

설계 민감도 해석을 활용한 선형 시스템 진동내구 평가

Estimation of the vibration fatigue of a linear elastic system based on a design sensitivity analysis

김찬중† · 김규식* · 강호영* · 진여화* · 이봉현*

Chan-Jung Kim, Ku-Sik Kim, Ho-Young Kang, Yeo-Hwa Jin and Bong-Hyun Lee

Key Words : Design sensitivity analysis(설계 민감도 해석), Transmissibility(전달율), Linear elastic system (선형시스템), Uni-axial vibration test(단축 진동 시험), Vibration Fatigue(진동내구)

ABSTRACT

The direct design modification of problematic component is disallowed in order to sacrifice other major factors such as a stability of system or a major performance. So, the best design policy is to revise the immature structural mechanism under the minimal design change as soon as possible. For this, the paper presents a new design sensitivity analysis based on transmissibility ratio (TR) of response acceleration to find a proper candidate for the minimal design modification. The new sensitivity analysis is based on the fact that the sensitivity of TR over a small design change is inversely proportional to the magnitude of TR. The theory of proposed design sensitivity analysis is simulated with a simple five-degree-of-freedom system and confirms that the sensitivity result is well matched with the variance of TR over a dynamic change. Then, new methodology is applied for a linear elastic specimen to detect the most sensitive node over a design change using measured acceleration data during uni-axial vibration test. The physical verification of the sensitivity method is conducted on the CAE model of a linear elastic specimen by adding concentration mass and the vibration fatigue of the simple specimen is analyzed to estimate the relationship between fatigue behaviors and sensitivity consequences.

1. 서 론

설계 민감도 해석은 목적하는 물리적 현상에 대한 기여도가 높은 부분을 밝히는 것으로, 복잡한 대상 시스템 전체를 다루어야하는 수고를 줄이기 위해 실제적으로 민감도가 큰 부분으로 한정하여 설계 변경이나 혹은 유사 공학적 행위를 수행할 수 있기 때문에 공학적인 가치가 높다. 특히 설계

민감도가 높은 하위 부분은 변경하고자 하는 물리량에 매우 민감하기 때문에 동일한 설계 변경에 대해서 전체 시스템의 동적 거동이 매우 급격하게 변화되며 최소한의 설계 변경을 요구하는 일반적인 공학 문제의 접근에 유용하다.

본 논문에서는 전달 경로상의 진동 전달율(transmissibility) 데이터들을 활용하여 해당 경로상의 절점들의 기여도를 분석하도록 고안하였다. 제안 방법은 시스템 표면에서 발생하는 가속도 데이터만을 활용하여 기여도 분석을 수행한 바, 기존의 설계 민감도 해석과는 차이가 있다. 새로운 기여도 분석 방법을 증명하기 위해 5자유도계 모델로 구성된 진동전달 경로 해석을 수행하여 동일

† 교신저자; 정회원, 자동차부품연구원
E-mail : cjkim@katech.re.kr
Tel : (041)559-3124, Fax : (041)559-3340
* 자동차부품연구원 ICE/EV구동융합연구센터

한 설계 변경에 따른 전달 경로의 변화된 동특성을 알아보았다. 또한 간단한 선형 진동 시편을 제작하여 단축 진동시험을 통해 얻어진 가속도 데이터를 활용하여 시편에 대한 설계 민감도 해석을 진행하였다. 본 시편에 대한 CAE 모델을 구성한 다음 측정 위치들에 대해 집중질량을 인가하는 방식으로 민감도 결과에 대해 검증작업을 수행하였으며, 진동내구 평가를 통해 민감도 해석 결과와 진동내구성 평가에 대한 상관관계를 도출하였다.

