

3차원 휠-레일 접촉해석을 이용한 철도차량 동역학 해석

Railway vehicle dynamic analysis using an 3-dimensional wheel-rail contact analysis

강주석†

Juseok Kang

ABSTRACT

Conventional methods for railway vehicle dynamic analysis have mostly relied on the approximate method based on 2-dimensional contact analysis. Recently, 3-dimensional approaches to achieve an accurate solution for wheel-rail contact analysis have been proposed, but are not practical to apply to actual simulation due to time-consuming processes. The main focus of this study is to present a new method of railway vehicle dynamic analysis by calculating wheel-rail contact forces based on efficient 3-dimensional wheel-rail contact analysis. A 3-dimensional wheel-rail contact analysis and numerical analysis of wheelset dynamic equations will be presented.

국문요약

철도차량의 동특성 해석을 위한 기존의 연구는 대부분 2차원 접촉해석에 근거한 근사해법에 의존해 왔다. 최근에 휠-접촉해석에 대한 정확한 해를 구하기 위해 3차원적 접근방법이 제시되고 있지만, 계산시간의 과다로 인해 실제 시뮬레이션 적용에는 효과적이지 못했다. 본 연구의 주요 관점은 효율적인 3차원 휠-레일 접촉해석을 통해 휠-레일 접촉력을 계산하여 철도차량의 동특성 해석의 새로운 방법을 제시하고자 하는 것이다. 이를 통해, 3차원 휠-레일 접촉해석 및 휠셋의 동적 계산식이 제시된다.

1. 서론

철도차량의 임계속도 계산, 직진 주행안정성 및 선회 성능 예측, 사행동 및 탈선 메카니즘 분석 등 동적 안정성 검토를 위해서는 휠-레일 접촉해석에 기초한 철도차량 동역학 해석이 필수적이다. 특히 차량 시험만으로는 동특성 분석이 한계가 있는 고속 철도차량의 개발을 위해서는 철도차량 동역학 해석의 역할이 더욱 중요해진다. 철도의 고속화와 더불어 휠-레일 간 정밀한 접촉해석이 필요하지만 기존 연구는 2차원 접촉해석에 근거한 근사해석 방법에 집중되고 있다[1-4].

철도차량 동역학 해석의 핵심은 휠과 레일간 접촉점에서의 위치와 반력을 계산하는 접촉 메카니즘의 연구이다. 휠-레일간 접촉점에 작용하는 하중에 대한 분석은 Hertz의 이론[5]과 Kalker[6]의 이론에 근거하고 있으나 최근 휠과 레일의 접촉 하중에 대한 연구는 타원 접촉의 가정을 기본으로 하는 Hertz 접촉을 벗어나는 특이점을 가진 다중 접촉영역에 대한 연구에 집중되고 있다[7-8]. 또한, 휠과 레일의 접촉점 위치를 정확하게 계산하기 위해, 휠의 요각을 무시하는 단순 2차원 해석에서 벗어난 3차원 휠-레일 접촉해석에 대한 다양한 연구가 제시되고 있다. 공간상에서 휠과 레일의 접촉위치를 구하기 위한 방법에는 기구학적 구속조건식을 이용하는 방법[9], 휠과 레일 간 최소거리가 0이 되는 조건을 이용하는 최적화방법[10]과 기구학적 구속조건식과 최적화방법을 동시에 이용하는 복합적 방법[11] 등이 있다.

† 정회원, 한국철도대학 철도차량기계과, 교수
E-mail : kjuseok@krc.ac.kr

3차원 접촉해석을 오류 없이 수행하기 위해서 탄성체 방법이나 최적화 방법을 이용해야 한다. 그러나 이를 위한 해석시간이 매우 길어 이를 해소하기 위한 여러 방법이 최근 시도되고 있으나 완전한 해결방법은 제시되지 않고 있다. 본 연구에서는 휠과 레일의 3차원 기구학적 접촉해석을 효율적으로 계산하는 수치해석 알고리즘을 제안하고자 한다. 접촉점의 위치와 접촉점에서의 휠과 레일의 속도, 가속도 및 접촉 반력을 신속하고 정확하게 계산하여 정밀한 철도차량 동역학 해석 방법을 제시하는 것이 본 연구의 목적이다.

