



격자 변형 기법을 사용한 운동하는 2차원 실린더 주위의 유동 해석

이 희 범,^{*1} 이 신 형²

ANALYSIS OF TWO-DIMENSIONAL FLOW AROUND AN OSCILLATING CYLINDER USING MOVING MESH TECHNIQUES

Hee Bum Lee^{*1} and Shin Hyng Rhee²

Recently, thanks to advanced computational power and numerical techniques, it is made possible to analyze the flow around moving bodies using computational fluid dynamics techniques. In those simulations, moving mesh techniques should be able to represent both the body motion and boundary deformation, which are frequently encountered in fluid-structure interaction and/or six degree-of-freedom problems. There are several moving mesh techniques, such as the Laplacian operator based, tension spring based and elastic deformation based methods. In the present study, the Laplacian operator based method was utilized and the results were validated. For the validation, the flow around an oscillating two-dimensional cylinder was simulated and analyzed.

Key Words : 격자변형기법(Moving Mesh Techniques), 전산유체역학(CFD), 실린더(Cylinder), 보텍스쉐딩(Vortex Shedding)

1. 서 론

움직임을 가지는 물체 주위의 유체력을 유한체적법(FVM)으로 해석하는 것은 정적인 상태에서 물체를 정상상태 해석하거나 동적 거동을 RANS 방정식의 생성항으로 표현하는 방법을 많이 사용한다. 그러나 이러한 방법들은 물체의 변형이나 움직임을 고려하는데 있어 한계가 있기 때문에 최근에는 실제 물체의 동적 거동을 표현하도록 격자를 변형하는 기법을 많이 사용하고 있다. 격자 변형 기법에 대해서는 그동안 많은 연구가 있었으며 보통은 2차 편미분 방정식에 기초한 방법을 사용하며 대표적으로 라플라시안 기법[1-2], 스프링 기법[3-6], 탄성변형 기법[7-9] 등이 있다. 이러한 2차 편미분 방정식에 기초한 방법들은 경계면에서의 격자의 간격과 격자점의 위치를 조절할 수 있으나 둘을 동시에 조절하는 것은 불가능하다는 단점이 있다. 예를 들어 물체가 움직이면 그 주변 격자를 변형 시켜야 하는데, 경계층을 모사하려면 경계면에서

첫 번째 격자의 간격은 고정시켜야한다. 첫 번째 격자 간격을 고정 시키게 되면 격자 변형의 모양이 전체적으로 좋지 못하며 반대로 전체적으로 좋은 격자 변형을 표현하다 보면 경계면에서 첫 번째 격자의 간격이 변하게 된다. 2차 편미분 방정식의 이러한 한계를 벗어나기 위하여 4차 편미분 방정식에 기초한 바이하모닉(Biharmonic) 격자 변형 기법이 제안되기도 하였다[10]. 격자 변형 기법은 궁극적으로 물체의 형상 변화를 표현할 수 있어야 할 뿐 아니라 물체의 6자유도 운동 역시 표현할 수 있어야 한다. 또한 경계층도 유지하면서, 격자의 질도 최대한 좋게 유지해야 하는 어려움이 있어 아직도 많은 연구가 이루어 지고 있다. 본 연구에서는 최근 활발히 연구되고 있는 Open source CFD 코드인 OpenFOAM의 격자 변형 기법을 사용하여 움직이고 있는 2차원 실린더 주위 유동을 우선적으로 해석하였으며 2차원에서 격자 변형 기법의 타당성을 검증 하였다.

2. 지배 방정식

2.1 움직이는 제어 체적에서의 지배 방정식

비압축성 유동장의 경우 그 지배 방정식은 연속방정식과 운동량방정식이며 제어체적의 변형을 고려하면 다음과 같다.

1 정희원, 서울대학교 조선해양공학과

2 정희원, 서울대학교 조선해양공학과 해양시스템공학연구소(RIMSE)

* Corresponding author, E-mail: claid1@snu.ac.kr

$$\oint_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} dS = 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_V \rho u dV + \oint_S \mathbf{n} \cdot \rho(\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \mathbf{u} dS \\ & = \oint_S \mathbf{n} \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) dS - \int_V \nabla p dV \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 ρ 는 밀도, \mathbf{n} 은 경계면 S에서 바깥으로 향하는 방향의 법선벡터, \mathbf{u} 는 유체의 속도, \mathbf{u}_s 는 경계면 S에서의 속도를 의미한다. μ 는 유체의 점성계수이며 p 는 절대압력에서 정수압인 $\rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}$ 을 뺀 동압을 의미한다. \mathbf{g} 는 중력가속도이고 \mathbf{r} 은 위치벡터를 나타낸다. 제어체적의 변화율과 제어체적면의 속도와의 관계는 다음과 같은 공간 보존 법칙을[14] 만족해야 한다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \partial V - \oint_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_s \partial S = 0 \tag{3}$$