2. 진동 전달을 기반 민감도 해석 이론

선형 시스템 내부의 단일 절점은 주변 절점들 간의 관계로부터 진동 전달율을 계산할 수 있으며 수식적으로 크기와 위상을 가지는 복소수로 표현이 가능하다. 1차원 시스템에서 내부의 i 번째 절점과 인접한 $i-1, i+1$ 절점들이 존재할 때, i 절점에서 표현 가능한 진동 전달율은 $T_{(i-1),(i)}$ 와 $T_{(i),(i+1)}$ 로 각각 표현할 수 있으며, 절점 i 에 연관된 2개의 진동 전달율의 곱을 식 (1)의 V_i 로 표현할 수 있다. V_i 를 복소수 형태로 표현할 경우 식 (2)와 같이 크기와 위상으로 표현이 가능하다.

$$V_i = T_{i-1,i} \times T_{i,i+1} \quad (1)$$

$$V_i = \overline{V}_i e^{i\theta_i} \quad (2)$$

시스템의 동적 특성이 변경될 경우 시스템의 응답 특성이 달라지기 때문에 절점 i 와 연관된 진동 전달율도 변한다. 변화된 시스템에서의 V_i 를 식 (3)과 같이 표현할 경우 절점 i 에서의 진동 전달율 변화율인 D_i 는 식 (4)와 같이 표현이 가능하다.

$$\dot{V}_i = (V_i + \Delta V_{i,i}) e^{i(\theta_i + \Delta\theta_i)} \quad (3)$$

$$D_i = \frac{\dot{V}_i - V_i}{V_i} \quad (4)$$

$$= \frac{(\overline{V}_i + \Delta V_{i,i})}{\overline{V}_i} e^{i\Delta\theta_i}$$

시스템의 미소 변화를 z 로 나타내면 크기와 위

상인 $\Delta V_{i,i} e^{i\Delta\theta_i}$ 로 표현이 가능하며, 식 (4)의 D_i 는 시스템의 미소 변화에 대해 식 (5)의 미분 관계식을 가진다.

$$\frac{d(D_i)}{dz} = \lim_{\Delta V_{i,i} \rightarrow 0} \left[\frac{1}{e^{i\theta_i}} \frac{\partial}{\partial \Delta V_{i,i}} \left(\frac{(\overline{V}_i + \Delta V_{i,i})}{\overline{V}_i} e^{i\Delta\theta_i} - 1 \right) \right] = \frac{1}{\overline{V}_i} \quad (5)$$

식 (5)의 미분 결과로부터 절점 i 에서 시스템 변화에 따른 진동 전달율의 변화량은 V_i 크기에 반비례하는 관계식을 도출하였다. 본 결과는 시스템을 1차원으로 가정한 결과이며, 본 민감도 해석 개념을 3축 방향으로 확장할 경우 절점 i 에 대한 기여도 결과(C_i)는 아래 식 (6)으로 표현될 수 있다.

$$C_i = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{\|V_{i,x}\|} \right)^2 + \left(\frac{1}{\|V_{i,y}\|} \right)^2 + \left(\frac{1}{\|V_{i,z}\|} \right)^2}}{\sum_{i=1}^N \sqrt{\left(\frac{1}{\|V_{i,x}\|} \right)^2 + \left(\frac{1}{\|V_{i,y}\|} \right)^2 + \left(\frac{1}{\|V_{i,z}\|} \right)^2}} \quad (6)$$

여기서, $V_{i,k}$ 는 k 방향에 대한 절점 i 의 전달율이며, N 은 전체 절점을 개수이다.

3. 5자유도 시스템을 활용한 민감도 해석 검증 시뮬레이션

새로운 민감도 방법을 검증하고자 5자유도 진동 시스템을 구성하였다. 전체적인 구성은 Fig. 1과 같이 5개의 질량이 1자유도의 강성과 감쇠를 통해 선형적으로 연결된 시스템이다. 모든 질량 값을 100(kg), 감쇠 값을 10(Nm/s) 그리고 강성 값을 100,000(KN/m)로 가정한 경우 시스템 해석 결과 Table 1과 같이 5개의 공진점이 존재한다. 여기서, 절점 i 는 질량 m_i 에 대응한다.

