한국소음진동공학회 창립 20주년 기념 2010년 춘계학술대회논문집, pp.670~671

복합재료 H-형 단면보의 자유진동 해석

Free Vibration Analysis of Composite H-Type Cross-Section Beams

김 성균†·이 근우*·박 상윤**·송 오섭**
Sung-Kyun Kim, Sang-Yun Park and Ohseop Song

1. 서 론

섬유강화복합재료(fiber-reinforced composites)는 높은 강도(strength) 및 강성(stiffness), 내부식성, 높은 피로수명, 낮은 열팽창율 등의 장점 때문에 토목, 건축, 기계, 항공우주 산업 등에서 광범위하게 사용되고 있다. 특히 개방형 단면을 갖는 보는 인공위성 및 우주선에 설치된 붐(boom), 항공기의 날개, 헬리콥터의 로터, 잠수함 및 건축물의 지지골격 등에서 쉽게 찾아 볼 수 있다. 복합재료는 높은 강도의 재료 특성 때문에 얇은 벽판 복합재료의 설계는 구조물의 안정성 측면을 주로 고려되고 있다. 따라서 복합재료의 구조 진동의 정확한 예측은 복합재료 구조물의 설계에 있어 매우 중요하다. 그러나 현재까지 일반보와 복합재 판 및 폐단형 얇은 박판 보에 대해서는 많은 연구가 진행된 반면, 개방형 복합재료 보에 대한 연구는 상대적으로 미진한 상태이다.

본 연구에서는 개방형 얇은 박판 복합재 보에 대해 전단효과, 와핑구속 등을 고려한 운동방정식 및 경계조건을 유도하였다. 또한 확장된 Galerkin 방법을 이용하여 운동방정식을 근사화하여 수치해석을 수행하였다. 그리고 수치해석을 통해 복합재료 H형 단면 보의 진동특성에 있어 전단효과, 와핑구속, 연성효과의 영향을 고찰하였다.

2. 운동방정식

2.1 개방형 단면을 갖는 보의 운동방정식

H-형 단면 보는 전역좌표계(global coordinate)로 보의 길이 방향 축을 z축으로 하는 (x,y,z) 좌표계를 설정하였으며, 보의 단면형상을 정의하기 위해 국소좌표계(local coordinate)인 (n,s,z)를 설정하였다. 여기서 n과 s는 각각 윤곽선의 수직 및 접선 단위벡터를 나타낸다. H형 단면 보의 구조적 테일러일 기법으로 상판과 하판의 섬유각 방향이 비대칭이면 CAS(Circumferentially asymmetric stiffness), 대칭이면 CUS(Circumferentially uniform stiffness)인 보의 형상을 나타내고 있다.

얇은 박판 복합재료 보의 운동방정식을 유도하기 위해 다음과 같은 가정을 사용하였다.

(a) 보의 단면에 대한 윤곽선 평면은 변형되지 않는다.
(b) 1차, 2차 와핑 구속 효과를 고려한다.
(c) 횡 전단 변형을 고려한다.
(d) 원주방향 합응력 N_{ss}는 다른 방향 합응력에 비해 무시할 정도로 작다.

위의 가정을 기본으로 하여 박판 보의 3-D 탄성 문제를 1-D 문제로 변형할 수 있다. 따라서 3-D 변위 벡터항은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u(x,y,z,t)=u_0(z,t)-y\phi(z,t) \tag{1a}$$

$$v(x,y,z,t)=v_0(z,t)+x\phi(z,t) \tag{1b}$$

$$\begin{aligned} w(x,y,z,t)=&\,w_0(z,t)+\theta_x(z,t)\left[y(s)-n\frac{dx}{ds}\right] \\ &+\theta_y(z,t)\left[x(s)+n\frac{dy}{ds}\right] \\ &-\phi'(z,t)\left[F_w(s)-nr_t(s)\right] \end{aligned} \tag{1c}$$

수식 (1a-1c)에서 $u_0(z,t), v_0(z,t), w_0(z,t)$는 x,y,z축에 대한 강체 운동 변위를 나타내며, $\theta_x(z,t), \theta_y(z,t), \phi(z,t)$는 x,y,z 축에 대한 강체회전을 나타낸다. 또한 $F_w(s)$와 $nr_t(s)$는 각각 1차 및 2차 와핑을 나타내며 $F_w(s)$는 다음과 같이 표현된다.

