR}{Real DR}\right) \quad (11)$$

$$th2 = \tan^{-1}\left(\frac{Img DR}{|-10 - (-Real DR)|}\right) \quad (12)$$

$$th3 = \tan^{-1}\left(\frac{Img DR}{|-p - (-Real DR)|}\right) \quad (13)$$

$$p = Real DR - \frac{Img DR}{\tan(th3)} \quad (14)$$

식 (10)에서 구한 각변수 'th3'를 식(14)에 대입하여, Lead 제어기의 극점(p)을 구할 수 있다. 추가된 Lead 제어기의 식은 아래 식(15)과 같고, 이 때 $|z| < |p|$ 의 관계가 성립한다.

$$G_{\leq ad}(s) \sum = \frac{(S+z)}{(S+p)} \quad (15)$$

$$z = -10, p = -11.9541 \quad (16)$$

IV. 두 제어기의 비교

기술한 설계결과를 바탕으로 두 가지 제어기를 다음과 같이 2 가지 항목에 따라 비교 할 수 있다.

첫째, PID 제어기는 설계방법이 다양하다. 하지만 Lead/Lag 제어기는 오직 근 궤적 상의 한 점(DR)을 이용하는 방법을

통하여서만 설계할 수 있다. 반면에 PID제어기는 근 궤적 상의 한 점(DR)을 이용하는 방법뿐만 아니라, 제시한 방법처럼 PID 제어기의 파라메타 ' $K(K_p, K_i, K_d)$ '를 이용하여 설계를 할 수 있다. 파라메타 ' K '를 결정하기 위해서 반복적인 실험과 시뮬레이션을 필요로 한다. 현재 PID 자동동조에 관한 다수의 연구결과[2], [6]가 나와 있으나, 이 또한 저자들이 경험적으로 접근하여 이를 알고리즘으로 표현한 것들이다. 둘째, 기능적인 측면에서 비교하면, PID제어기는 적분기로 원점에 극점을 추가함으로써 시스템 형을 한 단계 변화시켜 정상 상태 오차를 0으로 만들 수 있다. 반면에 Lead/Lag 제어기는 원점에 가까이 극점을 배치하여 정상 상태 오차를 어느 정도 개선할 수 있으나 완전히 '0'으로 만들지는 못한다.

비교 항목	PID 제어기	Lead/Lag 제어기
Percent Overshoot	4.81%	4.65%
Rise Time	0.47sec	0.53sec
Peak Time	1.08sec	1.10sec
Settling Time	1.86sec	1.70sec
Steady State Error	0%	1%

표 2. PID 제어기와 Lead/Lag 제어기의 성능 비교

PID제어기는 상승시간(T_r), 최고값 시간(T_p), 정상 상태 오차(Steady state error) 부분에서 조금 더 우수한 성능을 보였고, Lead/Lag제어기는 퍼센트 오버슈트(Overshoot)와 정착시간(T_s) 부분에서 조금 더 우수한 성능을 보였다. 위의 항목들은 모두 타협관계(Trade-off)에 있는 항목들이므로, 어느 한 항목의 성능을 개선시키면, 다른 항목의 성능이 떨어지게 된다. 그러므로 PID제어기와 Lead/Lag제어기는 거의 동일한 성능을 낸다고 판단할 수 있다.

다음으로 근 궤적을 비교하면 다음과 같다. 아래의 그림 1은 PID제어기가 연결된 직류모터의 근 궤적이다. 모든 근 궤적이 좌방평면에 위치하므로, 이득(K)이 증가해도 항상 안정적이다. 반면에 그림 2는 Lead/Lag 제어기가 연결된 직류모터의 근 궤적이다. 이는 이득(K)의 증가에 따라서 어느 정도 이상의 이득(K)에서는 근 궤적이 우방평면으로 넘어가기 때문에 일정 이득 이상에서는 불안정한 시스템으로 바뀔 수 있다.

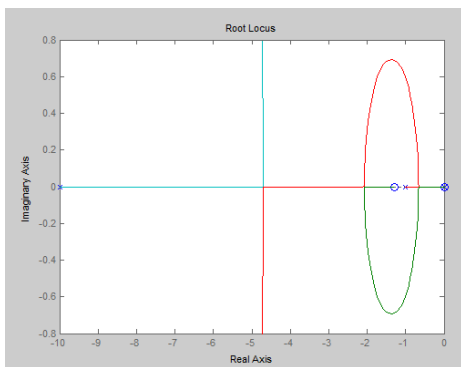


그림 1. PID제어기가 연결된 직류모터의 근 궤적

V. 결 론

본 논문에서 제안한 PID제어기와 Lead/Lag제어기를 비교하기 위하여 계자전류제어 직류모터를 대상으로, 각 제어기별로 특성과 접근방법, 설계방법에 대해서 논하였고, Matlab을 이용하여 시뮬레이션 결과를 비교함으로써 제시한 PID제어기와 Lead/Lag제어기의 장단점을 분석하였다. 성능 검증단계에서 PID제어기는 경험적인 측면으로 접근하였으며, Lead/Lag제어기는 이론적인 측면으로 접근하였다. 비교 검증한 제어기들의 설계절차와 접근 방법은 달랐지만, 제시한 평가 항목을 반영한 설계사양에 부합하는 결과를 시뮬레이션을 통해 확인할 수 있었다.

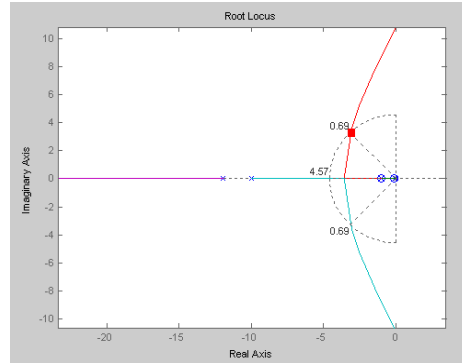


그림 2. Lead/Lag제어기가 연결된 근 궤적

본 논문을 통하여 PID제어기와 Lead/Lag제어기에 대한 설계와 검증을 실시하였다. 이론적인 부분을 바탕으로 한 파라메타 설정과 제어기 설계, 다양한 시뮬레이션을 통하여 제어기에 대한 이해와 두 제어기의 특성과 차이를 확인할 수 있었다. 하지만 제안한 PID제어기와 Lead/Lag제어기가 설계 사양은 만족하지만, 최적화된 제어기라고는 할 수 없다. 따라서 본 연구의 결과를 바탕으로 상태 공간에서 Lead/Lag제어기 설계와 최적 제어 개념에 따른 개선된 Lead/Lag 제어기에 대한 추가 연구가 기대된다.

참고문헌

- [1] Norman S. Nise, Control Systems Engineering 5th, Willy, 2008.
- [2] Kiam Heong Ang, Gregory Chong, and Yun Li, "PID Control System Analysis, Design and Technology" IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 13, NO. 4, 2005.
- [3] CMU Control Tutorials for MATLAB and Simulink (<http://www.library.cmu.edu/ctms>)
- [4] K.J. Astrom, T. Hagglund, "Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control", Journal of Process Control, No.14, pp. 635-650, 2004.
- [5] 박왕서, "Expert auto tuning PID controller for the speed control of D.C. servo motor" 한국통신학회논문지 '91-9 Vol16 No.9, 1991.
- [6] Richard C. Dorf, and Robert H. Bishop, Modern Control Systems 11th, Prentice hall, 2008.