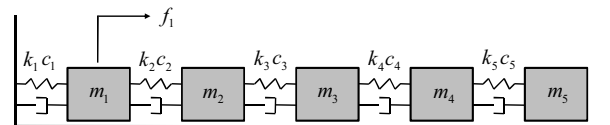


Fig. 1 Simple vibration path with 5-DOF

Table 1 Modal result of 5-DOF system

Mode	Resonance
1	45
2	132
3	208
4	268
5	305

본 5자유도계 시스템이 절점 1에서 기인한 진동에 의해 진동 응답이 발생할 경우, 절점 1에서의 가진은 5개 절점들의 서로 다른 가속도를 유발하며 절점간의 진동 전달율이 계산된다. 각 절점간의 진동 전달율을 바탕으로 식 (1)의 진동 전달율간의 곱을 계산할 수 있으며, 400(Hz) 이하의 주파수 영역에 대한 결과를 Fig.2 에 도시하였다.

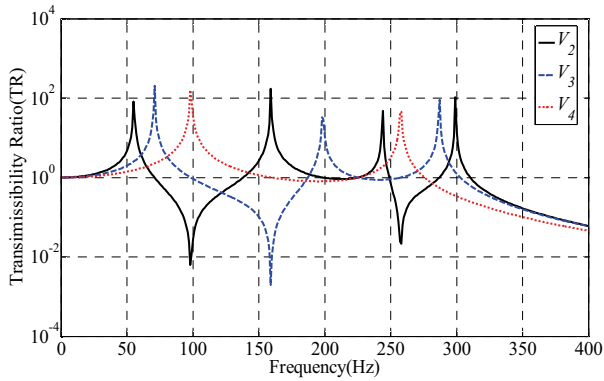


Fig. 2 Spectra of TRs on the 5-DOF system

본 결과를 바탕으로 식 (5)의 설계 민감도 관계식을 이용하여 절점 2에서 절점 4까지의 비교 결과를 아래 Fig. 3에 도시하였다.

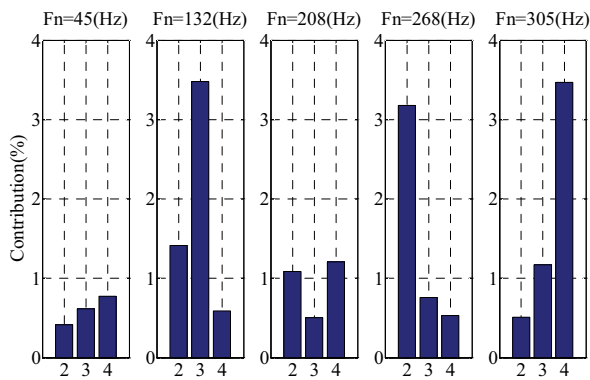


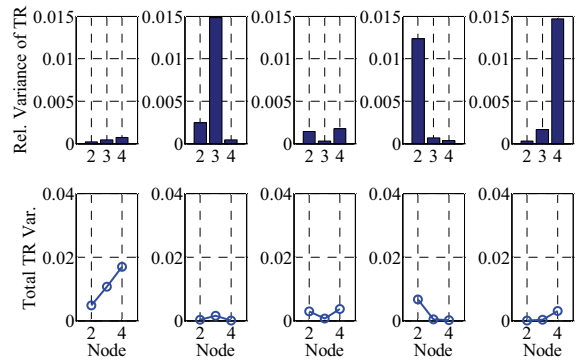
Fig. 3 Simulation result of the design sensitivity analysis

본 시뮬레이션 결과를 통해 Fig. 2의 값들이 주파수에 따라 변화하기 때문에 주요 공진점들에 대한 민감도 결과가 주파수에 매우 종속적임을 알 수 있다. 본 민감도 결과를 검증하기 위해 절점 i 에 대해 아래 식 (7)과 식 (8) 조건으로 설계 파라미터에 외란을 주어 주요 절점에 대한 민감도 시뮬레이션을 수행하였다.

