

역 다중입력 단일출력 기법을 이용한 균열 진단: 비선형 해석 Crack Detection Using Reverse MISO Technique: Nonlinear Analysis

강성우† · 이종원*
Sung-Woo Kang, Chong-Won Lee

1. 서론

현대의 회전 기계가 점점 고속화되어 감에 따라 회전 기계의 결함에 의한 사고의 위험도 갈수록 커지고 있다. 이에 회전 기계의 이상 상태를 감지할 수 있는 많은 방법들이 연구되었다. 회전 기계의 운행 중 또는 가/감속시의 이상 진동 신호를 감지/해석하는 방법으로 간편하게 진단할 수 있는 장점이 있지만 결함이 상당히 진행되어야만 정확한 이상 진단이 가능한 수동적 방법과 회전 기계의 특정 이상 상태의 특성에 맞게 외부 가진기를 이용하여 회전 기계를 가진하여 모드 시험을 실시하고 회전체의 비등방성과 비대칭성에 대한 정보를 담고 있는 주파수 응답 함수를 추정하여 회전체의 이상 상태를 규명하는 능동적인 방법이 있다.

이 연구에서는 스위칭 크랙을 가지는 일반 단순 회전체 시스템에 역 다중입력 단일출력 기법과 변조 기법을 적용하여 균열의 크기와 원주상의 위치를 찾아낼 수 있는 방향성 동적 강성 방법을 제안하고 시뮬레이션을 통해 타당성을 검증하려고 한다.

2. 운동 방정식

그림 1에서 $y-z$ 과 $\xi-\eta$ 은 각각 정지 좌표계와 회전 좌표계, m 은 디스크의 질량, e 는 기하중심으로부터 디스크 중심까지의 거리, β 는 ξ 축으로부터 편심까지의 각도, Ω 는 회전속도를 나타낸다. 이상적인 스위칭 균열은 균열이 열리는 방향인 ξ 축의 축처짐의 부호에 따라서 균열이 완전히 열리거나 닫히는 균열 모형이다. 스위칭 균열을 가지는 단순 회전체의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{p}(t) + c\dot{p}(t) + k_0 p(t) + \Delta k_0 \bar{p}(t) + \delta k_0 \bar{p}(t) e^{j2\Omega t} + \frac{1}{2} [1 + \text{sgn}\{\text{Re}(p(t)e^{j(\alpha-\Omega t)})\}] \{ (k_m - k_0) p(t) + k_d \bar{p}(t) e^{j2\Omega t} \} = g(t) \quad (1)$$

여기서 복소 변위와 힘은 다음과 같다.

$$p(t) = y(t) + z(t) = \{ \xi(t) + j\eta(t) \} e^{j\Omega t}$$

$$g(t) = f_y(t) + jf_z(t) + m\Omega^2 e^{j\Omega t} - mg$$

$$k_m = \frac{\bar{k}_\xi + \bar{k}_\eta}{2}, \quad k_d = \frac{\bar{k}_\xi - \bar{k}_\eta}{2} = k_m - \bar{k}_\eta = \bar{k}_\xi - k_m$$

여기서, $k_m - k_0$ 은 균열이 없는 축의 강성에서 균열로 인한 평균 강성의 변화, k_d 는 평균 강성으로부터 ξ 와

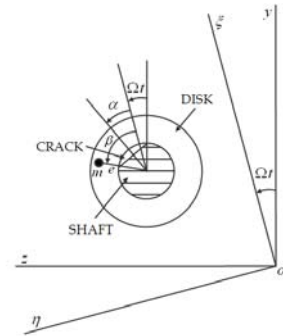


Fig.1 가로 균열과 좌표계의 방향
 η 방향의 강성 편차, α 는 ξ 축으로부터 균열 열림 각도, δ 와 Δ 는 각각 균열이 없는 축의 비대칭성과 비등방성을 나타낸다.

3. 방향성 동적 강성의 추정

그림 1은 스위칭 균열을 가지는 단순 회전체는 비선형 강성항을 가지는 단일입력 단일출력 시스템이므로 역 다중입력 단일출력 기법을 적용하여 그림 2와 같이 측정된 변위로부터 알고 있는 비선형 관계를 통해 보조 변위 $p^n(t)$ 를 구할 수 있다. 그림 2의 일반 비선형 모델은 그림 3과 같이 이중입력 단일출력 선형 모델로 등가화할 수 있다. 여기에 다시 변조 기법을 적용하면 다음과 같이 방향성 동적 강성을 추정할 수 있다.

