

PML 기법을 이용한 MSC.DYTRAN 유체영역의 무반사 경계 구현

Implementation of Nonreflecting Boundary Conditions based on the Perfectly Matched Layer Technique for Euler Domains of the MSC.DYTRAN

전수홍* · 홍진숙** · 정의봉***

Soohong Jeon, Chinsuk Hong and Weuibong Jeong

1. 서 론

CFD의 발달로 유체영역에서 발생하는 거동을 해석하는 분야와 범위가 점차 확대되고 있다. CFD를 이용하여 해석하는 문제에서 Fig. 1과 같이 유체영역의 경계에서 발생하는 반사현상은 해석결과에 많은 영향을 준다. 이러한 현상을 해결하기 위하여 유체요소의 크기와 개수를 조절하는 등의 여러 가지 방법들이 제시되고 있다. 하지만 요소 사이에서 필연적으로 발생하는 수치적 에러를 줄이는 것에는 한계가 있다.

본 연구에서는 무반사 경계조건을 구현하기 위하여 유체영역에서 발생하는 파를 흡수하는 PML 층을 비선형 Navier-Stokes 방정식으로부터 생성하고, 범용 CFD 해석 프로그램인 MSC.DYTRAN의 경계조건에 적용하여 반사파가 해석결과에 미치는 영향을 줄이고자 한다.

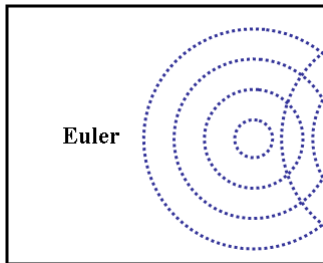


Fig. 1 유체영역의 경계에서 발생하는 반사파

2. 본 론

2.1 PML 방정식 유도

3차원 비선형 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

여기서 u 는 상태벡터이고, F , G 와 H 는 유동벡터이다.

* 부산대학교 대학원 기계공학부
 ** 울산과학기술대학교 디지털기계학부
 *** 부산대학교 기계공학부

이 식을 공간 편미분의 종류에 따라 분리하고 PML 기법을 적용시키면 다음 식과 같이 표현이 가능하다.

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \sigma_x u_1 + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + \sigma_y u_2 + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} + \sigma_z u_3 + \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

여기서 $u = u_1 + u_2 + u_3$ 이고, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 는 흡수계수이다. 시간영역에 관한 식(2), (3) 및 (4)를 주파수영역에 관한 식으로 변환하면 다음과 같다.

$$-i\omega \tilde{u}_1 + \sigma_x \tilde{u}_1 + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$-i\omega \tilde{u}_2 + \sigma_y \tilde{u}_2 + \frac{\partial \tilde{G}}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$-i\omega \tilde{u}_3 + \sigma_z \tilde{u}_3 + \frac{\partial \tilde{H}}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

식(5), (6) 및 (7)을 $1 + i\sigma_x/\omega$ 와 $1 + i\sigma_y/\omega$ 와 $1 + i\sigma_z/\omega$ 로 각각 나눈 후에 다음과 같이 하나의 식으로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} & -i\omega \tilde{u} + (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \tilde{u} + \frac{i}{\omega} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_y) \tilde{u} \\ & - \frac{\sigma_x \sigma_y \sigma_z}{\omega^2} \tilde{u} + \left(1 + \frac{i}{\omega} (\sigma_y + \sigma_z) - \frac{\sigma_y \sigma_z}{\omega^2} \right) \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x} \\ & + \left(1 + \frac{i}{\omega} (\sigma_x + \sigma_z) - \frac{\sigma_x \sigma_z}{\omega^2} \right) \frac{\partial \tilde{G}}{\partial y} \\ & + \left(1 + \frac{i}{\omega} (\sigma_x + \sigma_y) - \frac{\sigma_x \sigma_y}{\omega^2} \right) \frac{\partial \tilde{H}}{\partial z} = 0 \quad (8) \end{aligned}$$

식(8)을 시간영역에 관한 식으로 다시 변환하면 다음과 같이 PML 방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) u + (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_y) q_1 \\ & + \sigma_x \sigma_y \sigma_z q_2 + \frac{\partial F}{\partial x} + (\sigma_y + \sigma_z) \frac{\partial f_1}{\partial x} + \sigma_y \sigma_z \frac{\partial f_2}{\partial x} \\ & + \frac{\partial G}{\partial y} + (\sigma_x + \sigma_z) \frac{\partial g_1}{\partial y} + \sigma_x \sigma_z \frac{\partial g_2}{\partial y} \end{aligned}$$

$$+ \frac{\partial H}{\partial z} + (\sigma_x + \sigma_y) \frac{\partial h_1}{\partial z} + \sigma_x \sigma_y \frac{\partial h_2}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

$$\text{여기서 } \frac{\partial q_1}{\partial t} = u, \quad \frac{\partial^2 q_2}{\partial t^2} = u, \quad \frac{\partial f_1}{\partial t} = F, \quad \frac{\partial^2 f_2}{\partial t^2} = F,$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial t} = G, \quad \frac{\partial^2 g_2}{\partial t^2} = G, \quad \frac{\partial h_1}{\partial t} = H, \quad \frac{\partial^2 h_2}{\partial t^2} = H \text{ 이다.}$$

2.2 유체영역 모델링

해석을 위한 유체영역은 Fig. 2와 같이 MSC.DYTRAN을 이용하여 한 변의 길이가 10m인 정육면체로 구성하였고, 벽면에서 약 3m 떨어진 지점에서 펄스를 발생시켰다. 유체의 경계조건은 Fig. 2와 같은 프로세스로 포트란을 이용하여 작성한 PML 코드를 FLOWEX라는 명령어를 이용하여 불러옴으로써 설정하였다. PML 코드는 DYTRAN으로부터 매 스텝마다 경계정보를 얻어온 후에 추가로 생성된 PML 영역에 적용하여 계산 결과를 DYTRAN 경계에 적용한다.

