

# 비선형 시스템의 고조파 특성 연구

## A study on harmonic characteristics of nonlinear system

유승엽<sup>1</sup>, 이용범<sup>2</sup>, 윤종근<sup>1,\*</sup>, 정명주<sup>1</sup>

S. Yoo<sup>1</sup>, Y. Lee<sup>2</sup>, J. Yoon<sup>1,\*</sup>, M. Jung<sup>1</sup>(jung8417@kut.ac.kr)  
 한국기술교육대학교 기계정보공학부<sup>1</sup>, 강남대학교 전자공학과<sup>2</sup>

Key words : Intermodulation, Distortion, Total harmonic distortion, FFT

### 1. 서론

전기적/물리적 과장과 직접적인 관련이 있는 고조파(Harmonic)는 신호처리(Signal Processing)에서 비선형성을 나타내는 중요한 인자가 된다. 비선형 시스템에서 두 개의 다른 주파수 입력에 따른 발생된 고조파 주파수<sup>1,2</sup>들의 합과 차로 조합된 출력 주파수 성분이 나오는 현상은 IMD(Intermodulation Distortion)<sup>3</sup>라고 정의된다. 이러한 IMD는 한 개의 입력에서는 나타나지 않고 두 개 이상의 주파수 입력에서만 나타난다.

비선형적인 조화 주파수 성분은 자신의 신호는 물론, 시스템 전체의 다른 신호들에게 동시다발적으로 잡음으로 작용하므로 DSP에서는 최대한 억제하여야 한다. 그러나 3차의 IMD에서  $2f_1-f_2$ 와  $2f_2-f_1$ 의 성분은 Fundamental 신호의 3승배로 증가하기 때문에 비선형성을 검출하는데 더 유리하게 작용한다.

최근 관심이 고조되는 2차 전지 및 연료전지 등의 시스템은 3차이상의 비선형 특성을 가진다. 이러한 비선형 시스템 곡선의 예는 Fig. 1과 같이 나타난다.

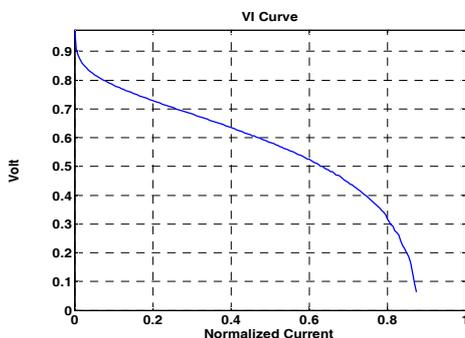


Fig. 1 Nonlinear characteristic curve

본 연구에서는 단일주파수 신호와 두 개 이상의

주파수 신호 입력에 대한 출력을 THD(Total Harmonic Distortion) 방법<sup>4</sup>을 사용하여 Intermodulation distortion이 발생하는 두 개 이상 주파수 입력에 대한 비선형 검출방법의 유효성에 대하여 검증하고자 한다.

### 2. 이론적 배경

Fig. 1의 비선형 특성은 출력Y와 입력X 및 각 X항의 계수C로 식(1)과 같이 다항식으로 표현할 수 있다.

$$Y = \sum_{j=0}^n C_j \cdot X^j \quad (1)$$

식(1)의 입력X는 시간에 대한 함수인  $x(t)$ 로 나타낼 수 있고,  $x(t)$ 는 단일 주파수를 갖는 신호 식(2) 또는 서로 다른 주파수를 갖는 식(3)으로 표현할 수 있다.

$$x(t) = \hat{A} \sin(\omega t) \quad (2)$$

$$x(t) = \hat{A} \sin(\omega_1 t) + \hat{B} \sin(\omega_2 t) \quad (3)$$

시스템의 출력신호  $y(t)$ 는 계수인  $y_j$ 와 주파수 성분인  $\omega_j$ , 위상차  $\Phi_j$ 로 나타낸다.

$$y(t) = \sum_{j=0}^m \hat{y}_j \cdot \sin(\omega_j t + \Phi_j) \quad (4)$$

입력신호  $x(t)$ 에 정현파 형태의 신호를 인가하여 시스템에 비선형성이 존재하는 경우, 출력  $y(t)$ 는 고조파 성분이 나타나며 식(5)와 같이 나타난다.

$$y(t) = Y_0 + \hat{Y}_1 \cdot \sin(\omega t) + \hat{Y}_2 \cdot \sin(2\omega t) + \hat{Y}_3 \cdot \sin(3\omega t) + \dots \quad (5)$$

단일주파수 입력일 때 출력  $y(t)$ 는 시스템의 계수  $\hat{Y}_k$ 와 정수배의 조화 주파수 성분인  $n\omega$ 로 표현된다.