$$D_{gp} = S_{pp}^{-1} S_{pg} \quad (2)$$

$$S_{pp} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & S_{p_1 p_1} & S_{p_1 p_2} & S_{p_1 p_3} & S_{p_1 p_4} & S_{p_1 p_5} & S_{p_1 p_6} & S_{p_1 p_7} & S_{p_1 p_8} & \dots \\ \dots & S_{p_2 p_1} & S_{p_2 p_2} & S_{p_2 p_3} & S_{p_2 p_4} & S_{p_2 p_5} & S_{p_2 p_6} & S_{p_2 p_7} & S_{p_2 p_8} & \dots \\ \dots & S_{p_3 p_1} & S_{p_3 p_2} & S_{p_3 p_3} & S_{p_3 p_4} & S_{p_3 p_5} & S_{p_3 p_6} & S_{p_3 p_7} & S_{p_3 p_8} & \dots \\ \dots & S_{p_4 p_1} & S_{p_4 p_2} & S_{p_4 p_3} & S_{p_4 p_4} & S_{p_4 p_5} & S_{p_4 p_6} & S_{p_4 p_7} & S_{p_4 p_8} & \dots \\ \dots & S_{p_5 p_1} & S_{p_5 p_2} & S_{p_5 p_3} & S_{p_5 p_4} & S_{p_5 p_5} & S_{p_5 p_6} & S_{p_5 p_7} & S_{p_5 p_8} & \dots \\ \dots & S_{p_6 p_1} & S_{p_6 p_2} & S_{p_6 p_3} & S_{p_6 p_4} & S_{p_6 p_5} & S_{p_6 p_6} & S_{p_6 p_7} & S_{p_6 p_8} & \dots \\ \dots & S_{p_7 p_1} & S_{p_7 p_2} & S_{p_7 p_3} & S_{p_7 p_4} & S_{p_7 p_5} & S_{p_7 p_6} & S_{p_7 p_7} & S_{p_7 p_8} & \dots \\ \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{bmatrix}$$

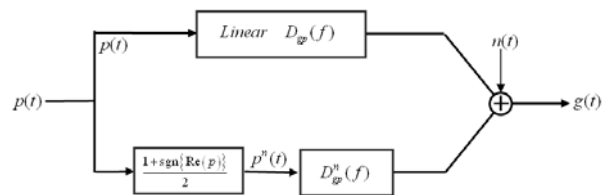


Fig.2 비선형 단일입력 단일출력 시스템

† 한국과학기술원 기계공학과 대학원
E-mail: sungwookang@kaist.ac.kr
Tel: (042) 869-3056, Fax: (042) 869-8220
* 한국과학기술원 기계공학과

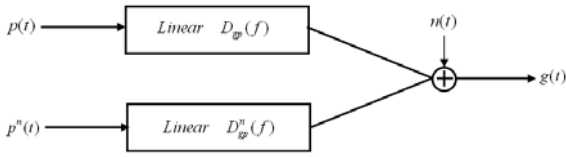


Fig.3 다중입력 단일출력 선형 시스템

$$S_{pg} = \left\{ \dots S_{p_{-1}g} \quad S_{p_{0g}} \quad S_{p_{0g}} \quad S_{p_{0g}} \quad S_{p_{-1}g} \quad S_{p_{-1}g} \quad S_{p_{0g}} \quad S_{p_{0g}} \quad S_{p_{-1}g} \quad \dots \right\}^T$$

$$D_{gp} = \left\{ \dots D_{gp_{-1}} \quad D_{gp_{0}} \quad D_{gp_{0}} \quad D_{gp_{-1}} \quad D_{gp_{-1}} \quad D_{gp_{0}} \quad D_{gp_{0}} \quad D_{gp_{-1}} \quad D_{gp_{-1}} \quad \dots \right\}^T$$

여기서, 방향성 동적 강성은 2가지로 분류가 된다. 일중(이중) 방향성 동적 강성은 출력과 변조된 실제(보조) 변위 입력과의 선형관계로 정의한다. 이론적으로는 방향성 동적 강성은 무한 개가 있지만, 실제로 중요한 6개만을 사용한다. D_{gp} , D_{gp}^n , $D_{gp_{-1}}$ (D_{gp}^n , D_{gp}^n , $D_{gp_{-1}}^n$)는 각각 일중(이중) 순방향성, 비등방 역방향성, 비대칭 역방향성 동적 강성이다. 식 (1)에 푸리에 변환을 취하면 구할 수 있다.

$$D_{gp}(j\omega)P(j\omega) + D_{gp}(j\omega)\bar{P}(j\omega) + D_{gp_{-1}}(j\omega)P_{-1}(j\omega) + D_{gp_{-1}}^n(j\omega)P_{-1}^n(j\omega) = G(j\omega) \quad (3)$$

여기서

$$D_{gp}(j\omega) = k_0 - \omega^2 m + (j\omega)c, \quad D_{gp_{-1}}(j\omega) = \Delta k_0, \quad D_{gp_{-1}}^n(j\omega) = \delta k_0, \quad (4)$$

$$D_{gp}^n(j\omega) = k_1 - k_0, \quad D_{gp}^n(j\omega) = 0, \quad D_{gp_{-1}}^n(j\omega) = k_2$$

$$g_2(p(t)) = \frac{1}{2} \left[1 + \text{sgn} \left\{ \text{Re} \left(p(t) e^{j(\alpha - \Omega t)} \right) \right\} \right]$$

