

실험적 민감도 함수를 이용한 구조물의 동적거동 변화 예측

Structural Dynamics Modification Using Experimental Sensitivity Functions

양철호† · 더글러스 아담스*

Chulho Yang, Douglas E. Adams

1. 서 론

제품개발 기간의 단축과 비용절감은 중요하게 고려되고 풀어나가야 하는 과제들이다. 제품 개발 초기에 미리 예측 가능한 문제들을 검토하고 반영해 나가지만, 시제품이 제작되고난 후에 문제가 발견이 되고 단기간 내에 해결되어야 하는 경우도 많다. 일반적으로 실험 또는 해석을 통해서 문제의 원인을 분석하고 반복적인 시도를 거쳐서 최종 설계변경안을 찾아내게 되며, 문제의 난이도에 따라서 많은 시간과 비용이 들어가기도 한다. 본 연구에서는 실험적 민감도 기법을 이용하여 최적의 설계변경안을 도출해내고, 동시에 각 설계변수의 변경에 따른 시스템의 동적 거동 변화에 대한 예측을 통해서 효율적으로 기계시스템의 진동/소음 문제를 개선할 수 있는 방안을 제시하고자 한다.

2. 본 론

2.1 내재민감도 함수에 대한 소개와 적용

내재민감도 함수는 시스템 내의 질량, 감쇠, 또는 강성계수의 변화에 따라 그 시스템의 주파수 응답함수가 어떻게 변화하는지에 대한 관계를 나타내준다. 일반적으로 가진력이 k 에 작용할 때 j 에서 측정된 주파수 응답함수 $H_{jk}(\omega)$ 를 설계변수 K_{mn} 에 대한 민감도 식으로 나타낼 때, 다음과 같은 관계가 성립이 된다.

$$\frac{\partial H_{jk}}{\partial K_{mn}} = -[H_{jm}(\omega) - H_{jn}(\omega)][H_{km}(\omega) - H_{kn}(\omega)] \quad (1)$$

여기에서 민감도 값을 구하기 위해서는 단지 측정된 주파수 응답함수 $H_{ij}(\omega)$ 들만이 필요하다. 감쇠계수와 질량에 대한 민감도는 위 식에 각각 $j\omega$ 와

$(j\omega)^2$ 를 곱하여 구할 수 있다. 각 설계변수가 변경되었을 때, 그 시스템의 동적거동을 예측하기 위해서는 테일러 급수(Taylor series)의 전개식이 이용될 수 있다. 식 (2)는 진동 측정 위치 m 과 n 사이의 강성계수 K_{mn} 이 미소량으로 변경되기 전($H_{jk,0}$)과 후($H_{jk,1}$)의 주파수 응답함수에 대한 선형적 관계를 보여준다.

$$H_{jk,1} \cong H_{jk,0} + \frac{\partial H_{jk}}{\partial K_{mn}} \Delta K_{mn} \quad (2)$$

이 식에 의해서 시스템의 주파수 응답함수 변화 예측이 정확히 이루어지는지에 대한 고찰을 위해서 질량 $M_I=1kg$, 강성계수 $K_I=5000N/m$, 감쇠계수 $C_I=10Ns/m$ 인 일자유도계에 대한 수치해석을 실시해 보았다.

그림 1에 초기 시스템, 강성계수가 $7,000 N/m$ 으로 변경된 후, 그리고 식 (2)에 의해 계산된 주파수 응답함수의 크기 그래프를 비교하였다. 강성계수의 변경량의 작을 경우에는 정확한 결과를 도출할 수 있으나, 그 값이 커지는 경우에는 그림에서 보여진 바와 같이 매우 부정확 함을 할 수 있다. 이는 민감도의 값이 초기시스템에 근거해서 계산되었으며, 설계변수의 변경량이 클 경우 (본 예: 40%)에는 시스템 특성이 현저하게 변화되어 초기 값을 기초로 계산된 민감도 식이 유효하지 않게 됨으로 인해서 발생하는 것이다.

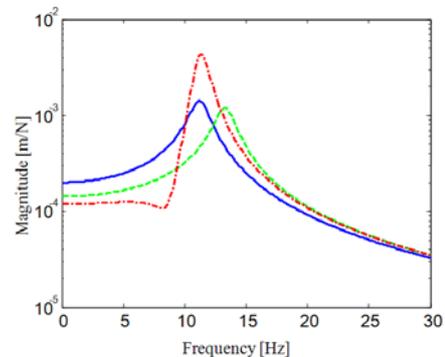


그림 1. 주파수 응답함수 그래프 비교: 초기시스템 (—), 변경 시스템 (---), 예측된 응답함수 (-.-.-).

