



코로나 방전기가 없는 전기집진기의 나노입자 집진에 관한 수치해석

이진운¹, 장재성², 이성혁^{*3}

NUMERICAL INVESTIGATION ON CAPTURE OF NANOPARTICLES IN ELECTROSTATIC PRECIPITATOR WITHOUT CORONA DISCHARGER

J.W. Lee,¹ J.S. Jang² and S.H. Lee^{*3}

This article presents computational fluid dynamics (CFD) simulations of nanoparticle movements and flow characteristics in laboratory-scale electrostatic precipitator (ESP) without corona discharge, and for simulation, it uses the commercial CFD program(CFD-ACE) including electrostatic theory and Lagrangian-based equation for nanoparticle movement. For validation of CFD results, a simple cylindrical type of ESP is simulated and numerical prediction shows fairly good agreement with the analytical solution. In particular, the present study investigates the effect of particle diameter, inlet flow rate, and applied electric potential on particle collection efficiency and compares the numerical prediction with the experimental data, showing good agreement. It is found that the particle collection efficiency decreases with increasing inlet flow rate because the particle detention time becomes shorter, whereas it decreases with the increase in nanoparticle diameter and with the decrease of applied electric voltage resulting from smaller terminal electrostatic velocity.

Key Words : 전기집진기(Electrostatic Precipitator, ESP), 전기수력학(Electro-Hydrodynamics, EHD), 입자집진(Nanoparticle Collection), 집진효율(Collection Efficiency), 종단속도(Terminal Electrostatic Velocity)

1. 서 론

지난 수십 년간 전기집진기는 높은 집진효율과 낮은 압력 손실 때문에 미세분진 제거 장치로 널리 사용되었다[1,2]. 환경에 대한 관심이 증가함에 따라 발전소나 산업 전반에서는 배출 먼지에 대한 엄격한 규격을 적용시키고 이에 따라 전기 집진기 내 집진효율을 높이기 위한 여러 가지 연구가 진행되고 있다[3]. 또한 최근 들어 의료, 환경, 산업 및 생물테러(bioterrorism)같은 분야에서 적용되는 바이오 에어로졸(biological aerosol), 부유 박테리아(airborne bacteria) 및 바이러스(viruses) 집진은 큰 이슈가 되고 있다[4,5]. 실내/외 박테리아 및 바이러스와 같은 미세 먼지에 대한 노출은 가벼운 통증에서부터 심각한 질병을 야기할 수 있는 위험성을 내포 하

고 있다. 이를 방지하기 위한 전기집진기는 코로나 방전을 이용하여 공기 중에 부유하고 있는 미세 먼지에 전기장을 작용시켜 입자들을 하전시킴으로써, 입자를 정전기적인 힘(electrostatic force)으로 제거시켜 공기를 정화하는 장치이다. 하지만 코로나 방전은 부산물로 인체의 호흡기관에 악영향을 미치는 오존과 질소산화물을 만드는 단점이 있다[6]. 이에 전기 분무(electrospray)를 이용한 오존 발생이 없는 전기집진기에 대한 연구가 진행되었고[7,8], 본 연구에서도 코로나 방전 시 발생하는 오존 및 질소산화물과 같은 유해 가스 발생을 방지하기 위해 코로나 방전기 없는 친환경 전기집진기[9]에 대한 수치 해석을 수행하여 집진효율을 예측하였다.

