

파동기반법을 이용한 Zwicker 라우드니스의 설계민감도 해석

Design Sensitivity Analysis of Zwicker's Loudness using Wave Based Method

구건모* · Bert Pluymers** · Wim Desmet** · 왕세명†
 Kunmo Koo, Bert Plyumers, Wim Desmet, and Semyung Wang

1. 서론

파동기반법은 기존의 요소 기반법에서 이용해 오던 단순한 다항식 형태가 아닌 지배 미분 방정식의 완전 해를 형상 함수로 취한다. 따라서 도메인에 대한 세밀한 요소화 작업이 필요 없고 요소 기반법에 비해 모델 크기와 후처리 노력이 줄어들게 되어 중주파수에 대해서도 많은 시간이 요구되지 않고 해석이 가능하다. [1] 본 논문에서는 파동기반법을 이용한 구조 음향 반연성 문제에 대한 설계 민감도 해석을 나타내었다. 유한 요소법을 이용하여 하모닉 가진에 대한 구조물의 응답을 계산하였고, 그 결과를 파동 기반 음향 해석 모델의 경계 조건으로 입력하였다. 설계 민감도 계산 과정에서 보조 힘을 계산하기 위해 파동 함수와 시스템 행렬을 이용하였고, 이로부터 구조 유한 요소 재해석을 통해 보조 변수를 구하였다. 제안된 방법을 통해 얻어진 결과를 유한 차분법과 비교하여 신뢰성을 검증하였다.

2. 음향 파동기반법 및 설계 민감도 해석

2.1 음향 파동기반법

정상 상태에서의 음압은 시스템의 선형, 비점성, 단열을 고려할 때 헬름홀츠 방정식에 의해 지배된다.

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = 0, \mathbf{r} \in \Omega \quad (1)$$

식 (1) 에서 $k = \omega/c$ 는 파동 수, c 는 매질의 속도를 나타낸다.

그림 1 은 2 차원 차량 모델에 대한 구조 경계 조건 및 분할 된 음향 도메인을 나타낸다. 파동기반 예측의 수렴 충분조건을 만족시키기 위해 전체

도메인을 convex 모양의 서브도메인으로 나누었다. 각 서브도메인 내의 임의의 점에 대한 음압은 파동 모델로부터 아래와 같이 정리 된다.

$$p^{(\alpha)}(\mathbf{r}) = \hat{p}^{(\alpha)}(\mathbf{r}) = \Phi^{(\alpha)}(\mathbf{r})\mathbf{p}_w^{(\alpha)} \quad (2)$$

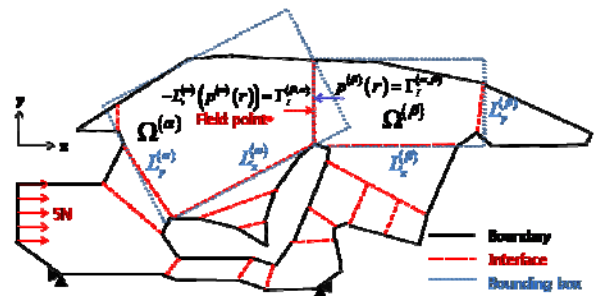


그림 1. 2 차원 차량 구조 음향 모델

식 (2) 에서 $\Phi^{(\alpha)}(\mathbf{r})$ 은 헬름홀츠 방정식으로부터 유도된 파동함수, $\mathbf{p}_w^{(\alpha)}$ 은 각 파동함수의 기여도, $\hat{p}^{(\alpha)}(\mathbf{r})$ 은 파동 모델로부터 예측된 음압을 나타낸다. 각 파동함수와 파동 수는 아래와 같이 정의된다. [1]

$$\Phi_w^{(\alpha)}(\mathbf{r}(x, y)) = \begin{cases} \Phi_{w_x}^{(\alpha)}(x, y) = \cos(k_{xw_x}^{(\alpha)} x) e^{-jk_{yw_x}^{(\alpha)} y} \\ \Phi_{w_y}^{(\alpha)}(x, y) = e^{-jk_{xw_y}^{(\alpha)} x} \cos(k_{yw_y}^{(\alpha)} y) \end{cases} \quad (3)$$