주파수 응답함수에 대한 정확한 계산값을 얻기 위해서 새로운 방법이 제안되었는데, 이는

† 양철호; 오클라호마 주립대 (Oklahoma State Univ.)
E-mail: chulho.yang@okstate.edu
Tel: (1-405) 744-3033, Fax: (1-405) 744-7399
* 퍼듀대학교 (Purdue University, USA)

전체 설계변경량을 N 개의 미소변경량으로 나누어서 반복적으로 민감도 값을 재계산하여 새로운 주파수 응답함수의 계산에 적용하는 것이다. 식 (2)에서 보여진 민감도 식은 변경된 주파수 응답함수 H_{jk} 를 구하는데 이용되며, 이 민감도 식을 갱신하기 위해서는 식 (1)에서 보여진 바와 같이 또 다른 주파수 응답함수들 H_{mj} , H_{nj} , H_{mk} , H_{nk} 등도 같이 수정되어야 함을 알 수 있다. 이 함수들도 N 번에 걸쳐 갱신이 되면, 원하는 민감도 값을 식 (3)과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial H_{jk}}{\partial K_{mn}}\right)_i &= -(H_{mj} - H_{nj})(H_{mk} - K_{nk})_i \\ &\cong -(H_{mj} - H_{nj})(H_{mk} - H_{nk}) \\ &\quad \times [1 - 2(H_{mm} - H_{nm} - H_{mn} + H_{nn})(\Delta K_{mn} / N)] \end{aligned} \quad (3)$$

따라서 $i+1$ 번째 계산되어지는 주파수 응답함수는 i 번째 계산된 값들을 이용하여 다음과 같이 계산되어질 수 있다.

$$\begin{aligned} H_{jk, i+1} &\cong H_{jk, i} + \left(\frac{\partial H_{jk}}{\partial K_{mn}}\right)_i (\Delta K_{mn} / N) \\ &\cong H_{jk, i} - (H_{mj} - H_{nj})(H_{mk} - K_{nk}) \\ &\quad \times [1 - 2(H_{mm} - H_{nm} - H_{mn} + H_{nn})(\Delta K_{mn} / N)]_{i-1} (\Delta K_{mn} / N). \end{aligned} \quad (4)$$

이 식을 일자유도계의 시스템에 적용하여 예측된 주파수 응답함수를 실제 값들과 그림 2에서 다시 한번 비교하였다. 100회에 걸쳐 반복계산된 주파수 응답함수가 실제 시스템의 변화된 그것과 정확히 일치함을 알 수 있다.

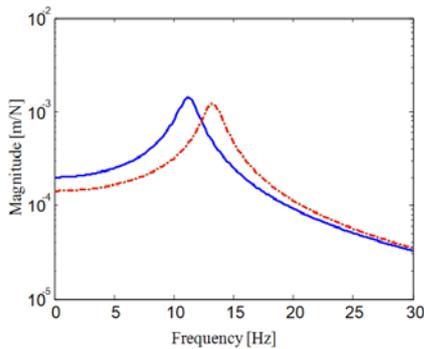


그림 2. 주파수 응답함수의 비교: 초기 시스템 (—), 변경된 시스템 (---), 예측된 응답함수 (-.-.).

3. 실제 구조물에서의 적용

3.1 외팔보에 대한 적용

논의된 기법의 타당성을 입증하기 위해 실제 구조물에 적용하여 보았다. 그림 3에 보여진 외팔보의 크기는 540x50x1.2mm 이며 stainless steel 409의 재

질로 만들어졌다. 좀 더 실제적이고 복잡한 적용 예로는 헬리콥터 로우터나 항공기의 날개 등을 들 수 있다. 충격망치와 가속도계를 이용하여 진동신호를 측정하였고, 주파수 응답함수는 LMS CADA-X를, 민감도 함수는 MATLAB V7을 각각 이용하여 구하였다. 설계변경의 한 예로 0.07 kg의 질량을 측정 위치 3에 추가하여 다시 한번 각 점에서의 가속도를 측정하여 주파수 응답함수를 구하였다. 그림 4에서 예측된 주파수 응답함수를 측정된 값들과 비교를 하였다. 이번 계산에서는 약 30회 정도의 반복계산으로 정확한 값을 구할 수 있었다.



그림 3. 가속도계가 부착된 외팔보.

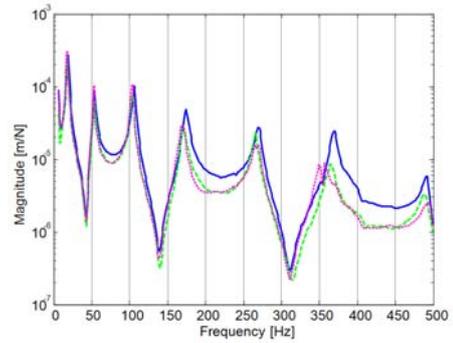


그림 4. 주파수 응답함수 H_{31} 의 비교: 초기시스템 (—), 변경 시스템 (---), 예측된 응답함수 (-.-.).

4. 결론

실험적 민감도 함수를 이용한 시스템의 동적 거동 예측기법이 제안되었고, 일자유도 시스템에 대한 해석과 실제 구조물에 대한 실험을 통하여 그 효율성이 입증되었다. 이 기법을 이용하여 원하는 시스템 변화량을 얻기 위해 최적의 설계변경량을 찾는 데 필요한 다량의 시제품 제작과 그에 따른 시험횟수를 줄임으로써 많은 시간과 비용을 절감할 수 있다. 특히 가장 효과적인 설계변경 요소의 선정과 최적의 설계변경량을 결정하는 과정이 동일한 시험데이터를 이용하여 한꺼번에 이루어질 수 있다는 것이 이 기법의 주요 장점이다.

본 논문에 기술된 사항에 더하여 여러가지 구조물에 대한 유한요소 해석 (FEM)을 수행하였고, 이차 민감도 식을 새롭게 유도하여 좀 더 효율적으로 이용될 수 있음을 입증하였다.