# 4-ary SWSK 시스템에서 웨이브릿에 대한 성능분석

정태일*□김종남*

*부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부

# Performance Analysis for Wavelet in 4-ary SWSK

Tae-Il Jeong* □ Jong-Nam Kim*

*Div. of Electronic, Computer and Telecommunication Eng. Pukyong University.

E-mail : tijeong@daum.net

요 약

본 논문에서는 4-ary SWSK(4-ary scaling wavelet shift keying) 시스템에서 웨이브릿에 대한 성능을 분석코자 한다. 기존의 4-ary SWSK 시스템에서 비트 에러확률이 유도된 바 있다. 그래서 기존의 비트 에러확률과 부호 에러확률을 이용하여 Daubechies, Biorthogonal, Coiflet, Symlet 웨이브릿에 대한 비트 및 부호 에러확률을 실험적으로 구하였다. 또 웨이브릿의 탭 개수와 주기 변화에 대해서 그 성능을 분석하였다.

키워드

4-ary SWSK(4-ary scaling wavelet shift keying), Probability of bit error, Scaling function, Wavelet

## Ⅰ. 서 론

이산 웨이브릿 변환은 수학적 이론의 발전과 더불어 음성 신호처리, 영상 신호처리 등 여러 분야 많이 응용되고 있다[1-3]. 연속 웨이브릿 변환이 정규 직교성을 지니지 않은 웨이브릿에 의한 연산이며, 따라서 역변환 과정이 복잡하며, 까다로운 허용 가능조건 및 경우에 따라 복원시 신호 또는 이미지의 미세한 정보손실이 불가피하다. 반면 이산 웨이브릿은 정규 직교성을 지니는 웨이브릿을 이용하여 신호의 완전한 복원이 가능하다.

정 등[4]은 스케일링 함수와 웨이브릿을 이용한 새로운 웨이브릿 편이 변조 시스템을 제안하였다. 이 방법은 스케일링 함수를 1로, 웨이브릿을 0으로 변조하는 방법이다. 그러나 이 방식은 후처리 과정이 필요한 단점이 있다. 또한 정[5]등은 2진 웨이브릿 편이 변조 시스템에서 Daubechies 웨이브릿 계열을 중심으로 눈 모양(eye pattern)에 의한 방법과 비트 에러 확률에 의한 방법으로서 웨이브릿의 성능을 분석하였다. 그리고 정 등[6]은 스케일링 함수와 웨이브릿 그리고 이 두 신호를 반전시켜서 생성된 4개의 반송파를 사용하는 2비트 변조방법을 제안하였다. 2비트 변조방법인 4-ary 스케일링 웨이브릿 편이변조(4-ary SWSK : 4-ary scaling wavelet shift keying) 시스템을 정의하였고, QPSK (quadrature phase shift keying) 시스템으로부터 정의된 시스템의 비트 에러 확률과 부호 에러 확률을 유도하였다. 그래서 기존의 QPSK 방식과 MFSK (M-ary frequency shift keying)방식에 대하여 비트 에러 확률 및 부호 에러 확률로서 그 성능을 분석하였다.

본 논문에서는 4-ary SWSK 시스템에서 웨이브릿에 대한 성능을 분석코자 한다. 참고문헌 [6]에서 유도된 비트 에러 확률을 이용하여 Daubechies, Biorthogonal, Coiflet, Symlet 웨이브릿에 대한 비트 에러 확률을 실험적으로 구하였다. 또 웨이브릿의 탭 개수와 주기 변화에 대해서 그 성능을 분석하였다. 실험결과 4-ary SWSK 시스템에서 Coiflet, Symlet 웨이브릿이 비트 에러 확률면에서 좋은 성능을 보였고, 두 웨이브릿의 성능은 비슷하였다.

## Ⅱ. 관련이론

### 2.1 웨이브릿 변환 (Wavelet Transform)

함수 $f(t)$가 $L^2(R)$에 속한다면, 함수 $f(t)$의 이중적분의 놈(norm)은 유한이며 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\| f(t) \|^2 = \left( \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 \right)^{1/2} < \infty \qquad (1)$$

두 함수 $f(t)$와 $g(t)$가 각각 $L^2(R)$에 속하며, 두 함수의 내적이 다음과 같을 때 두 함수는 서로 직교(orthogonal)한다.

$$< f(t),\ g(t) > = \int f(t)g(t-k)dt = \begin{cases} A, & k=0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

위 식에서 상수=1인 경우, 함수 $f(t)$와 $g(t)$는 정규 직교(orthornormal)라 정의한다.