$$(k_{xw_x}^{(\alpha)}, k_{yw_x}^{(\alpha)}) = \left(\frac{w_1^{(\alpha)} \pi}{L_x^{(\alpha)}}, \pm \sqrt{k^2 - (k_{xw_x}^{(\alpha)})^2} \right), \quad (4)$$

$$(k_{xw_y}^{(\alpha)}, k_{yw_y}^{(\alpha)}) = \left(\pm \sqrt{k^2 - (k_{yw_y}^{(\alpha)})^2}, \frac{w_2^{(\alpha)} \pi}{L_y^{(\alpha)}} \right) \quad (5)$$

위 식에서 $w_1, w_2 = 0, 1, 2, \dots$, $L_x^{(\alpha)}, L_y^{(\alpha)}$ 는 각 서브도메인을 둘러싸는 직사각형의 크기를 나타낸다. 가중 잔차법을 이용하여 각 서브도메인의 경계 면과 접촉 면에 대해 에러를 최소화하는 기여 함수 \mathbf{p}_w 를 계산하는 식은 이산화 과정을 통해 최종적으로 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{A}\mathbf{p}_w = \mathbf{b} \quad (6)$$

여기서 \mathbf{A} 는 시스템 행렬, \mathbf{b} 는 경계 면에 대해 구조해석 결과로부터 주어진 입력 힘 벡터를 나타낸다.

† 교신저자; 광주과학기술원 정보기전공학부
 E-mail : smwang@gist.ac.kr
 Tel : (062) 715-2390, Fax : (062) 715-2384
 * 광주과학기술원 정보기전공학부
 ** K.U.Leuven, Department of mechanical engineering

3. Zwicker 라우드니스 민감도

3.1 절 구조 음향 민감도

구조음향 반연성 시스템에서 구조물의 하모닉 가진에 의해 발생하는 음압의 설계 민감도 공식화는 아래와 같다.

$$p' = \frac{\partial p}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial p}{\partial \mathbf{v}} \frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{u}} \delta \mathbf{u} \quad (7)$$

$$= \frac{\partial p}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial p}{\partial \mathbf{v}} [j\omega[\mathbf{M}] + \kappa[\mathbf{K}]]^{-1} \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} [\mathbf{f} - j\omega[\mathbf{M}]\{\tilde{\mathbf{v}}\} - \kappa[\mathbf{K}]\{\tilde{\mathbf{v}}\}] \delta \mathbf{u}$$

위 식에서 \mathbf{u} 는 설계 변수, ' ' 는 설계 변수에 대한 변분, \mathbf{M}, \mathbf{K} 는 구조물의 질량 및 강성 행렬, $\kappa = (1 + j\varphi) / j\omega$, φ 는 구조 댐핑 계수, \mathbf{v} 는 구조물의 속도, ' ~ ' 는 의 설계 변수에 대한 미분에 독립한 벡터를 나타낸다. 식 (7)에서 설계 변수에 대한 도함수의 계수를 보조 변수 λ^H 로 두고 구조음향 보조 방정식을 정의하면 다음과 같다.

$$[j\omega\mathbf{M} + \kappa\mathbf{K}]\{\lambda^*\} = \frac{\partial p}{\partial \mathbf{v}} \quad (8)$$

우변에 나타난 가상의 보조 힘을 계산하기 위해 파동 기반 모델에서 속도와 음압 사이의 관계식은 아래와 같이 유도 된다.

