

# 물질을 이송하는 tether가 있는 인공위성의 동특성 분석

## Nonlinear dynamic analysis of a satellite with tether conveying materials

정진태† · 정원영\*

Jintai Chung and Wonyoung Jung

### 1. 서론

인공위성이 우주공간에서 수행해야 하는 기능이 복잡해짐에 따라 다양한 형태의 인공위성의 기하학적 형상변화가 필요해졌다. 따라서 구조물의 형상변화에 따른 동적 안정성 및 동적 거동에 그 관심이 모아지고 있다. 테더는 우주선과 인공위성 혹은 분리되어 있는 두 개 이상의 서로 다른 구조물을 기계적으로 연결하는 긴 케이블을 지칭하는데 궤도에 안착한 후 중력 구배 안정화를 위하여 전개하게 된다. 최근 해외에서 진행중인 테더가 있는 인공위성 시스템(TSS)에 대한 연구를 살펴보면 단순히 테더가 인공위성의 안정성 확보만을 목적으로 하는 것이 아니다. 예를들면 전기 테더(electric tether)는 지구의 자기장과 테더에 유도된 전기력의 상관관계를 이용하여 인공위성의 자세를 제어하는데 활용하기 위해 연구되고 있고 또한 테더의 길이를 증가시켜 우주에서 채취한 샘플을 지구로 가져오는 임무를 수행하는 목적으로 유럽우주국의 주관하에 전세계의 여러대학들이 참가한 YES2 프로젝트를 통해 연구되고 있으며 30km 길이의 테더를 전개하는 실험이 우주공간에서 진행되기도 하였다. 이와 같이 테더에 대한 연구는 인공위성의 자세 제어 외에도 유체 및 물질의 이송, 전기역학적 에너지의 전달등에 사용되기 위하여 그 중요성이 날로 커지고 있다.

본 연구에서는 테더가 있는 인공위성 시스템 및 내부에 이송되는 유체를 질점과 연속체로 묘사하고 Extended Hamilton principle 에 기초하여 지배방정식을 유도할 것이다. 또한 비선형 방정식에 적합한 시간적분법을 이용하여 동적 거동을 살펴볼 것이다. 유체의 이송에 따른 질점으로 묘사된 두개의 인공위성의 질량의 변화가 동적 거동에 미치는 영향을 고려하고 테더의 길이 및 유체의 이송속도가 인공위성 시스템에 미치는 영향을 분석할 것이다.

### 2. Tether가 있는 인공위성의 운동방정식

#### 2.1 운동방정식 유도를 위한 모델 수립

테더에 의해 연결되어 있는 두 개의 인공위성의 모델은 Fig.1 과 같다. 두개의 인공위성은 질점, 테더와 유체는 연속체로 가정하였으며 테더의 변위는 고려하지 않고 내경이 존재하는 원형의 직선관으로 가정하였다. 테더의 길이  $L$  는 변하지 않고 내부에 흐르는 유체는  $U, \dot{U}$  의 속도, 가속도로 이송되며 이송속도의 변화는 미리 주어져 있다고 가정하였다. 또한 테더 인공위성 시스템의 자전각의 변화는 공전 궤도 평면상에 존재한다고 가정하여 면내 각도 변화만을 고려한 2 차원으로 모델을 수립하였다. 따라서 본 연구에서는 satellite 1 과 지구중심과의 거리  $r$ , 공전각도  $\psi$ , 자전각도  $\theta$ 의 일반좌표에 의해 지배방정식을 유도할 것이다.

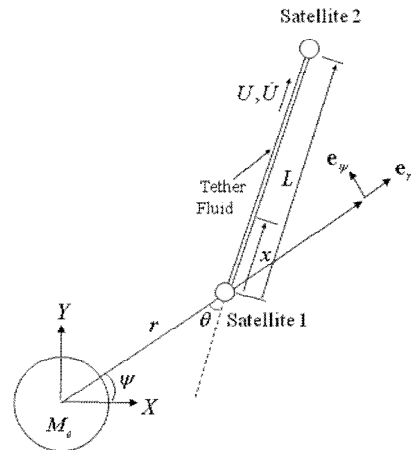


Fig. 1 Simplified model of tethered satellite

#### 2.2 Tether가 있는 인공위성의 운동방정식 유도

Extended Hamilton principle 에 의해 시스템의 지배방정식을 유도하기 위하여 앞서 정의한 일반좌표에 의해서 운동에너지와 위치에너지를 표현하여야 한다. 운동에너지와 위치에너지는 위치벡터와 속도벡터에 의해 나타낼 수 있다. 각 질점과 연속체에 대한 위