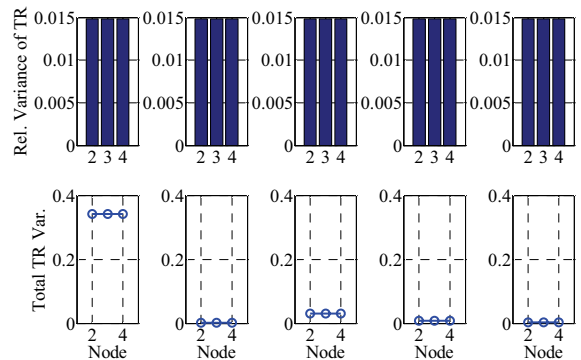
$$\dot{V}_i = V_i e^{i\Delta\theta} + \frac{V_i}{\text{norm}(V_i)} \Delta V_{v,i} \quad (7)$$

$$-10^\circ \leq \Delta\theta \leq 10^\circ, -0.05 \leq \Delta V_v \leq 0.05 \quad (8)$$

본 시뮬레이션 결과에 대해 진동 전달율의 변화량을 분산(variation)으로 나타내었으며, 결과를 아래 Fig. 4에 도시하였다.



(a) magnitude change



(b) phase change

Fig. 4 Relative variance of TR and total TR variance over a small dynamic change in TR

Fig. 4의 결과를 비교해 보면, 위상의 변화에 대해 전달율의 변화는 없으며, 반면에 크기의 변화는

전체 시스템의 전달을 변화에 큰 영향을 미친다. 특히, 크기 변화에 대한 결과는 Fig. 3의 민감도 해석 결과와 동일한 결과를 나타내기 때문에 민감도 분석 방법은 충분한 신뢰성을 가짐을 알 수 있다. 또한 민감도 계산에 필요한 식 (5)의 계산 결과가 전달율 간의 곱의 크기에만 관계된다는 사실을 입증할 수 있는 근거를 제시한다.

4. 단축 진동 시험을 통한 선형 시편의 민감도 해석

신뢰성을 확보한 설계 민감도 해석 방법에 대해 시험적 검증을 위해 단축 진동 시험을 수행하였다. Fig. 5의 단순 시편은 S45C 재질로 가공된 단순 시편으로써, 중앙 부분에 노치 부분을 설계함으로써 인위적으로 취약 부위를 예측 가능한 부분에서 발생하도록 설계하였다. 그림과 같이 6개 절점에 대해 주방향 가속도를 측정할 수 있는 가속도 센서를 부착하여 실시간으로 시편의 진동 데이터를 계측하였다. 또한 Fig. 6에 나타난 바와 같이 절점 1에 가까운 끝 지점을 직사각형 지그들로 단단히 고정된 다음 스타팅거를 활용하여 지그 중앙 부분과 연결하여 상하 방향으로 진동이 전달되도록 시스템을 구성하였다.

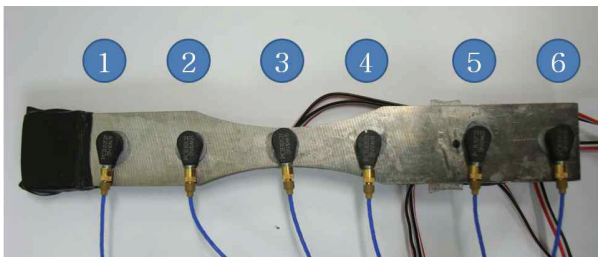


Fig. 5 Configuration of specimen and attaching sensor location

본 진동 시험에 활용된 시편은 2,000(Hz) 이내에 2개의 공진점을 보유하고 있으며, 상하 방향의 진동에 대해 1차와 2차 모드가 모두 영향을 주었다. 아래 Table 2는 시편의 공진점 및 모드 형상을 정리한 것이다. 본 공진점 및 모드형상은 시편을 자유경계 상태에서 임팩트 해머를 활용하여 가진하고 각 절점에서 응답을 받는 모달시험 결과를 통해 얻어진 것이다.