2. 휠셋 기구학

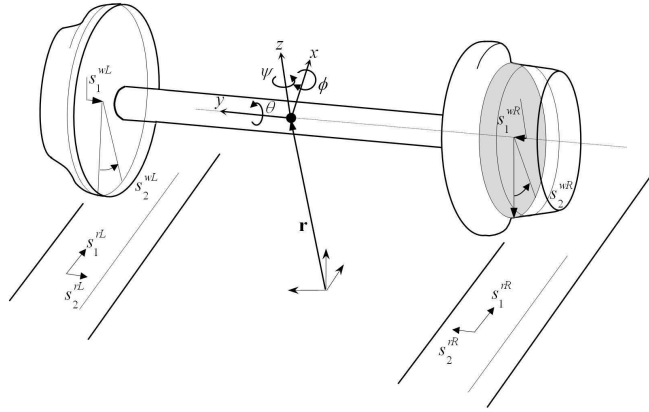


Fig.1 Variables and Parameters to configure a wheelset dynamics

하나의 휠셋에 대하여 운동을 정의하기 위해서는 휠셋 중심의 위치 변위를 나타내는 변수와 휠의 형상을 나타내는 파라미터, 레일의 형상을 나타내는 파라미터가 필요하다. 휠셋 중심의 위치는 Fig.1에서와 같이 병진 변위 $r = [x, y, z]^T$ 와 회전변위 ψ, ϕ, θ 인 휠셋의 요각, 롤 각 및 스피ن각의 6개의 변수 즉, $q = [s, y, z, \psi, \theta, \phi]^T$ 로 나타낼 수 있다. 휠의 형상은 좌측 휠과 우측 휠에 대해 $[s_1^{wL}, s_2^{wL}, s_1^{wR}, s_2^{wR}]^T$ 의 파라미터를 이용하여 3차원 형상으로 나타낼 수 있다. 레일의 형상 또한 좌측 및 우측 레일에 대하여 $[s_1^{rL}, s_2^{rL}, s_1^{rR}, s_2^{rR}]^T$ 의 파라미터를 이용하여 3차원 형상으로 나타낼 수 있다. 그러므로 휠셋의 운동을 3차원 공간에서 정의하기 위해서는 총 14개의 변수가 필요하다.

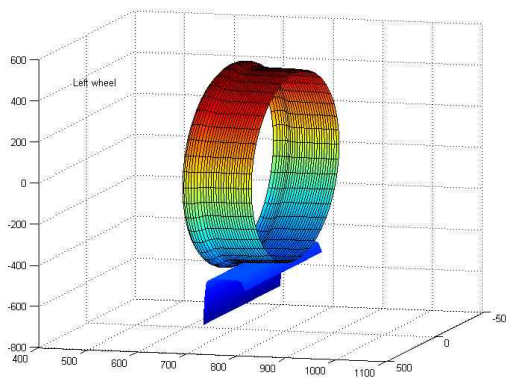


Fig. 2 3-D Parametric representation of wheel and rail

휠과 레일의 형상은 설계데이터로 주어지거나 직접 측정된 데이터를 이용하여 보간법을 이용하여 앞에서 나타난 휠과 레일의 파라미터로 Fig. 2와 같이 3차원 곡면으로 나타낼 수 있다.

휠과 레일 접촉점의 구속조건식은 다음과 같이 두 종류의 구속조건으로 총 5개의 구속조건식이 주어진

다.

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$

여기서, $C_1 = r^w - r^r$, $C_2 = \begin{cases} t_1^w \cdot n^r \\ t_2^w \cdot n^r \end{cases}$ 이다. r^w 는 접촉점의 휠의 좌표, r^r 은 레일의 좌표이다. t_1^w , t_2^w 는 접촉점에서의 휠의 접선벡터이며, n^r 은 레일의 법선벡터이다.

첫 번째 구속조건식 C_1 은 한 점에서 휠과 레일이 만나는 조건이며 두 번째 구속조건식 C_2 는 그 점에서 기울기가 수직인 조건을 의미한다. 위의 구속조건식을 좌측 및 우측 휠에 대해서 각각 적용하면 10개의 구속조건식이 얻어진다. 플랜지에서 접촉이 발생하는 2점 접촉인 경우에는 플랜지 접촉점의 구속조건을 합쳐 15개의 구속조건을 얻을 수 있다.