$$F_w(s)=\int_s r_n(\bar{s})d\bar{s} \tag{2}$$

여기서

$$r_n(s)=x(s)\frac{dy}{ds}-y(s)\frac{dx}{ds} \tag{3}$$

$$r_t(s)=-y(s)\frac{dy}{ds}-x(s)\frac{dx}{ds} \tag{4}$$

수식 (1a-1c)를 이용하여 변형율을 구하면 다음과 같다.

$$\epsilon_{zz}=\epsilon_{zz}^{(0)}+n\epsilon_{zz}^{(1)} \tag{5a}$$

† 교신저자; 한국원자력연구원
E-mail : sungkyun@kaeri.re.kr
Tel : (042) 868-2235, Fax : (042) 868-8667
* 한국원자력연구원
** 충남대학교

$$\gamma_{sz} = \gamma_{sz}^{(0)} + n\gamma_{sz}^{(1)} \quad (5b)$$

$$\gamma_{nz} = \gamma_{nz}^{(0)} \quad (5c)$$

여기서

$$\epsilon_{zz}^{(0)} = w_0{}' + x(s)\theta_y{}' + y(s)\theta_x{}' - \phi'' F_w(s) \quad (6a)$$

$$\epsilon_{zz}^{(1)} = \theta_y{}' \frac{dy}{ds} - \theta_x{}' \frac{dx}{ds} + \phi'' r_t(s) \quad (6b)$$

$$\gamma_{sz}^{(0)} = (u_0{}' + \theta_y)\frac{dx}{ds} + (v_0{}' + \theta_x)\frac{dy}{ds} \quad (6c)$$

$$\gamma_{sz}^{(1)} = 2\phi' \quad (6d)$$

$$\gamma_{nz}^{(0)} = (u_0{}' + \theta_y)\frac{dy}{ds} - (v_0{}' + \theta_x)\frac{dx}{ds} \quad (6e)$$

Hamilton principle에 대입하여 운동방정식을 구하고 무차원화 하면 CAS와 CUS에 대해 다음과 같은 운동방정식과 경계조건이 얻어진다.

(1) CAS

(1.1) 횡방향-인장-횡전단 연성 운동방정식

$$\delta\overline{v_0}: \overline{v_0}'' + \theta_x{}' + g_4\omega^2\overline{v_0} = 0 \quad (7)$$
$$\delta\theta_x: \theta_x'' + f_5\phi'' - f_6(\overline{v_0}' + \theta_x) + g_5\omega^2\theta_x = 0$$
$$\delta\phi: \phi'''' - f_7\theta_x'' - f_8\phi'' - g_6\omega^2\phi + g_7\omega^2\phi'' = 0$$

$$@\eta = 0 \ ; \ \overline{v_0} = \theta_x = \phi = \phi' = 0 \quad (8)$$
$$@\eta = 1 \ ; \ \delta\overline{v_0}: \overline{v_0}' + \theta_x = 0$$
$$\delta\theta_x: \theta_x{}' + f_5\phi' = 0$$
$$\delta\phi: \phi''' - f_7\theta_x{}' - f_8\phi' + g_7\omega^2\phi' = 0$$
$$\delta\phi': \phi'' = 0$$

(1.2) 종방향-비틀림-횡전단 연성 운동방정식

$$\delta\overline{v_0}: \overline{v_0}'' + \theta_x{}' + g_4\omega^2\overline{v_0} = 0 \quad (9)$$
$$\delta\theta_x: \theta_x'' + f_5\phi'' - f_6(\overline{v_0}' + \theta_x) + g_5\omega^2\theta_x = 0$$
$$\delta\phi: -f_7\theta_x'' - f_8\phi'' - g_6\omega^2\phi = 0$$

$$@\eta = 0 \ ; \ \overline{v_0} = \theta_x = \phi = \phi' = 0 \quad (10)$$
$$@\eta = 1 \ ; \ \delta\overline{v_0}: \overline{v_0}' + \theta_x = 0$$
$$\delta\theta_x: \theta_x{}' + f_5\phi' = 0$$
$$\delta\phi: -f_7\theta_x{}' - f_8\phi' = 0$$