이산 웨이브릿 변환에 있어서 함수의 직교성은 매우 중요한 의미를 가진다. 함수 $f(t)$는 정규직교 기저인 스케일 함수 $\phi_k(t)$를 이용하면 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$f(t) = \sum_k a_k \phi_k(t),\ a_k = |a_k|^2 < \infty \quad (3)$$

이산 웨이브릿 변환은 위의 식(3)을 기반으로 정의된다. 즉, 이산 웨이브릿 변환은 정규직교 기저인 스케일 함수 $\phi_j(t)$와 웨이브릿 $\psi_j(t)$를 이용하여 함수 $f(t)$를 표현하는 방법이다. 정규 직교 기저를 이루는 웨이브릿은 다음과 같이 정의한다.

$$\psi_{jk} = 2^{j/2}\psi(2^j t - k),\quad j,k \in z \quad (4)$$

따라서 정규 직교 기저 웨이브릿을 이용한 웨이브릿 변환은 다음과 같이 정의한다[1].

$$W_{jk} = < f(t), \psi_{jk}(t) > \quad (5)$$

웨이브릿 변환은 정규 직교 기저를 이용한 이산 웨이브릿 변환과 연속 웨이브릿 변환의 두 분야로 나뉘어져 발전되었다. 웨이브릿의 정규 직교성에 따라 이산 웨이브릿 변환과 연속 웨이브릿 변환으로 나뉘어지며 각각 다른 응용분야를 형성하고 있다. 이산 웨이브릿의 경우, 저주파 계수(low frequency coefficients)는 수식 (6)와 같다[2,8].

$$\sum_n g_0(n) = \sqrt{2} \quad (6a)$$

$$\sum_n g_0^2(n) = 1 \quad (6b)$$

그리고 고주파 계수(high frequency coefficients)는 수식 (7)와 같다.

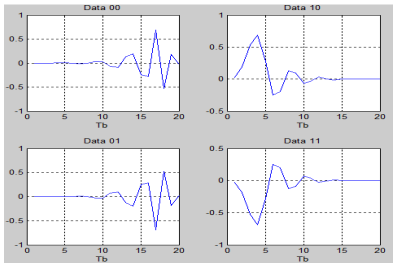
$$\sum_n g_1(n) = 0 \quad (7a)$$

$$\sum_n g_1^2(n) = 1 \quad (7b)$$

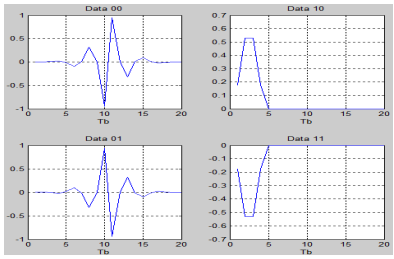
## III. 웨이브릿 성능분석

본 논문에서 사용한 웨이브릿은 Daubechies, Biorthogonal, Coiflet, Symlet 네 종류를 사용하였다. 모의실험은 PC상에서 Matlab 프로그램을 사용하여 수행하였다.

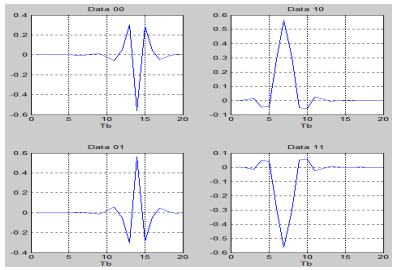
그림 1은 필터 탭의 개수가 20개일 때, 본 논문에서 사용한 Daubechies, Biorthogonal, Coiflet, Symlet 웨이브릿에 대한 4개의 반송파를 나타내었다. 그림 (a)의 Daubechies 웨이브릿에서 (0,0) 위치에 있는 파형은 수식 (8)에서 $s_{00}(t)$에 해당하고, (0,1)위치에 있는 파형은 수식 (8)에서 $s_{10}(t)$에 해당한다. (1,0) 위치와 (1,1) 위치에 있는 파형은 각각 $s_{01}(t)$, $s_{11}(t)$에 해당한다. 여기서 Coiflet과 Symlet 웨이브릿의 파형의 위치는 Daubechies, Biorthogonal 웨이브릿에 비해 1주기의 중간에 위치함을 알 수 있다. 특히, 그림 1(b)의 Biorthogonal 웨이브릿에서 $s_{10}(t)$, $s_{11}(t)$의 파형은 왼쪽으로 많이 치우쳐 있음을 알 수 있다.