반복수행법을 이용하여 위의 비선형 구속조건식의 해를 수치해석적으로 구하거나 휠과 레일의 거리 최소점이 0이라는 조건을 이용하는 방법으로부터 접촉점의 위치를 구할 수 있다. 본 연구에서는 비선형 구속조건식의 방법과 거리 최소점 방법을 복합적으로 이용하여 해를 구하였다[11].

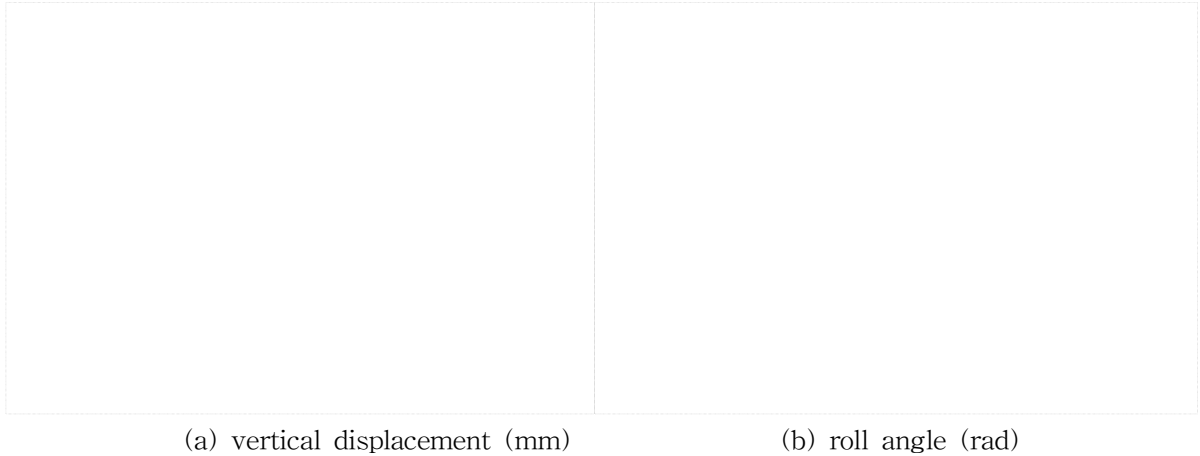


Fig. 3 solutions from 3-D wheel-rail contact analysis

휠과 레일의 3차원 접촉점 해석으로부터 Fig. 3과 같이 해를 구할 수 있다. 휠과 레일의 형상은 각각 GV40과 UIC60이다. 여기서는 독립변수인 횡변위 $y = \pm 10\text{mm}$, 요각 $\psi = \pm 10^\circ$ 의 변화에 대해서 휠셋의 수직변위 및 롤 각 변화를 구하였다. 마찬가지로 휠셋의 횡변위와 요각의 변화에 대해 휠과 레일의 형상 파라미터에 대한 변화도 구할 수 있다.

3. 휠셋 동역학

휠셋의 운동을 나타내는 변수들은 앞에서와 같이 구속조건에 의해 다음과 같이 독립변수와 종속변수로 나누어 진다.

$$q = [q_n \ q_d]^T \quad (2)$$

여기서 $q_n = [x \ y \ \psi \ \theta]^T$, $q_d = [z \ \phi \ s_1^{wL} \ s_1^{wR} \ s_2^{wR} \ s_1^{rR} \ s_2^{rR} \ s_2^{wL} \ s_1^{rL} \ s_2^{rL}]^T$ 이다.

종속변수에는 휠의 형상함수 파라미터를 포함하였다. 휠셋의 운동방정식의 해를 구하기 위해서는 매 적분 단계에서 식 (1)의 구속조건식의 해로부터 주어진 독립변수에 대한 종속변수를 구해야 한다. 그러

나 매 시간 단계마다 식 (1)의 비선형 구속조건식을 구하는 것은 해석 시간이 매우 많이 소요되게 만든다. 본 연구에서는 앞에서 구한 구속조건식의 해를 데이터로 저장하여 매 단계마다 독립좌표로부터 계산하는 방법을 이용하고자 한다. 이 경우 동역학 해석 시간 단계마다 복잡한 기구학 해석을 할 필요가 없으므로 시간이 절약된다. 종속변수는 다음식과 같이 독립변수의 함수로서 보간법 등을 이용해 구해질 수 있다.

$$q_d = f(q_n) \quad (3)$$

마찬가지로 종속변수의 속도 항은 다음식과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{q}_d = \sum \frac{\partial q_d}{\partial q_{ni}} \dot{q}_{ni} \quad (4)$$

이제 식 (3)과 (4)로부터 휠셋의 변위와 속도를 알게 되면, 이들 값으로부터 운동방정식을 다음식과 같이 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M & J^T \\ J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ Q_{dn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서, M은 휠셋의 질량관성행렬이며, Q는 크립력과 속도 및 변위 비선형 항등을 포함하며 Q_{dn} 은 구속조건식에 의해 나타나는 속도와 변위의 비선형성분이다. λ^n 은 라그랑지 승수로서 접촉점의 수직하중이 되며 접촉점 타원 반경의 크기를 결정한다.