전기집진기 내 집진 현상을 분석하기 위해 다양한 연구가 진행되고 있다. Jedrusik 등[10,11]은 실험을 통해 대전전극 형태를 달리 하여 전기집진기 내의 집진 성능을 분석하였다. Podlinski 등[1]은 PIV 방법을 이용하여 유동가시화를 통해 스파이크 형태의 전기집진기 내의 유동 특성과 집진효율을 분석하였고, Zhuang 등[12]은 원통형 전기집진기(cylindrical ESP)를 이용하여 미세입자들의 집진 성능을 실험을 통해 분석하였다. 이와 같은 전기집진기 내의 특성을 얻기 위한 다양한

1 중앙대학교 대학원 기계공학부

2 울산과학기술대 기계신소재공학부

3 정회원, 중앙대학교 기계공학부

* TEL : 02) 820-5254

* Corresponding author, E-mail: shlee89@cau.ac.kr



실험이 수행되었지만 실험을 통한 연구는 전기집진기 내의 복합적인 현상의 원인을 파악하는데 한계가 있다. 따라서 실험과 함께 수치해석 연구를 병행하여 전기집진기 내의 집진 효율에 대한 연구가 진행되고 있다. 일반적으로 전기집진기 내의 입자들은 집진기 형상, 입구 조건 및 집진 조건에 따라 항력, 전기력, 중력 등 여러 가지의 힘에 영향을 받는다고 알려져 있다. 이러한 입자에 작용하는 힘들을 고려하여 입자의 거동을 분석한 여러 연구들이 진행되었다. Krinke 등[13]은 100 nm 이하의 금속 나노입자에 대해 입자간의 상호작용(interactions) 고려하여 입자 거동을 실험과 비교하였고, Zhang 등[14]는 0.5 μm, 5 μm, 50 μm 크기의 하전 입자(charged particle)가 가지는 표면에너지와 운동에너지 비교를 통해 벽면에서의 집진여부를 연구하였고, Lei 등[15]는 와이어-평판형 전기집진기(wire-plate ESP) 내 난류 유동이 0.5 - 5 μm의 입자에 미치는 영향을 연구하였다. 이와 같이 전기집진기 내에 입자의 지름에 따라 입자가 받는 힘을 고려하여 수치해석 및 실험을 수행하였으나 전기집진기의 집진효율에 영향을 미치는 다른 성능 인자들에 대한 집진 현상과 집진효율에 대한 논의가 부족하였다. 따라서 본 연구에서는 코로나 방전기가 없는 전기집진기에서 입자에 작용하는 힘들을 고려하여 공간적으로 분포된 나노입자들의 거동을 모사하고 다양한 인자(입구 유량, 인가전압, 입자의 지름)들이 집진효율에 미치는 영향을 전산유체해석을 통해 분석하였다.

2. 본 론

2.1 지배방정식

전기집진기 내의 유동 및 입자 운동은 전기장과 복잡하게 연관되어 있으며, 전기집진기의 집진 특성을 수치적으로 정확히 예측하기 위해서는 전기장 및 유동장에 대한 해석이 선행되어야 한다. 본 연구에서는 전기집진기 내의 공기 유동을 해석하기 위해 상용 프로그램인 CFD-ACE를 이용하여 다음과 같은 정상 상태의 연속방정식과 운동량 방정식을 사용하였다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla p + [\mu(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T)] + \mathbf{F} \tag{2}$$

여기서, \mathbf{u} 는 유체의 속도, ρ 는 유체의 밀도, μ 는 유체의 점성, p 는 압력, \mathbf{F} 는 중력과 전기장으로 인한 정전기력과 같이 유체에 작용하는 외력을 의미한다. 또한 코로나 방전이 없고, 자기장 및 입자의 공간전하밀도의 영향을 배제한 정상 상태의 전류의 흐름을 가정하면 전기장의 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 V = -\rho_c / \epsilon_0 \tag{3}$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V \tag{4}$$

여기서, V 는 전위차(electric potential), ρ_c 는 공간전하밀도, ϵ_0 은 자유공간에서 유전율, \mathbf{E} 는 전기장의 세기이다. 입자의 거동을 해석하기 위해 Lagrangian 모델을 기반으로 하는 운동방정식을 적용하였다. 입자에 작용하는 여러 힘 중 항력, 중력, 그리고 정전기력을 고려한 운동방정식을 다음과 같다[16,17].