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{v}} = \Phi(\mathbf{r})\mathbf{A}^{-1}\Phi(\mathbf{r}_b)^T \mathbf{n}(\mathbf{r}_b), \mathbf{r}_b \in \Gamma \quad (9)$$

위 식에서 \mathbf{n} 은 모든 경계 면에 대한 법선 벡터를 나타낸다. 식 (9)를 식 (8)에 대입하여 얻어진 보조 변수와 초기 시스템 응답을 이용하여 최종적인 구조 음향 민감도를 표현하면 다음과 같다.

$$p' = \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} [\mathbf{f} - \lambda^H [j\omega\mathbf{M} + \kappa\mathbf{K}]\tilde{\mathbf{v}}] \delta \mathbf{u} \quad (10)$$

3.2 절 Zwicker 라우드니스 민감도

객관적 음압 레벨로부터 사람의 청각 특성 및 인지 특성을 고려하여 사람이 느끼는 소음 정도를 수학적으로 모델링한 지표가 바로 Zwicker 라우드니스다. Zwicker 라우드니스의 모델 중 본 논문의 목적함수인 main specific loudness 에 대한 계산식은 아래와 같다.

$$NM = (0.0635 \cdot 10^{0.025L_{10}}) \cdot \left[\left[1 + 0.25 \cdot 10^{0.1(L_E - L_{10})} \right]^{0.25} - 1 \right] (\text{sones / Bark}) \quad (11)$$

구조음향 반연성모델에 대한 민감도는 구조 민감도 및 음향 민감도를 순차적으로 구한 다음 Zwicker 라우드니스 모델과 연쇄 법칙을 이용하면 아래와 같이 표현된다. [3]

$$\frac{\partial NM}{\partial \mathbf{u}} = \frac{\partial NM}{\partial L_E} \cdot \frac{\partial L_E}{\partial \mathbf{u}} \quad (12)$$

여기서 L_E 는 고막에 입사되는 자극으로 1/3 옥타

브 레벨의 함수로 표현된다.

4. 수치 해석 모델

2 차원 차량 모델의 조화 가진 응답을 경계 조건으로 파동기반 모델로부터 계산된 수음 점 (1.16, 0.116) 에서의 압력을 그림 2 에 나타내었다. 인장력과 굽힘력을 고려한 2 차원 빔 요소를 이용하였고, 비감쇠 구조 음향 시스템에 철과 공기의 물성치를 구조물과 음향 도메인에 각각 적용하였다.

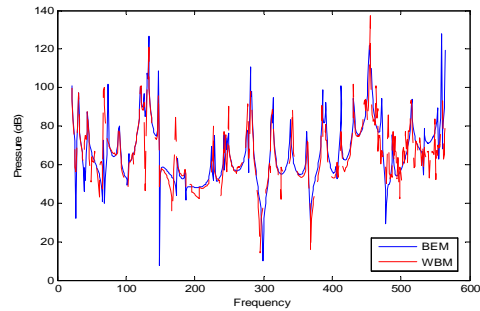


그림 2. 구조 음향 해석 결과

10mm 의 초기 값을 가지는 빔 단면적의 높이를 설계 변수로 정하고, 6 번째 Bark(442~562Hz) 의 main specific loudness 를 목적함수로 보조변수법을 이용한 민감도 결과와 유한차분법을 통해 계산된 값을 표 1 에서 서로 비교하였다.

DV	$\Psi(u)$ (sone/Bark)	$\Psi(u+\delta u)$ (sone/Bark)	$\Psi(u-\delta u)$ (sone/Bark)	FDM (sone/Bark*m)	AVM (sone/Bark*m)	AVM/FDM (%)
1	37.523	37.342	37.706	-18227	-18222	99.97
21		37.522	37.522	0.434	0.436	100.45
65		37.503	37.541	-1885.86	-1879.05	99.64

표 1. 설계 민감도 해석 결과

5. 결론

Zwicker 라우드니스에 대해 파동 기반법을 이용한 설계 민감도를 구하고, 이를 2 차원 차량 모델에 적용하여 정확성을 검증하였다.

참고 문헌

- [1] Wim DESMET, A wave based prediction technique for coupled vibro-acoustic analysis, Ph.D. Dissertation, K.U.Leuven (1998)
- [2] Junghwan Kang, Semyung Wang, "Design sensitivity analysis and optimization of Zwicker's loudness", Proceeding of International Congress on Sound and Vibration (ICSV11), 2004,

후 기

이 논문은 2008 년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2008-621-D00005)