† 교신저자; 한양대학교 기계공학과  
E-mail : jchung@hanyang.ac.kr  
Tel : (031) 400-5287, Fax : (031) 406-6964  
\* 한양대학교 일반대학원 기계공학과

치 벡터는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{r}_1 = r \mathbf{e}_r \quad (1)$$

$$\mathbf{r}_2 = (r + L \cos \theta) \mathbf{e}_r + L \sin \theta \mathbf{e}_\psi \quad (2)$$

$$\mathbf{r}_t = (r + x \cos \theta) \mathbf{e}_r + x \sin \theta \mathbf{e}_\psi \quad (3)$$

$$\mathbf{r}_f = (r + x \cos \theta) \mathbf{e}_r + x \sin \theta \mathbf{e}_\psi \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{e}_r$ ,  $\mathbf{e}_\psi$ 는 satellite1의 반경방향과 접선 방향의 단위벡터를 나타낸다. (1) - (3)의 위치벡터를 시간에 대하여 미분하여 속도벡터를 구할 수 있고 (4)의 이송되는 유체의 위치벡터는 물질미분을 통해 속도벡터를 구할 수 있는데 이는 (5) - (8)와 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{v}_1 = \dot{r} \mathbf{e}_r + r \dot{\psi} \mathbf{e}_\psi \quad (5)$$

$$\mathbf{v}_2 = \{\dot{r} - L(\dot{\psi} + \dot{\theta}) \sin \theta\} \mathbf{e}_r + \{r \dot{\psi} + L(\dot{\psi} + \dot{\theta}) \cos \theta\} \mathbf{e}_\psi \quad (6)$$

$$\mathbf{v}_t = (\dot{r} - x(\dot{\psi} + \dot{\theta}) \sin \theta) \mathbf{e}_r + (r \dot{\psi} + x(\dot{\psi} + \dot{\theta}) \cos \theta) \mathbf{e}_\psi \quad (7)$$

$$\mathbf{v}_f = (\dot{r} - x(\dot{\psi} + \dot{\theta}) \sin \theta) \mathbf{e}_r + (r \dot{\psi} + x(\dot{\psi} + \dot{\theta}) \cos \theta) \mathbf{e}_\psi \quad (8)$$

인공위성 모델을 질점과 연속체로 가정하였기 때문에 운동에너지는 (9) 식을 이용하여 구할 수 있다. 또한 중력 퍼텐셜 에너지는 (10)과 같이 표현할 수 있다.

$$T = \frac{1}{2}(m_1 - m_f U t) \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1 + \frac{1}{2}(m_2 + m_f U t) \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_2 + \frac{1}{2} m_t \int_0^L \mathbf{v}_t \cdot \mathbf{v}_t dx + \frac{1}{2} m_f \int_0^L \mathbf{v}_f \cdot \mathbf{v}_f dx \quad (9)$$

$$V = -\frac{GM_e(m_1 - m_f U t)}{R_1} - \frac{GM_e(m_2 + m_f U t)}{R_2} - \int_0^L \frac{GM_e m_t}{R_t} dx - \int_0^L \frac{GM_e m_f}{R_f} dx \quad (10)$$

$$R_1 = r$$

$$R_2 = \sqrt{L^2 + 2Lr \cos \theta + r^2}$$

$$R_t = R_f = \sqrt{r^2 + 2xr \cos \theta + x^2} \quad (11)$$

여기서  $R_1$ ,  $R_2$ 는 지구 중심에서 각 인공위성까지의 거리를 나타내고  $R_t$ ,  $R_f$ 는 테더와 유체의 임의의 위치까지의 거리를 나타낸다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta W_{nc} - \delta M) dt = 0 \quad (12)$$

Extended Hamilton principle 으로부터 얻어진 테더를 통해 물질을 이송하는 인공위성 시스템의 지배방정식은 (13)-(15)과 같다.