$$m \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{F}_{drag} + \mathbf{F}_{grav} + \mathbf{F}_{elec} \\ = -\frac{3\pi\mu(\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f)d_p}{C_c} + (\rho_p - \rho_f)V_p\mathbf{g} + ne\mathbf{E} \tag{5}$$

여기서, u_p 는 입자의 속도, u_f 는 유체의 속도, d_p 는 입자의 지름, C_c 는 미끄럼보정인자(Cunningham Slip correction factor), V_p 는 입자의 부피, $ne\mathbf{E}$ 는 전기장에 의해 입자에 작용하는 정전기력이며, n 은 입자의 기본 전하의 수 e 는 기본 전하의 단위이다($=1.602 \times 10^{-19}$ C). Jang 등[9]의 실험에서와 같이 particle generator에서 나온 입자는 neutralizer를 거쳐 전기적으로 평형상태의 전하분포를 가지게 된다. 이 분포도를 따르면 100 nm의 입자에서 약 28%가 하나의 음전하($n=1$), 6%는 다수의 음전하를 띄게 된다[18]. 나노입자가 받는 정전기력은 식 (5)에서도 알 수 있듯이 입자가 가지는 전하의 수에 비례하며, 본 연구에서는 가장 작은 정전기력을 받는 하나의 음전하를 가지는 입자에 대해 거동을 분석하였다. 또한 입자의 사이즈가 나노입자 영역이므로 입자표면에서 기체가 미끄러지는 slip 현상을 고려하기 위해 다음과 같은 미끄럼보정인자를 도입하였다.

$$C_c = 1 + \frac{1}{Pd_p} [15.60 + 7.00\exp(-0.0059Pd_p)] \tag{6}$$

여기서 P 는 절대압력 (kPa), d_p 는 입자의 지름 (μm)이다[16].

2.2 종단속도와 집진효율

전기장의 영향을 받는 하전된 나노입자는 정전기력을 받으며, 주변의 유동에 의해 흐르는 나노 입자는 항력과 정전기력이 평형을 이루어 다음의 종단속도(terminal electrostatic velocity)에 도달하게 된다[16,17].

$$u_{TE} = \frac{neEC_c}{3\pi\mu d_p} \tag{7}$$



이와 같이 계산된 중단속도는 전기집진기 내의 집진효율에 직접적인 영향을 미치며, 아래의 식과 같다[19].

$$\eta = 1 - \exp\left(\frac{-u_{TE}A}{Q}\right) \quad (8)$$

여기서, A 는 집진전극의 면적(m^2), Q 는 유입되는 가스유량(m^3/s)이다. 일반적으로 전기집진기 내의 집진효율은 전기집진기 형상, 입자 특성, 유동 특성 등과 같이 여러 인자의 영향을 받는다. 전기집진기 내 집진효율에 대한 이론적 연구가 많이 되어 왔으며, 그 중 Mizuno [2]가 보고한 집진효율은 다음과 같다.

$$\eta = 1 - \exp\left(\frac{-u_{TE}LK}{u_0d}\right) \quad (9)$$

여기서, L 은 입자가 지나가는 방향의 집진전극의 길이(m), u_0 은 유체 속도(m/s), d 는 대전전극과 집진전극 사이의 간격(m), K 는 실험을 통해 결정된 수정계수이다. 식 (9)에서 유체의 속도에 대한 집진전극의 길이의 비는 전기집진기의 집진효율에 영향을 미치는 입자 체류시간(detention time)으로 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$t_0 = \frac{L}{u_0} \quad (10)$$

입구 유량에 따라 달라지는 입자 체류시간과 유체속도는 집진기 성능을 결정하는 중요한 인자이다. 식 (9)와 (10)을 통해 체류시간이 길어질수록, 유체속도가 느려질수록 집진효율이 높다는 것을 알 수 있다. 본 연구는 전기집진기 내 입자 거동 해석을 통해 집진효율을 예측하였고, 집진 성능에 영향을 미치는 입구 유량, 인가전압의 세기, 나노입자의 지름에 대한 집진효율을 기존의 이론적으로 예측된 집진효율과 검증하였다.