(2) CUS

(2.1) 횡방향-종방향-횡전단 연성 운동방정식

$$\delta\overline{u_0}: (\overline{u_0}'' + \theta_y{}') + \hat{f}_1\theta_x'' + \hat{f}_6\omega^2\overline{u_0} = 0 \quad (11)$$
$$\delta\overline{v_0}: \overline{v_0}'' + \theta_x{}' + \hat{f}_7\omega^2\overline{v_0} = 0$$
$$\delta\theta_y: \theta_y'' - \hat{f}_2(\overline{u_0}' + \theta_y) - \hat{f}_3\theta_x{}' + \hat{f}_8\omega^2\theta_y = 0$$
$$\delta\theta_x: \theta_x'' + \hat{f}_4(\overline{u_0}'' + \theta_y{}') - \hat{f}_5(v_0{}' + \theta_x) + \hat{f}_9\omega^2\theta_x = 0$$

$$@\eta = 0 \ ; \ \overline{u_0} = \overline{v_0} = \theta_y = \theta_x = 0 \quad (12)$$
$$@\eta = 1 \ ; \ \delta\overline{u_0}: (\overline{u_0}' + \theta_y) + \hat{f}_1\theta_x{}' = 0$$
$$\delta\overline{v_0}: (\overline{v_0}' + \theta_x) = 0$$
$$\delta\theta_y: \theta_y{}' = 0$$
$$\delta\theta_x: \theta_x{}' + \hat{f}_4(\overline{u_0}' + \theta_y) = 0$$

(2.2) 인장 방향 운동방정식

$$\delta w_0: \overline{w_0}'' + \hat{f}_{10}\omega^2\overline{w_0} = 0 \quad (13)$$

$$@\eta = 0 \ ; \ \overline{w_0} = 0 \quad (14)$$
$$@\eta = 1 \ ; \ \delta\overline{w_0}: \overline{w_0}' = 0$$

2.2 개방형 단면을 갖는 보의 진동방정식

앞에서 유도한 운동방정식을 통해 섬유각 변화에 따른 고유진동수를 얻기 위해 확장된 Galerkin 방법을 사용하여 수치해석을 수행하였다. 즉, 해밀턴 원리에 의해 유도된 결과 식에 다음의 식을 대입하였다.

$$\begin{aligned}&[u_0(z;t), v_0(z;t), w_0(z;t),\\ &\theta_y(z;t), \theta_x(z;t), \phi(z;t)]\\ &= [U(z), V(z), W(z), Y(z), X(z), \Phi(z)]\ e^{iwt}\end{aligned} \quad (15)$$

여기에서

$$\begin{aligned}&U(z) = \sum_1^N a_j u_j(z),\ \ V(z) = \sum_1^N b_j v_j(z),\\ &W(z) = \sum_1^N c_j w_j(z),\ X(z) = \sum_1^N d_j x_j(z),\\ &Y(z) = \sum_1^N e_j y_j(z),\ \ \Phi(z) = \sum_1^N f_j \phi_j(z)\end{aligned} \quad (16)$$

로 표시되며 해밀턴 원리에 대입하여 다음과 같은 행렬식을 유도하였다.

$$|[K] + \omega^2[M]| = \{\tilde{0}\} \quad (17)$$

여기서 $[K]$는 보의 강성행렬을 나타내고, $[M]$는 질량 행렬을 나타내며 ω는 고유진동수를 나타낸다. 위 행렬식으로 부터 섬유각의 변화에 따른 고유진동수를 구하게 된다.

4. 결 론

본 연구에서는 복합재료 H형 단면 보에 대해 1차, 2차 와핑효과, 전단변형 효과를 고려한 운동방정식과 경계조건을 유도하였다. 유도한 운동방정식을 Extended Galerkin 방법을 이용하여 수치해석을 수행하였으며 섬유각의 변화에 따른 와핑효과, 전단변형 효과, 구조연성 효과에 대한 영향을 고찰하였다.

후 기

이 논문은 두뇌 한국 21 프로젝트에 의해 수행되었습니다. 이에 감사드립니다.