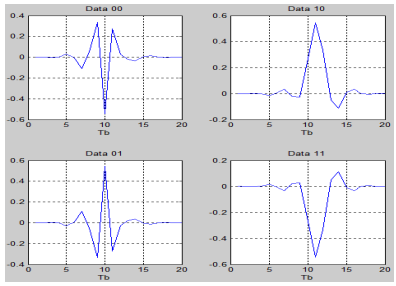

(a) Daubechies




(b) Biorthogonal




(c) Coiflet




(d) Symlet

그림 1. 4개의 웨이브릿
Fig. 1 Wavelet(Daub.,Bior.,Coif.,Sym.)

그림 2는 Daubechies 웨이브릿에서 Ts[sec] =0.1에서 탭 개수에 따른 BER(bit error rate)을 나타내었다. 여기서 필터의 탭 수가 많을수록 비트 에러 확률이 줄어들었고, 이러한 현상은 다른 웨이브릿에서도 같은 양상을 나타내었다.

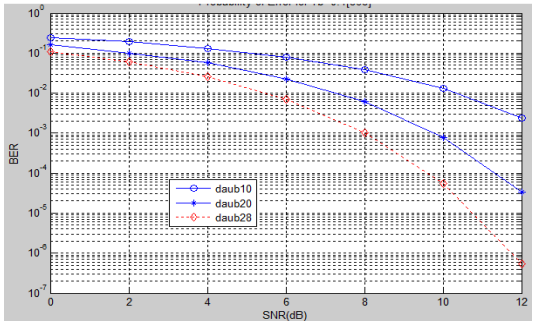



그림 2. 탭 수에 대한 BER 비교

Fig.2 Comparison of BER for number of Tap

그림 3은 필터 탭 개수가 20개이고, dB=6에서 주기의 변화에 대한 웨이브릿의 BER 비교를 나타내었다. 주기가 클수록 BER은 감소하였고, Symlet과 Coiflet 웨이브릿의 성능이 우수하였다.(Symlet과 Coiflet 웨이브릿의 성능은 거의 동일함).

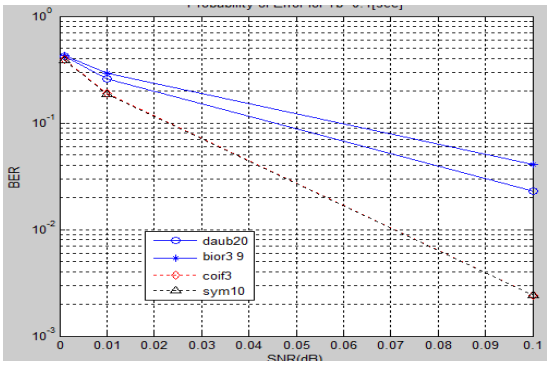



그림 3. 주기에 대한 BER 비교

Fig. 3 Comparison of BER for period

## Ⅳ. 결 론

기존의 4-ary SWSK 시스템에서 비트 에러확률이 유도되었다. 그래서 본 논문에서는 4-ary SWSK 시스템에서 Daubechies, Biorthogonal, Coiflet, Symlet 웨이브릿에 대해 비트 에러확률을 실험적으로 구하였다. 실험결과 필터의 탭 수가 많을수록 비트 에러 확률은 낮아졌고, 주기가 클수록 좋은 성능을 보였다.

감사의 글

※ 본 연구는 교육과학기술부와 한국산업기술진흥원의 지역혁신인력양성사업과 동남선도사업단 사업의 지원으로 수행된 연구결과임.

## 참 고 문 헌

[1] 이승훈, 윤동한, 웨이브릿 변환 이론 및 적용, 보성각, 2004.

[2] N.J Fliege, Multirate Digital Signal Processing, JOHN WILEY & SONS, 1994.

[3] C.Sidney, Ramesh A.Gopinath, and Haitao Guo, Introduction to Wavelet and Wavelet Transforms, Prentice-Hall, 1998.

[4] 정태일, “스케일링 함수와 웨이브릿을 이용한 잡음에 강인한 새로운 웨이브릿 편이변조 시스템” 신호처리 시스템 학회 논문지, 제9권, 2호, pp.98-103, 2008

[5] 정태일, 김은주, “웨이브릿 편이변조 시스템에서 웨이브릿에 대한 성능분석”, 한국해양정보통신학회 논문지, 제13권 8호, pp.1580-1586, 2009.

[6] 정태일, 유태경, 김종남, 문광석, 김현덕, “4-ary 스케일링 웨이브릿 편이변조 시스템의 성능분석에 관한 연구”, 한국해양정보통신학회 논문지, 제14권 5호, pp.1155-1163, 2010.