식(1)에서  $n$ 이 3인 경우 비선형 수식모델은 아래와 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$Y = a + bx + cx^2 + dx^3 \quad (6)$$

식(2)의 신호를 입력했을 때 식(6)의 비선형 시스템은 식(7)과 같이 표현된다.

$$y_1(t) = a + b\hat{A}\cos(\omega t) + c\hat{A}^2\cos^2(\omega t) + d\hat{A}^3\cos^3(\omega t) \quad (7)$$

IMD(Intermodulation Distortion)의 성분을 검출하기 위해서 식(3)과 같은 크기 및 주파수가 다른 두 개의 신호를 인가하면 식(8)와 같이 표현된다.

$$y_2(t) = a + b(\hat{A}\cos\omega_1 t + \hat{B}\cos\omega_2 t) + c(\hat{A}\cos\omega_1 t + \hat{B}\cos\omega_2 t)^2 + d(\hat{A}\cos\omega_1 t + \hat{B}\cos\omega_2 t)^3 \quad (8)$$

Intermodulation 성분은 식(8)의 2차와 3차항에서 검출된다.

단일 주파수 입력과 두 개 이상의 주파수 입력에 대한 비선형 검출방법을 비교하기 위한 THD(Total Harmonic Distortion) 방법은 아래와 같다.<sup>4</sup>

$$THD = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{n_{max}} Y_n^2}{Y_1^2}} \quad (9)$$

### 3. 시뮬레이션 결과

비선형 시스템을 3차로 정의하고, 단일 주파수 입력은 식(2), 두 개 이상의 주파수 신호에 대해서는 식(3)의 입력신호를 사용하고 식(9)의 THD 계산식을 이용하여 크기를 비교하였다. 입력주파수의 크기를 같게 하여 두 개의 입력신호일 때의 이득을 없애기 위해서 한 개의 입력신호보다 0.5배 크기로 하였다. 실험을 위해 선택된 신호의 크기 및 주파수는 Table 1에 표시되었다.

Table 1 Test condition

	Single freq.	Double freq.
type	$A\sin(\omega t)$	$A\sin(\omega_1 t) + B\sin(\omega_2 t)$
mag.	A: 0.3	A: 0.15, B: 0.15
freq.	$\omega : 1Hz$	$\omega_1 : 2Hz, \omega_2 : 3Hz$

비선형 시스템에 단일입력신호, 또는 두 개의 입력신호를 인가할 경우 출력의 결과 y(t)를 FFT처리하면 Fig 2와 같이 나타난다.  $n\omega$ 의 정수배 고조파 성분은 Fig. 2(a)에서 나타나고, Intermodulation 성분인  $2f_1-f_2, 2f_2-f_1$ 은 Fig. 2(b)에서 1Hz와 4Hz에서 나타남을 알 수 있다.

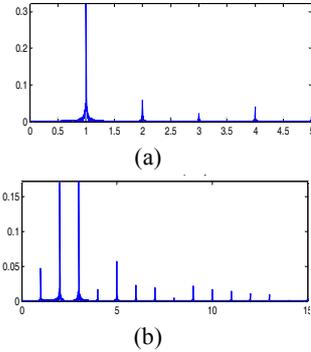


Fig. 2 FFT of a)  $y_1(t)$  and b)  $y_2(t)$

식(9)에 의한 THD값은 아래와 같다.

Table 2 Calculated THD

	Single freq.	Double freq.
THD	0.17931	0.34459

Table 2에서 보는바와 같이 두 개의 주파수 신호를 사용할 경우 THD값이 더 크다.

### 4. 결론

본 논문에서는 비선형 시스템에 대하여 단일주파수, 복수의 주파수의 THD값을 비교하였다. 비선형 시스템에서는 복수의 주파수를 사용할 경우 IMD가 발생해서 THD값이 현저히 증가하여 비선형성을 추출하는데 유효함을 보였다. 그러나, 본 실험에서는 노이즈가 제거된 시스템에 대해서 구하였기 때문에 실제 시스템에서의 적용에 어려움이 있다. 이를 개선하기 위한 연구가 필요할 것으로 생각된다.

### 참고문헌

1. J. Minkoff, "The Role of AM-to-PM Conversion in Memoryless Nonlinear Systems," IEEE Transactions on Communications, 33, 139-144, 1985.
2. M. Schetzen, "The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems", John Wiley & Sons, Inc., 1980.
3. W.J Warren, and W.R Hewlett, "An Analysis of the Intermodulation Method of Distortion Measurement", FELLOW, I.R.E, 36, 457 - 466, 1948.
4. Schubert, Jr.T and E. Kim, "Active and Non-linear Electronics", John Wiley&sons, Inc, 1996.