2.3 프로그램 예비 검증

전기집진기의 전기장, 유동장 및 입자 거동 특성에 대한 수치해석에 앞서, 본 연구에서 사용한 수치해석 기법에 대한 타당성을 검증하기 위해 간단한 원통 형태의 와이어-파이프 타입의 전기집진기의 전기적 특성을 비교하였다. 와이어-파이프 타입의 전기집진기는 Fig. 1(a)과 같이 일반적으로 전기집진기 내의 전기장 해석 시 검증에 사용되는 단순한 형상의 집진기로서 집진기 중심에 반경(a) 1.385 mm의 와이어 타입의 대전전극이 있으며, 바깥쪽 반경(b)이 101.6 mm 등심원 파

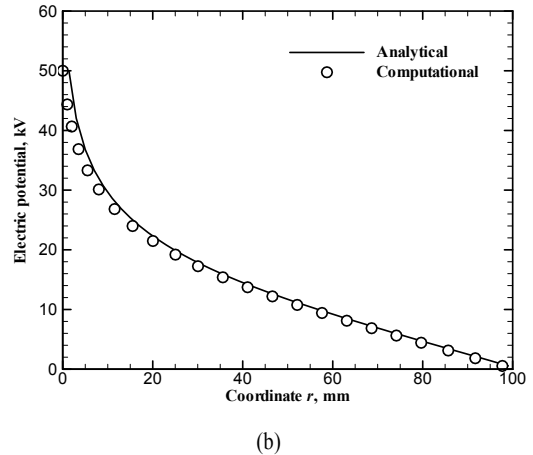
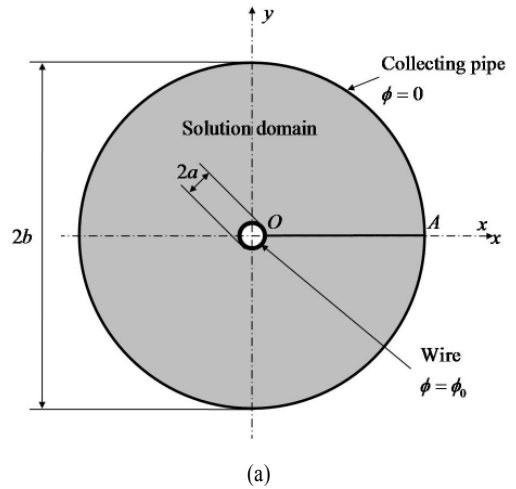


Fig. 1 Schematic of cylindrical electrostatic precipitator (a) and variation of electric potential in cylindrical ESP along line OA (b)

이프 형태의 집진전극의 형상을 가지고 있다. 대전전극에는 50 kV의 전압을 인가하였고, 대전전극 부터 반경 거리에 대한 전위차에 대한 분석해는 다음과 같다[20].

$$\phi(r) = \frac{\rho_0}{4\epsilon_0}(b^2 - r^2) + \left[\phi_0 - \frac{\rho_0}{4\epsilon_0}(b^2 - a^2) \right] \frac{\ln r - \ln b}{\ln a - \ln b} \quad (10)$$

여기서, r 은 와이어 중심에서부터 반경 거리이며, 전하 밀도 $\rho_0=20 \mu C/m^3$, 유전율 $\epsilon_0=8.8854 \times 10^{-12} F/m$, 인가전압 $\phi_0=50 kV$ 이다. Fig. 1(b)은 와이어 중심에서부터의 반경거리에 대한 전위차의 변화를 보여준다. 전위차가 높은 대전전극을 중심으로 전압이 낮은 집진전극 방향으로 전기장이 형성되고, 주어진 분석해와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