적분방정식 형태로 표현되어진 식 (2)를 2차 정도를 가지는 midpoint 방법으로 이산화 시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{d(\rho_f \mathbf{u}_P V_P)}{dt} + \sum_f (\dot{m}_f - \rho_f \dot{V}_f) \mathbf{u}_f \\ & = \sum_f \mu_f \mathbf{n}_f \cdot (\nabla \mathbf{u})_f S_f + (\nabla p)_P V_P \end{aligned} \tag{4}$$

여기서 P와 f는 각각 셀 중심과 면 중심에서의 값을 의미한다. 또한, 질량보존 법칙을 만족시키도록 면 중심에서의 질량 유량 $\dot{m}_f = \rho_f \mathbf{n}_f \cdot \mathbf{u}_f S_f$ 이 성립해야 하며 셀 전체에서의 유량인 \dot{V}_f 역시 공간 보존 법칙을 만족해야 한다.

2.2 격자 변형 기법

앞서 서론에서 언급 했듯이 현재 많이 사용하고 있는 격자 변형 기법은 대부분 2차 편미분 방정식에 기초하고 있다. Biharmonic 방법을 사용한 격자 변형 기법은 그 우수성에도 불구하고 격자 변형을 계산하는데 라플라시안 방법을 사용한 기법보다 약 4배 이상의 연산이 요구되기 때문에 많이 사용되지는 않고 있으며 본 연구에서 사용한 Open CFD 코드인 OpenFOAM 역시 2차 편미분 방정식인 라플라스 방정식에 기초한 격자 변형 기법을 사용하며 그 지배 방정식은 다음과 같다

$$\nabla \cdot (\gamma \nabla \mathbf{u}) = 0 \tag{5}$$

여기서 γ 는 확산계수로 작용하며 상수 혹은 변수로 표현할 수 있다. 이 확산계수는 그 크기에 따라 도메인 전체 격자의 변형 속도 \mathbf{u} 를 조절하는 역할을 한다. 다음 타임 스텝에서의 격자의 위치 벡터는 다음과 같이 재구성 된다.

$$\mathbf{x}_{new} = \mathbf{x}_{old} + \mathbf{u} \Delta t \tag{6}$$

여기서 \mathbf{x}_{old} 와 \mathbf{x}_{new} 는 타임스텝 Δt 에 따른 격자점의 위치를 뜻한다.

확산계수는 여러 방법으로 정의할 수 있으며 크게 거리기반 기법(Distance-based method)과 격자질기반(Quality-based method) 기법이 있다. 거리기반 기법은 확산계수를 거리의 함수로 표현한 방법으로 Linear, Quadratic, Exponential 등의 함수로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Linear: } \gamma = \frac{1}{l} \tag{7}$$

$$\text{Quadratic: } \gamma = \frac{1}{l^2} \tag{8}$$

$$\text{Exponential: } \gamma = e^{-l} \tag{9}$$

반면 격자질기반 기법은 확산계수를 격자의 질을 평가할 수 있는 직교성이나 스큐니스 등과 같은 항목으로 표현하여 나타내는 방법이다. 두 방법 모두 확산계수를 선택하는 것에 따라 격자 변형 모양이 민감하기 때문에 문제의 특성과 상황에 맞는 값을 사용하여야 전체적으로 격자 변형이 잘 이루어질 수 있다.

3. 2차원 실린더 주위의 유동

3.1 문제 정의

2차원 실린더를 지나간 유동은 압력의 차이로 인하여 일정한 주기 f_0 을 가진 채 뒤쪽으로 계속 흘러가게 되며 이는 vortex shedding 이라는 현상으로 나타나게 된다. 이 상태에서 실린더를 f_e 의 주기로 강제로 진동시키고, 그 주기 f_e 가 원래 vortex shedding의 주기인 f_0 에 접근하게 되면 주기의 상호 간섭으로 인하여 주변의 유동 현상에 변화가 나타나게 된다. f_e/f_0 의 비율이 1에 접근하면 실린더의 양력 계수가 증가하며 그 위상 역시 180도로 변하게 되는 것이 대표적으로 알려져 있다.[11] 하지만 본 연구에서는 OpenFOAM에서 사용하는 격자 변형 기법 타당성을 우선적으로 검증하기 위하여 실린

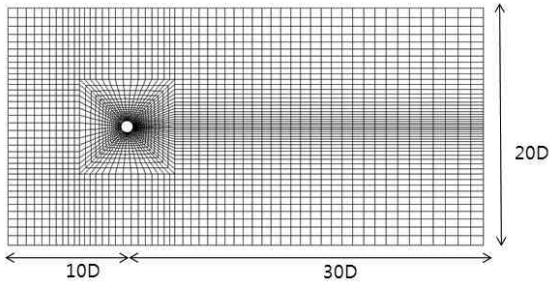


Fig. 1 Domain and grid

더의 진동 주기가 실린더 후류의 고유주기와 겹치지 않도록 하고 그 특성만을 살펴 보았다.