Table 2 Modal result of a simple specimen

Mode	Resonance	Shape
1	683	Bending
2	2,051	Bending



Fig. 6 Configuration of a uni-axial vibration testing

시편의 공진점을 고려하여 가진 주파수 대역을 10(Hz)에서 2,000(Hz)의 넓은 대역으로 선정하였으며, 가진 파형은 랜덤 노이즈 형태로 가진을 주었다. 가진되는 동안 6개 절점에 대해 가속도 데이터를 계측하였으며, 계측된 데이터를 활용하여 민감도 해석을 진행하였다. 공진점 중 2,051(Hz)의 2차 공진은 노치를 중심으로 주요 곱힘이 발생하여 시스템의 안정성을 위협하는 주요 위험 주파수 대역이며, 아래 그림 Fig. 7은 본 주파수 대역에 대해 식 (5)를 바탕으로 수행한 설계 민감도 해석 결과를 도시한 것이다. 해석 결과 Fig. 5의 절점 중에서 절점 4의 기여도가 다른 절점들에 비해 시스템에 매우 큰 것을 알 수 있다.

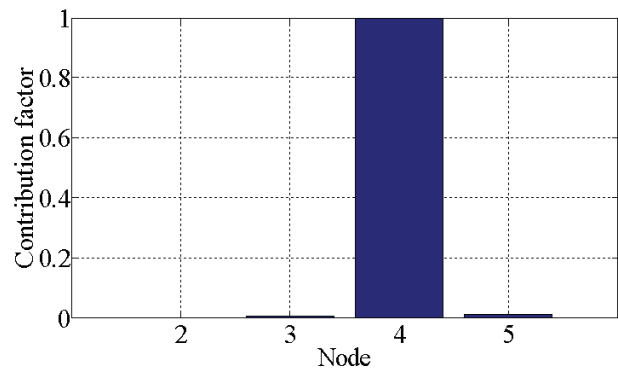


Fig. 7 Sensitivity result from a experimental data

이를 증명하기 위해 주어진 시편에서 명기된 6개 절점에 대해 시스템 변경을 수행한 다음 변화된 응답 특성을 비교해 봄으로써 시험 결과에 대한 신뢰성을 판단할 수 있다. 그러나 본 연구에서 제작된 시편이 매우 단순한 시스템을 형성하고 있다 하더라도 각 절점들에 대해 실험적으로 시스템을 변화시키는 것이 쉽지 않다. 그러므로 본 시편에 대한 CAE 모델을 구성한 후 모델에서의 시스템 특성을 가상으로 변화시킴으로써 전체 시스템 동특성 변화를 살펴보고자 하였다.

5. 단순 시편의 CAE 해석을 통한 민감도 검증 및 진동내구 평가

앞서 언급한 바와 같이 시험에 사용된 단순 시편의 물리적 변경이 실험적으로 용이하지 않기 때문에 동일 동특성을 보유한 CAE 모델을 구성한 후, 해당 절점들의 물리량을 해석적으로 변경하여 민감도 시험 결과에 대한 타당성을 검토하고자 한다. 아래 Fig. 8은 단순 시편에 대한 유한요소 모델이며, Table 2의 공진점과 3% 이내에서 동일한 공진점을 나타내기 위해 해석 물성치를 일부 변경하여 해석 모델의 정확도를 확보하였다.