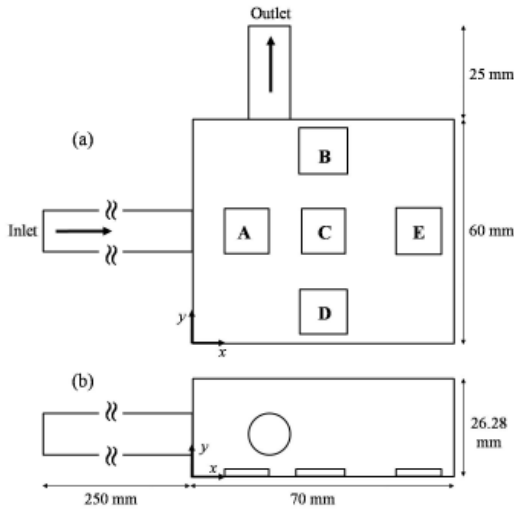


Fig. 2 The top view of electrostatic precipitator (a) and side view (b)

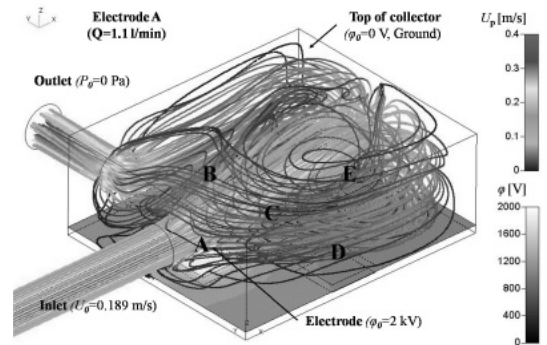
3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 코로나 방전기가 없는 전기집진기 내의 유동과 전기장의 영향을 받는 나노입자의 거동 모사를 통한 집진효율을 예측하기 위해 수치해석을 수행하였다. 전기집진기 내의 유동과 전기장을 알아보기 위해 작동유체는 공기로 가정하였으며, 나노입자는 입구에 총 97개를 1 mm 간격으로 배열하였고, 본 연구에서 사용한 나노입자와 공기의 물성값은 Table. 1과 같다. Fig. 2는 본 연구에서 수치해석을 수행한 전기집진기의 평면도와 측면도이다. 이 전기집진기는 Jang 등[9]의 실험에서 사용한 전기집진기를 형상화하였으며, 12 mm × 12 mm의 5개의 전극을 바닥에 위치시켰다.

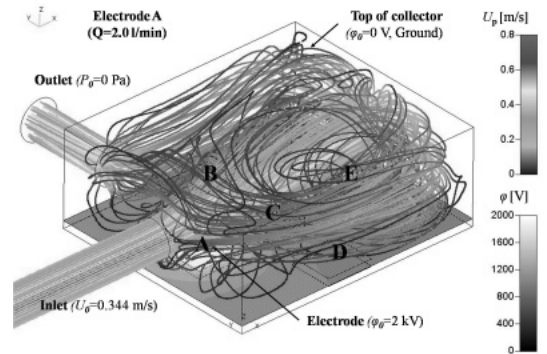
Fig. 3과 같이 전기집진기 내부의 유동을 계산하기 위한 경계조건으로는 입구의 경우, 속도 조건을 주어 긴 입구를 통과하게 하여 완전 발달된 속도분포를 부여하였고, 출구의 경우 압력경계조건, 그리고 벽면에서는 점착조건(no-slip condition)을 적용하였다. 한편, 전기장 해석을 위한 경계조건

Table 1 Material properties of air and nanoparticle[9]

Air density, ρ_a (kg/m ³)	1.225		
Air viscosity, μ_a (kg/m·s)	1.789×10^{-5}		
Air relative permittivity, ϵ_a	1		
Particle density, ρ_p (kg/m ³)	1050		
Particle relative permittivity, ϵ_p	2.6		
Particle diameter, d_p (μ m)	90	100	110
Cunningham slip correction factor, C_c	2.73	2.92	3.16