$J = C_q^n - C_s^n (C_s^d)^{-1} C_q^d$ 로서 휠셋의 변위로만 구성되는 자코비안 함수이다. 식(1)의 구속조건식은 하나의 휠에 대해 5개로 구성되며, 하나의 휠에 대해 형상 파라미터가 4개이므로 4개의 구속조건식에 의해 제거되며 나머지 하나는 휠셋의 변위에 대한 구속조건식으로 볼 수 있게 된다. 이때 4개의 구속조건식이 C^d 이며, 휠셋의 변위에 대한 구속조건식은 C^m 이다. 이들 구속조건식에 대해 휠셋 변위와 형상파라미터의 자코비안을 구하면 식(5)의 자코비안 함수 J를 구할 수 있다.

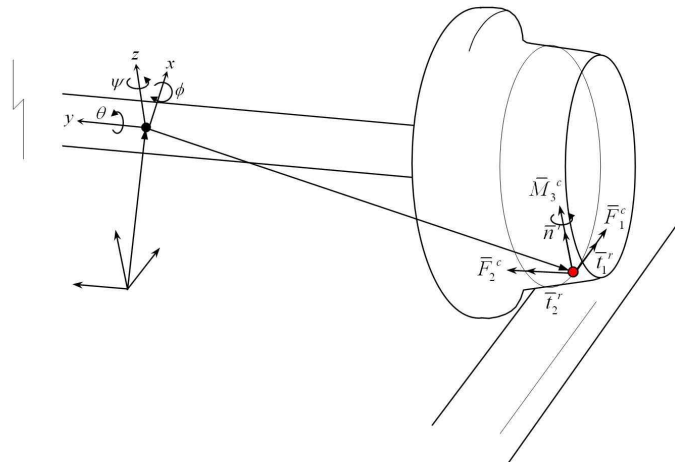


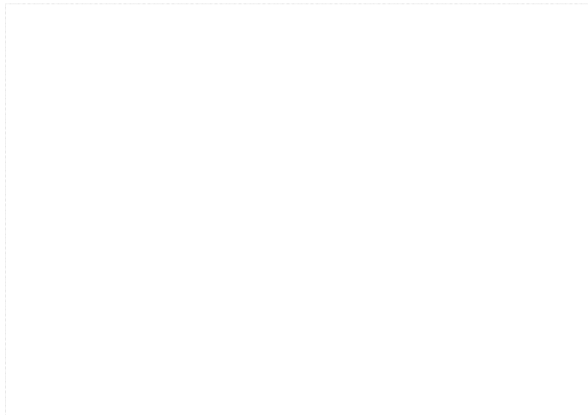
Fig. 4 Creep forces on a wheel

휠에 작용하는 외력인 크립력은 일반적인 크리피지 이론을 적용하여 구한다. Fig. 4와 같이 휠에 작용하는 크립력은 Kalker의 크리피지 계수를 이용하여 다음식으로 쓸 수 있다.

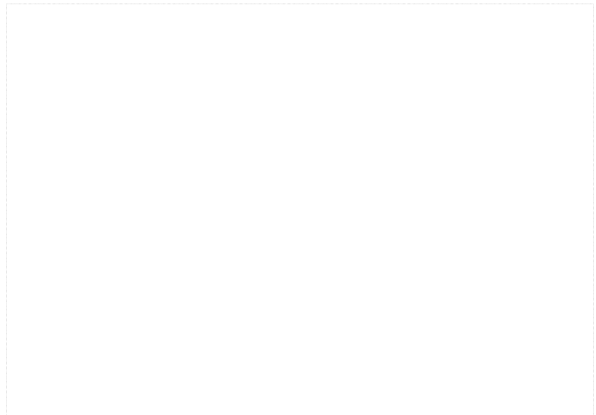
$$\begin{bmatrix} \bar{F}_1^c \\ \bar{F}_2^c \\ \bar{M}_3^c \end{bmatrix} = -Gab \begin{bmatrix} c11 & 0 & 0 \\ 0 & c22 & \sqrt{abc_{23}} \\ 0 & -\sqrt{abc_{23}} & abc_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_x \\ \zeta_y \\ \phi \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 ζ_x , ζ_y , ϕ 는 각각 종방향, 횡방향, 스핀 크리피지를 나타낸다. 식 (6)에서 구한 크립력을 좌표 변환을 통해 식 (5)에 대입한 후 적분과정을 통해 휠셋의 동역학 해를 구할 수 있다.