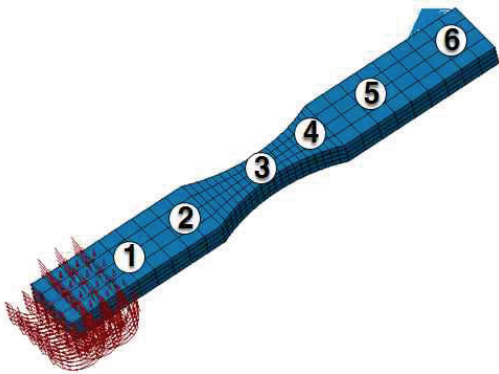


Fig. 8 CAE model of a tested simple specimen

절점간의 동적 관계는 강성, 감쇠 및 질량으로 이루어져 있으며 강성이나 감쇠의 경우에는 서로 다른 2개 절점들 사이의 관계에서만 정의되기 때문에 본 해석에 도입하기 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서는 각 절점들에 동일한 집중 질량을 부가하는 방법으로 2장에서 언급한 동일한 물리량 변화를 구현하였다.

진동내구 평가를 위해 강제 진동 해석(Forced

response analysis)과 동적 내구 해석(Dynamic fatigue analysis)로 나누어 해석을 진행하였다. 구성된 CAE 모델에 S45C 물성치를 부여한 다음 정규 모드 해석(Normal mode analysis)를 통해 모달 파리티터를 추출하였다. 가진 하중은 4장에서 수행된 진동 시험이 랜덤 진동 환경에서 이루어졌기 때문에 동일한 주파수 범위에서 동일 하중(10N)을 인가하여 대상 시편에 대한 강제 진동 해석을 수행하였으며, 가진 주파수 범위는 2차 공진점을 충분히 포함할 수 있는 2,000(Hz)에서 2,300(Hz)로 한정하였다. 수행된 진동해석 결과로부터 모드 기여도 인자(Modal participation factor) 데이터를 획득한 후 시편의 내구 물성치와 내구 해석 모드(Stress life prediction)을 선정을 통해 대상 시편에 대한 동적 내구해석을 진행하였다. 아래 Fig. 9는 동적 내구해석 결과를 보여주며, 해석은 NASTRAN/MSC 및 Virtual.Lab/LMS 프로그램을 활용하였다.

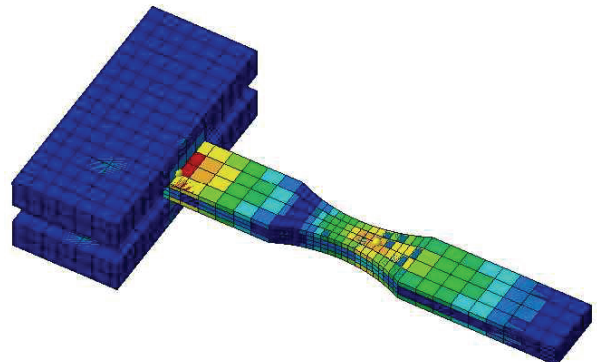


Fig. 9 Result of dynamic fatigue analysis for the simple specimen

해석 결과 취약 부위는 상하 가진을 위한 지그와 겹쳐지는 부분 및 노치 근방의 시편 상하 부분에서 각각 도출되었다. 피로 해석 결과는 무한수명으로 나타났는데, 구체적으로 안전계수의 역수(Reciprocal safety factor) 최댓값이 0.0588의 값이 도출되었다. Fig. 8의 절점들을 기준으로 볼 경우 절점 4가 가장 내구성이 취약한 부분에 근접한 절점이다.

본 조건에서 Fig. 7의 설계 민감도 결과를 검증하기 위해 절점 3에 10(g)의 질량을 인가하였을 경우 변경되는 2차 공진점인 1,839(Hz)를 기준으로 정하였다. 2에서 5 사이의 모든 절점들에 대해 적절한 집중질량을 각각 인가하여 동일한 3차 공진점이 나타날 수 있도록 설정하였으며, 인가 집중질량은

Table 3과 같다.