(a) Q=1.1 l/min



(b) Q=2.0 l/min

Fig. 3 Boundary conditions and simulation results of inlet flow rate in electrostatic precipitator (case for electrode A)

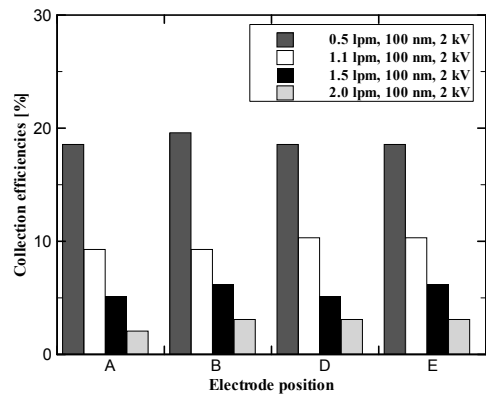


Fig. 4 Effect of inlet flow rate on the collection efficiency

으로 바닥면 전극에 2 kV의 일정 전압을 인가하였고, 전기집진기의 윗면은 접지 조건을 사용하였다. 또한 Fig. 3의 나노입자의 거동 궤적에서 알 수 있듯이 입구와 출구를 수직으로 배치시켜 전기집진기 내의 소용돌이(swirling) 유동을 형성시

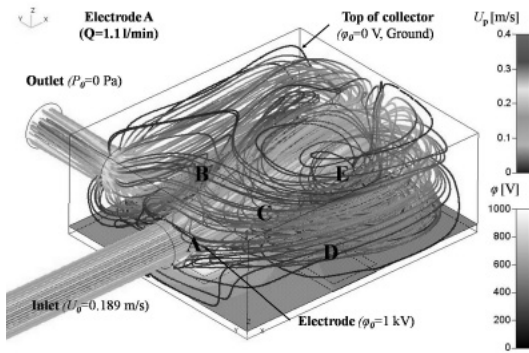


Fig. 5 Behavior of the nanoparticle inside an ESP with electrostatic force (case for electrode A, applied voltage 1.0 kV)

킴으로써 나노입자들을 집진기 내에 오랫동안 머물게 하여 집진효율을 향상시키며, 하나의 음전하를 가지는 나노입자들은 정전기력에 의해 전압이 인가된 전극에 집진된다. 본 연구에서는 예측된 집진효율은 총 유입된 97개의 나노입자 수에 대한 집진된 나노입자의 수로 정의하며, 나노입자가 인가된 전극면 위에서 최종 속도가 0 m/s 인 입자를 집진되었다고 판정한다.

Fig. 4는 입자의 지름이 100 nm, 인가전압이 2 kV일 때 각 전극에서의 입구 유량에 따른 집진효율을 나타낸다. 각각의 전극에서 입구 유량이 증가할수록 집진효율이 낮아진다. Fig. 4에서 입자의 속도(U_p)에서 보듯이 동일한 입구 면적에 대해 입구 유량이 증가할수록 집진기 내부로 들어오는 유속이 빨라진다. 이에 따라 나노입자들 역시 속도가 빨라지며, 입자가 집진기 내에 머무는 체류시간이 짧아지게 되어 집진효율이 낮아지게 된다. 이것은 식 (9)을 통해서도 예측할 수 있으며, 실제 집진기 내에 입자가 머무는 시간은 유량 0.5 l/min, 1.1 l/min, 1.5 l/min, 2.0 l/min에 따라 평균 13.58 초, 8.41 초, 4.86 초, 3.61 초로 짧아진다. Fig. 4의 결과는 입자의 지름이 100 nm, 전극 A에 2 kV를 인가했을 때의 결과이며 다른 전극에서도 마찬가지로 동일한 경향을 나타낸다.