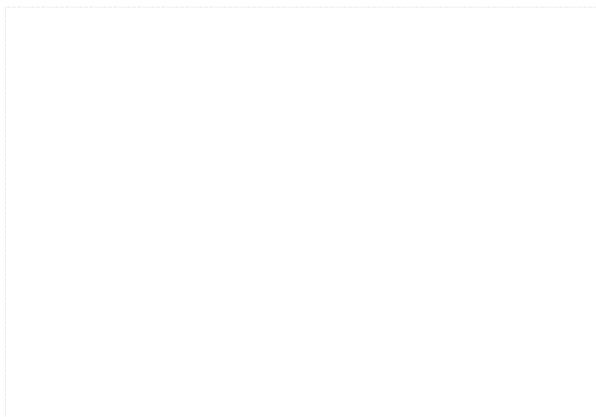
스핀각속도 $\dot{\theta} = 10 \text{ rad/sec}$ 는 일정하게 유지하고 초기 횡변위 $y = -0.005 \text{ m}$ 를 가한 후 휠셋의 운동을 해석하였다. 휠셋의 질량은 1700 kg , 질량관성모멘트 $[I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}] = [700 \text{ kgm}^2, 200 \text{ kgm}^2, 700 \text{ kgm}^2]$ 이다. 휠셋의 운동을 Fig. 5에 나타내었다. 그림에서 휠셋의 직진 주행시 사행동 특성이 나타나는 것을 알 수 있다. 그림에서와 같이 휠셋의 6자유도계에 대한 3차원 운동을 표현할 수 있어 제동 및 구동 등 모든 휠셋의 운동에 대한 해석이 가능하여 철도차량의 3차원 동역학 해석을 수행할 수 있다.