$$(m_1 + m_2 + m_t L + m_f L) \ddot{r} - (m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) \sin \theta \ddot{\theta} - 2 m_t U L (\dot{\theta} + \dot{\psi}) \sin \theta - (m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) \sin \theta \dot{\psi} - (m_1 + m_2 + m_t L + m_f L) r \dot{\psi}^2 + m_f L \dot{U} \cos \theta - (m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \cos \theta + \frac{GM_e m_1}{r^2} + \frac{GM_e m_2 (r + L \cos \theta)}{(L^2 + 2Lr \cos \theta + r^2)^{3/2}} + \frac{GM_e m_t L}{r(r^2 + 2Lr \cos \theta + L^2)^{3/2}} = 0$$

$$(m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) \sin \theta \ddot{r} - (m_2 L^2 + \frac{1}{3} (m_t + m_f) L^3 + 2(m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) r \cos \theta) \ddot{\theta} + (m_1 + m_2 + m_t L + m_f L) r^2 \dot{\psi} - (m_2 L^2 + \frac{1}{3} (m_t + m_f) L^3 + (m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) r \cos \theta) \dot{\theta} - 2(m_1 + m_2 + m_t L + m_f L) r \dot{r} \dot{\psi} - 2(m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) \dot{r} \dot{\psi} \cos \theta - m_f L U \dot{r} \sin \theta - m_f L \dot{U} r \sin \theta + 2(m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) r \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \theta + (m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) r \dot{\theta}^2 \sin \theta - m_f L U r \dot{\theta} \cos \theta = 0$$

$$(m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) \sin \theta \ddot{r} - (m_2 L^2 + \frac{1}{3} (m_t + m_f) L^3 + (m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) r \cos \theta) \ddot{\theta} - (m_2 L^2 + \frac{1}{3} (m_t + m_f) L^3) \dot{\theta} - (m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) r \dot{\psi}^2 \sin \theta - 2(m_2 L + \frac{1}{2} m_t L^2 + \frac{1}{2} m_f L^2) \dot{r} \dot{\psi} \cos \theta - m_f L^2 U (\dot{\theta} + \dot{\psi}) + \frac{GM_e (m_t + m_f)}{\sin \theta} + \frac{GM_e m_2 r L \sin \theta}{(L^2 + 2Lr \cos \theta + r^2)^{3/2}} - \frac{GM_e (m_t + m_f) (r \csc \theta + L \cot \theta)}{(L^2 + 2Lr \cos \theta + r^2)^{3/2}} = 0$$

### 3. Tether가 있는 인공위성의 동적 응답 분석

테더의 길이를  $10^4$ m,  $10^5$ m,  $10^6$ m 으로 변화 시키면서 satellite1의 거리 변화와 자전각의 변화를 관찰 하고 Fig. 2에 나타내었다.

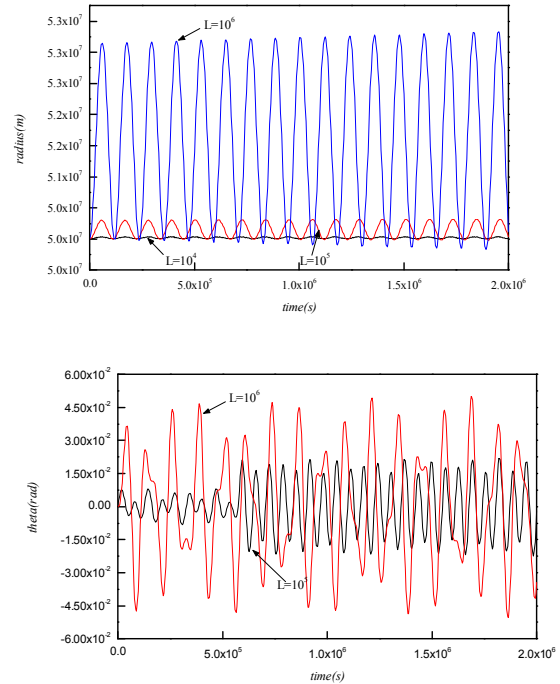


Fig. 2 Dynamic response of the satellite with various length of tethers

### 4. 결론

본 논문에서는 테더를 통해 물질을 이송하는 인공 위성 시스템의 운동방정식을 구하고 시간응답을 분석하였다. 차후에는 테더의 변위를 고려한 모델을 통해 유체의 이송이 테더에 미치는 영향을 분석하는 연구를 수행할 것이다.

### 후기

이 논문은 2009년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (2009-0065793)