Fig. 5는 입자의 지름 100 nm, 입구 유량이 1.1 l/min 이고, 전극 A의 인가전압의 세기가 1 kV일 때의 나노입자의 거동을 나타내며, 전압의 세기가 커질수록 집진효율은 높아진다. 이것은 식 (7)에서처럼 인가전압이 증가함에 따라 비례적으로 전기장 세기가 커지게 되면 궁극적으로 입자 종단속도가 증가하여 집진효율이 증가하는 것으로 분석된다. 또한 전극 가까이 지나가는 나노입자일수록 입자에 작용하는 정전기력이 커서 더 쉽게 집진이 될 수 있는 반면, 전극에서 멀리 지나가는 나노입자들은 정전기력에 비해 항력이 커서 유동장을 따라 그대로 통과하는 것을 확인하였다.

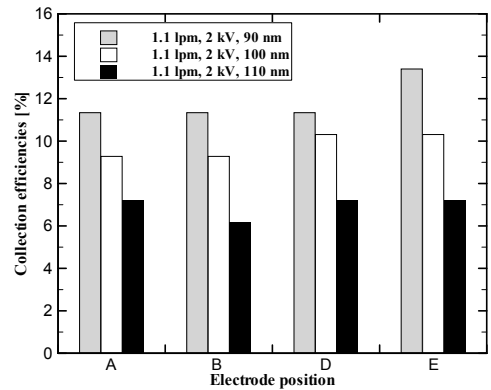


Fig. 6 Effect of particle diameters on the collection efficiency

Fig. 6은 나노입자의 지름이 집진효율에 미치는 영향을 나타내며 나노입자의 지름이 감소할수록 집진효율이 증가할 것을 확인할 수 있다. 이것은 입자 지름이 작아질수록 Table 1에서 나타내는 바와 같이 미끄럼보정인자도 작아지지만 나노입자의 지름의 감소율에 비해 미끄럼보정인자가 감소하는 비율을 상대적으로 낮다는 것을 알 수 있다. 식 (7)에서처럼 미끄럼보정인자와 나노입자 지름의 비에 비례하는 종단속도는 나노입자 지름이 감소함에 따라 증가하여 집진효율이 증가하는 것을 예측할 수 있으며, 수치해석 결과에서도 입자 지름이 작을수록 종단속도가 빠른 것을 확인하였다.

4. 결 론

본 연구에서는 코로나 방전기가 없는 전기집진기 내의 유동과 전기장의 영향을 받는 나노입자의 거동 모사를 통한 집진효율을 예측하기 위해 상용프로그램인 CFD-ACE를 이용하여 수치해석을 수행하였다. 본 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 전기집진기 내의 집진현상은 입자에 작용하는 전기장이 중요하며 이를 검증하기 위해 원통 형태의 전기집진기 내 대전전극부터 반경 거리에 대한 전위차에 대한 분석해와 수치해석 결과가 잘 일치하는 것을 확인하였다.
- (2) 전기집진기 내의 나노입자 집진효율은 입구 유량, 인가전압, 입자 지름에 따라 달라진다. 입구유량이 감소할수록 나노입자의 유속이 느려져 집진기 내에 머무는 체류시간이 길어지게 되어 집진효율이 높아진다.
- (3) 인가전압이 증가함에 따라 비례적으로 전기장 세기가 커져 입자의 종단속도가 증가하여 집진효율이 증가하며, 나노입자의 지름이 작아질수록 미끄럼보정인자도 작아지지만 나



노입자의 지름의 감소율에 비해 미끄럼보정인자가 감소하는 비율이 상대적으로 낮아 입자의 중단속도는 증가하여 집진효율이 높아진다.

후 기

본 연구는 지식경제부의 지원으로 수행한 에너지자원인력 양성사업의 연구결과입니다.