$P(j\omega)$, $\bar{P}(j\omega)$, $P_{-1}(j\omega)$, $P^n(j\omega)$, $P_{-1}^n(j\omega)$, $G(j\omega)$ 는 각각 $p(t)$, $\bar{p}(t)$, $\bar{p}(t)e^{j2\Omega t}$, $g_2(p(t))p(t)$, $g_2(p(t))\bar{p}(t)e^{j2\Omega t}$, $g(t)$ 의 푸리에 변환이다. 균열에 의한 강성 변화는 이중 방향성 동적 강성에 영향을 주므로 $P^n(j\omega)$, $P_{-1}^n(j\omega)$ 을 통해 균열의 크기를 진단할 수 있다.

보조 입력 $p^n(t)$ 는 $\text{Re}(p(t)e^{j\alpha})$ 의 부호로 결정되므로 균열의 원주상의 위치를 추정하는 방법은 다음과 같다.

- ① 복소 모드 시험 수행
- ② 초기 균열 열림 추정 각도 설정 (0°)
- ③ 방향성 동적 강성 계산
- ④ 균열 열림 추정 각도 증가
- ⑤ 균열 열림 추정 각도가 360° 가 될때까지 ③~④ 반복

이중 순방향성과 비대칭 역방향성 동적 강성의 크기가 관심 주파수 대역에서 일정한 값을 가지는 균열 열림 추정 각도가 균열 열림 각도가 된다.

4. 예 제

식 (1)의 예제에 사용된 수치값은 $m = 0.92 \text{ kg}$, $c = 5 \text{ Ns/m}$, $k_0 = 68 \text{ kN/m}$, $\Omega = 10 \text{ Hz}$, $\Delta = 0.1$, $\delta = 0.05$ 이다.

그림 4는 균열 깊이비가 0.4인 균열축에 대한 이중 방향성 동적 강성의 크기이다. 방향성 동적 강성의 추정치 모두 식 (4)의 이론치와 잘 맞는 것을 볼 수 있다.

그림 5는 실제 균열 열림 각도가 0도인 축의 균열 열림 추정 각도가 변할 때 추정된 이중 방향성 동적 강성의 크기를 보여준다. 그림 5(a)와 5(b)는 각각 이중 순방향성 동적 강성과 비대칭 역방향성 동적 강성을

보여준다. 균열 열림 추정 각도가 균열 열림 각도와 일치할 때 방향성 동적 강성의 크기가 일정한 값을 가지는 것을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 균열의 효율적인 진단을 위해 역 다중입력 단일출력 기법과 변조 기법을 이용한 방향성 동적 강성 방법이라 불리는 비선형 해석 방법을 제안했다. 수치 예제를 통해 스위칭 균열이 있는 일반 단순 회전체 모형의 균열의 크기와 원주상의 균열 열림 각도를 추정하였다.

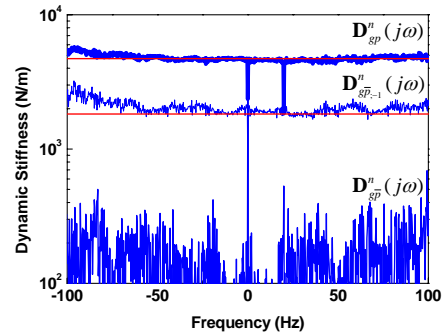


Fig.4 깊이비가 0.4인 일반 단순 회전체의 이중 방향성 동적 강성의 추정치와 이론치 비교 (— : 순방향성 — : 비등방 역방향성 — : 비대칭 역방향성 — : 이론치)

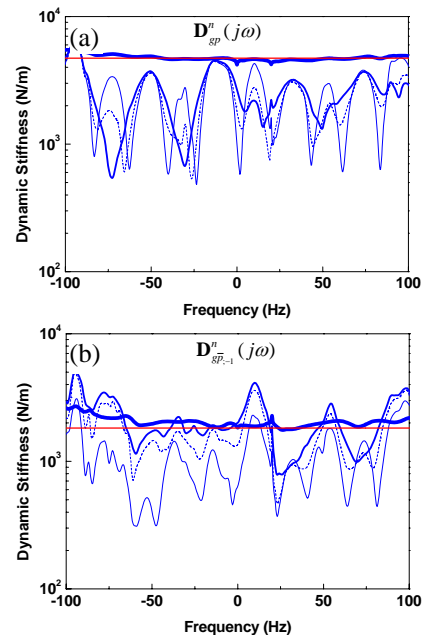


Fig.5 균열 열림 추정 각도가 변할 때 이중 방향성 동적 강성 (— : 0° — : 45° — : 90° - - - : 120° — : 이론치): (a) 순방향성 ($D_{gp}^n(j\omega)$) (b) 비대칭 역방향성 ($D_{gp_{-1}}^n(j\omega)$); (균열 열림 각도 : 0° , 균열깊이비=0.4)