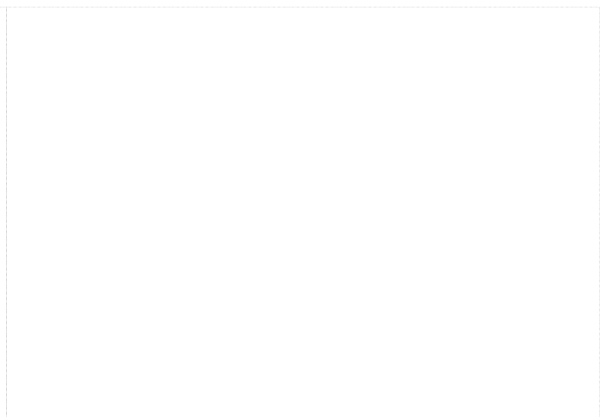
(a) longitudinal displacement



(b) lateral displacement



(c) vertical displacement



(d) yaw angle

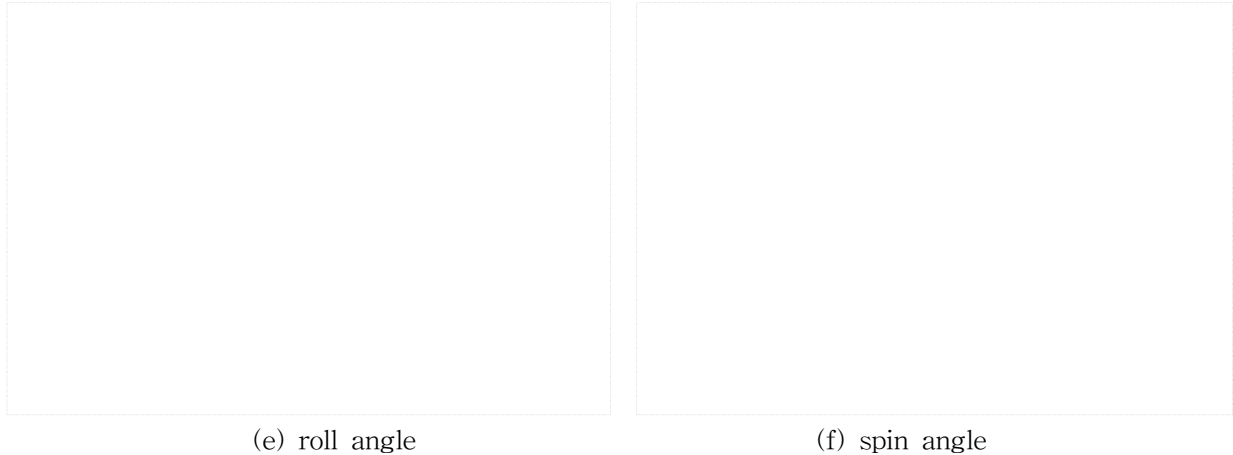


Fig. 5 Displacement of wheelset

3. 결론

본 연구에서는 휠과 레일의 3차원 접촉점 해석에 기초하여 휠셋의 동적 해석을 수행하였다. 휠셋의 횡방향 변위와 요각의 변화에 대해 휠셋의 수직방향 변위 및 롤 각이 결정되며 휠과 레일의 형상파라미터가 결정된다. 휠과 레일의 형상파라미터는 운동방정식에서 제거할 수 있어 간단한 형태의 운동방정식을 수립할 수 있다. 각 시간 단계마다 접촉 기구학 해석을 수행하지 않고 접촉기구학 해석에서 구한 데이터를 이용하여 보간법으로부터 중속변수를 구하면 동역학 해석시간을 줄일 수 있는 장점이 있다. 본 연구에서는 GV40 휠과 UIC60 레일 형상에 대해 3차원 접촉 기구학 해석 결과를 제시하였으며, 3차원 휠셋의 동역학 해석 방법을 보였다. 휠셋의 동적해석이 가능하므로 일반적인 다물체 동역학 해석 방법을 이용하여 철도차량과 차체를 다물체계로 모델링함으로써 철도차량의 동역학 해석이 가능하게 되었다.

참고문헌

1. Kortum, W. and Shiehlen, W., "General purpose vehicle system dynamics software based on multibody formalisma," Vehicle System Dynamics, Vol. 14., pp. 229-263, 1985
2. Kortum, W. and Shiehlen, W., "A report on the state-of-affaires on "Application of Multibody Computer Codes to Vehicle System Dynamics"," Vehicle System Dynamics, Vol. 20, pp. 177-184, 1990
3. Blader, F.B., et al, "Development and validation of a general railroad vehicle dynamics simulation (NUCARS)," Proc. of the 1989 IEEE/ASME Joint Railroad Conference, 1989
4. Matsumoto, A., Sato, A., Ohno, Y., Suda, H., Nishimura, Y., Tanimoto, R., and Oka, M., "Compatibility of curving performance and hunting stability of railway bogie," Vehicle System Dynamics, Vol 33, pp. 740-748, 1999
5. Johnson, K.L., 1985, Contact Mechanics, Cambrigde University Press, Cambridge, UK.
6. Kalker, J.J., 1982, "A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact," Vehicle System Dynamics, Vol. 11, pp. 1-13.
7. Piotrowski, J. and Chollet, H., 2005, "Wheel-rail contact models for vehicle system dynamics including multi-point contact," Vehicle System Dynamics, Vol. 43, No. 6-7, June-July, pp. 455-483.
8. Alonso, A. and Gimenez, J.G., 2006, "Some new contributions to the resolution of the normal wheel-rail contact problem," Vehicle System Dynamics, Vol. 44, Supplement, pp. 230-239.
9. Shabana,A.A. and Sany, J.R., "Anaugmented formulation for mechanical systems with non-generalized

coordinates:application to rigid body contact problems,” *Nonliner Dynamics*, 24, 183-204, 2001.

10. Pombo, J., Ambrosio, J. and Silva, M., “A new wheel-rail contact model for railway dynamics,” *Vehicle System Dynamics*, Vol. 45, No. 2, Feb., pp.165-189, 2001.
11. Juseok Kang, “A study on numerical analysis on wheel-rail contact points,” *J. of Korean Society for Railway*, Vol. 12, No. 2, pp. 236-242, 2009.