참고문헌

- [1] 2009, Podlinski, J. et al., "Electrohydrodynamic flow and particle collection efficiency of a spike-plate type electrostatic precipitator," *Journal of Electrostatics*, Vol.67, pp.99-104.
- [2] 2000, Mizuno, A., "Electrostatic Precipitation," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, Vol.7, pp.615-624.
- [3] 2007, Jaworek, A. et al., "Modern Electrostatic Devices and Methods for Exhaust Gas Cleaning: A Brief Review," *Journal of Electrostatics*, Vol.65, pp.133-155.
- [4] 2003, Li, C.S. and Wen, Y.M., "Control Effectiveness of Electrostatic Precipitation on Airborne Microorganisms," *Aerosol Science and Technology*, Vol.37, pp.933-938.
- [5] 2004, Hogan Jr., C.J. et al., "Capture of Viral Particles in Soft X-Ray-Enhanced Corona Systems: Charge Distribution and Transport Characteristics," *Aerosol Science and Technology*, Vol.38, pp.475-486.
- [6] 1997, Boelter, K.J. and Davidson, J.H., "Ozone Generation by Indoor, Electrostatic Air Cleaners," *Aerosol Science and Technology*, Vol.27, pp.689-708.
- [7] 2007, Tepper, G. et al., "An Electro-spray-Based, Ozone-Free Air Purification Technology," *Journal of Applied Physics*, Vol.102, 113305.
- [8] 2008, Tepper, G. and Kessick, R., "A Study of Ionization and Collection Efficiencies in Electro-spray-Based Electrostatic Precipitators," *Journal of Aerosol Science*, Vol.39, pp.609-617.
- [9] 2007, Jang, J.J. et al., "Capture of Airborne Nanoparticles in Swirling Flows Using Non-Uniform Electrostatic Fields for Bio-Sensor Applications," *Sensors and Actuators B*, Vol.121, pp.560-566.
- [10] 2001, Jedrusik, M. et al., "Effect of the Particle diameter and Corona Electrode Geometry on the Particle Migration Velocity in Electrostatic Precipitators," *Journal of Electrostatics*, Vol.51-52, pp.245-251.
- [11] 2003, Jedrusik, M. et al., "Experimental Study of Fly Ash Precipitation in a Model Electrostatic Precipitator with Discharge Electrodes of Different Design," *Powder Technology*, Vol.135-136, pp.295-301.
- [12] 2000, Zhuang, Y. et al., "Experimental and Theoretical Study of Ultra-Fine Particle Behavior in Electrostatic Precipitators," *Journal of Electrostatics*, Vol.48, pp.245-260.
- [13] 2002, Krinke, T.J. et al., "Microscopic Aspects of the Deposition of Nanoparticles from the Gas Phase," *Journal of Aerosol Science*, Vol.33, pp.1341-1359.
- [14] 2005, Zhang, X. et al., "Particle Tracking and Particle-Wall Collision in a Wire-Plate Electrostatic Precipitator," *Journal of Electrostatics*, Vol.63, pp.1057-1071.
- [15] 2008, Lei, H. et al., "EHD Turbulent Flow and Monte-Carlo Simulation for Particle Charging and Tracing in a Wire-Plate Electrostatic Precipitator," *Journal of Electrostatics*, Vol.66, pp.130-141.
- [16] 1999, Hinds, W.C., *Aerosol Technology*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [16] 2001, Baron, P.A. and Willeke, K., *Aerosol Measurement: Principles, Techniques, and Applications, 2nd ed.*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [18] 1988, Wiedensohler, A., "Technical Note: An Approximation of the Bipolar Charge Distribution for Particles in the submicron size range," *Journal of Aerosol Science*, Vol.19, pp.387-389.
- [19] 1922, Deutsch, W., "Bewegung und Ladung der Elektrizitätsträger im Zylinderkondensator," *Annalen Der Physik*, Vol.68, pp.335-344.
- [20] 2009, Neimarlija, N. et al., "Finite Volume Method for Calculation of Electrostatic Fields in Electrostatic Precipitators," *Journal of Electrostatics*, Vol.7, pp.37-47.