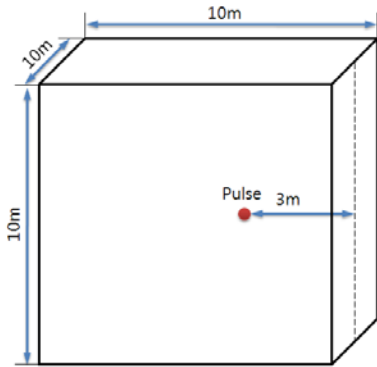


Fig. 2 유체영역 모델링

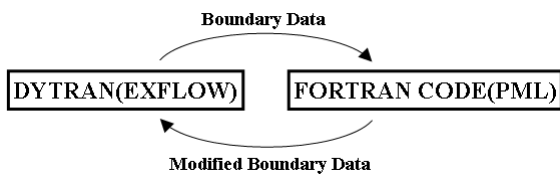


Fig. 3 PML 적용 프로세스

2.3 해석결과

유체영역의 벽면에서 1m 떨어진 지점에서의 경계에 기본 설정이 적용된 경우, FLOWDEF 명령어를 이용하여 무반사 경계조건을 부여한 경우와 PML 경계조건을 부여한 경우의 압력변동을 Fig. 3과 Fig. 4에서 비교하였다. 펄스가 처음으로 경계에 도달한 이후로 반사파에 의한 섭동이 발생하였는데 FLOWDEF 명령어와 PML 경계조건을 부여한 경우에 이러한 섭동의 크기가 줄어드는 것을 알 수 있었다. 하지만 FLOWDEF의 경우, 초반에는 PML 경계조건보다 더욱 좋은 성능을 보여주었으나 시간이 흐름에 따라 섭동의 크기가 기하급수적으로 증가하는 현상을 보였다. PML 경계조건을 적

용하였을 경우에 반사파를 완전히 제거하지는 못하였지만 안정적으로 감소하는 경향을 확인할 수 있었다.

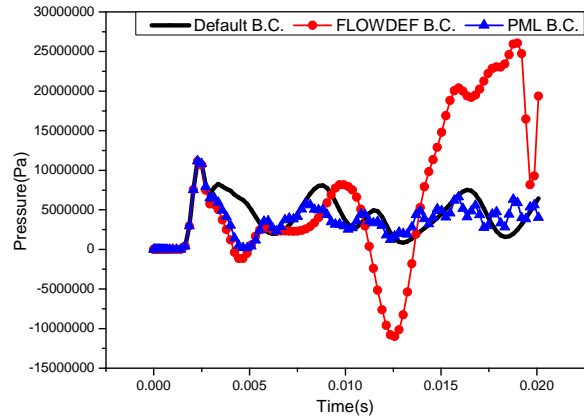


Fig. 4 경계조건에 따른 압력변동 그래프

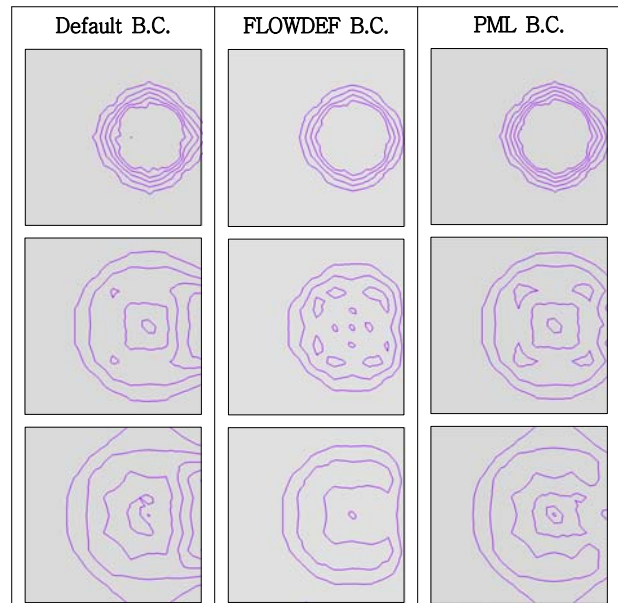


Fig. 5 경계조건에 따른 압력변동 contour

3. 결 론

유체영역 내부 계산결과와 신뢰도를 높이기 위하여 경계에서의 반사파를 줄이는 방법이 필요하다. 본 연구에서는 PML 방정식을 유도하고 이 기법을 사용하여 범용 CFD 해석프로그램인 MSC.DYTRAN에 적용하여 보았다. 유체의 내부에 임의의 펄스를 발생시킨 후에 PML 기법과 다른 경계조건들의 해석결과를 비교하였다. PML 기법을 적용한 경우가 다른 경우에 비하여 반사파에 의한 압력변동이 안정적으로 줄어드는 것을 해석 결과로부터 확인할 수 있었다. 향후 MSC.DYTRAN을 이용한 연구에서 PML 기법을 적용한 무반사 경계조건을 활용한다면 다양한 문제를 해결할 수 있을 것이다.