Table 3 Additional concentrated mass at each node

Node	Concentrated mass(g)
2	181
3	10
4	9.2
5	111

부가적인 집중질량을 각 절점에 인가한 결과, Fig. 7에서 도출된 민감도 해석 결과와 마찬가지로 절점 4에서 최소의 설계 변경을 통해 동일한 동적 거동의 변화인 공진점 변경을 얻어낼 수 있었다. 그러므로 본 연구에서 제안된 설계 민감도 해석은 기존 설계 민감도 해석과 마찬가지로 동일 물리량의 변화에 대해 최소 변경으로 동일한 동특성 변화를 기대할 수 있다.

아래 Fig. 10은 민감도가 가장 큰 절점 4 부분에 대해 10(g)의 집중질량을 인가한 상태에서 동적 내구해석을 진행한 결과이다. Fig. 9와 마찬가지로 동적 내구해석 결과에 대해 안전계수 역수의 값을 도시한 결과 지그와 연결된 부분에서의 취약 부위는 변동이 없었으며, 절점 4 근방에서 발생한 취약 부위의 경우 상하 방향으로 취약성을 나타내었던 초기와 달리 위쪽 평면에서 취약한 부분이 도출되었다.

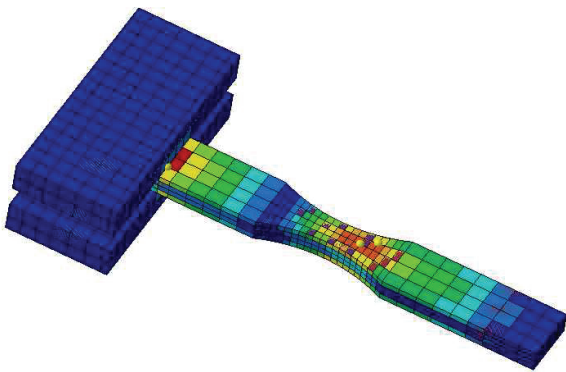


Fig. 10 Result of dynamic fatigue analysis for the modified specimen model at node 4

동적 내구해석을 통해 제안된 가속도 데이터 기반 민감도 방법이 최소 변경조건을 만족하는 높은 기여도의 절점을 도출하는데 적절한 방법임을 확인하였다. 민감도가 큰 부분은 모드 형상으로 표현되는 동적 거동의 변곡점 부분에 위치하기 때문에 진동내구

관점에서도 취약성이 클 가능성이 존재한다. 하지만 본 연구 결과에서 나타난 바와 같이 시스템의 경계 조건에 의해 발생한 시스템의 취약 부위 등과는 무관할 수 있음을 알 수 있었다. 그러므로 본 민감도 해석 결과를 직접적으로 시스템의 내구성 평가 지표로 활용하는데 무리가 있을 것으로 판단되며, 시스템 동적 거동과 관련된 부가적인 정보가 필요할 것으로 판단된다.

6. 결 론

본 연구에서는 가속도 데이터에 기반한 새로운 설계 민감도 해석 방법을 제안하였다. 본 방법을 검증하고자 5자유도 모델을 구성한 후 각 절점의 동적 물리량을 변화시키는 시뮬레이션을 수행하여 타당성을 검증하였다. 또한 시험 데이터를 활용한 제안 방법의 정확도를 확인하기 위해 노치가 존재하는 간단한 시편을 활용하여 단축 진동시험을 수행하였으며, 측정된 가속도 데이터를 활용하여 민감도 해석을 수행하였다. 별도의 CAE 모델을 통해 물리적으로 본 해석 결과를 검증하였으며, 동적 내구해석을 통해 진동내구성과 민감도 관계를 평가하였다.

후 기

본 논문은 동남광역경제권 선도사업 R&D 사업(과제명: 오일펌프의 엔진상대 성능 평가기술 개발)의 성과물로써 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Kim, C. J., Bae, C. Y., Lee, D. W., Lee, B. H. and Kim, H. C., 2008, "Contribution analysis using transmissibility of a vibration path" Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 602~603.
- (2) Kim, C. J., Lee, D. W., Kwon, S. J., Bae, C. Y. and Lee, B. H., 2010, "Experimental verification of contribution analysis based on transmissibility" Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 475~476.