3.2 도메인 및 격자 구성

도메인의 형상은 실린더의 지름D를 기준으로 앞쪽으로 20D, 뒤쪽으로 30D, 폭 방향으로 20D 의 크기를 가진다.

실린더 주위의 격자는 총 3,650여 개의 정렬격자를 사용하였다. 경계조건은 실린더 왼쪽으로부터 inlet 조건을 사용하였으며 오른쪽으로 압력이 빠져 나가는 outlet 조건을 사용하였다. 실린더의 위와 아랫면은 모두 slip wall 조건을 사용하였다.

3.3 계산 방법

지배방정식을 수치적으로 풀어내기 위하여 시간항은 1차 정도를 가지는 Euler implicit scheme으로 이산화 하였으며 확산항은 2차 정도를 가지는 central difference scheme 방법을 사용하였다. 대류항은 1차/2차 정도를 가지는 upwind 기반 bounded scheme인 Gauss linearUpwind 방법을 사용하였다. 속도-압력 수정식으로는 PISO와 SIMPLE을 결합한 PIMPLE 방법을 사용하여 이산화 하였으며, 압력수정방정식은 2차 정도를 가지는 central difference scheme 을 사용하였다.

3.4 고정된 실린더 주위의 유동

전체 도메인의 레이놀드 수는 10,000을 기준으로 하였으며 실린더 후류에 발생하는 vortex shedding의 주기 f_0 를 알아내기 위하여 실린더를 고정시킨 후 유동을 살펴보았다.

Figure 2는 시간이 5초일 때의 유동장의 모습이다. 위쪽 그림은 와도를 나타낸 것이고, 아래쪽 그림은 속도의 절대값을 나타낸 것이다. 전체적으로 보았을 때 실린더 후류에 발생하는 유동장이 주기를 가지고 있다는 것을 확인할 수 있다. Figure 3은 시간에 따른 실린더에 가해지는 양력계수를 나타낸 것이다. 최초 양력 발생이 주기를 가지고 발생하기 시작하며 점차 0.42~0.43s 정도의 주기로 수렴하게 된다. 이 때

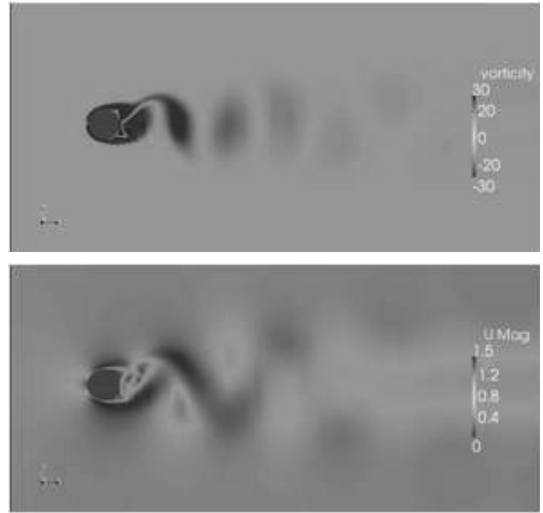


Fig. 2 Contour of vorticity(top) and velocity magnitude(bottom) at t=5s (stationary)

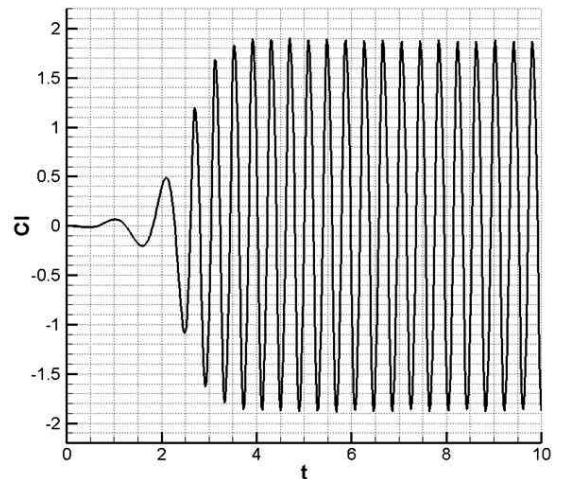


Fig. 3 Time varying lift coefficient on the cylinder

$f_0 = 2.3Hz$ 이다. St (strouhal) 수를 확인하면 약 0.23 정도로 실린더에서 발생하는 일반적인 St 수인 0.21보다 약간 큰 값을 보여주고 있다.

3.5 진동하는 실린더 주위의 유동

앞서 확인한 실린더의 고유주기 $f_0 = 2.3Hz$ 이며 실린더를 이에 맞도록 강제 진동시켜 실린더에 작용하는 양력계수의 변화를 살펴보았다. 실린더의 시간에 따른 위치는 다음과 같이 정할 수 있다.

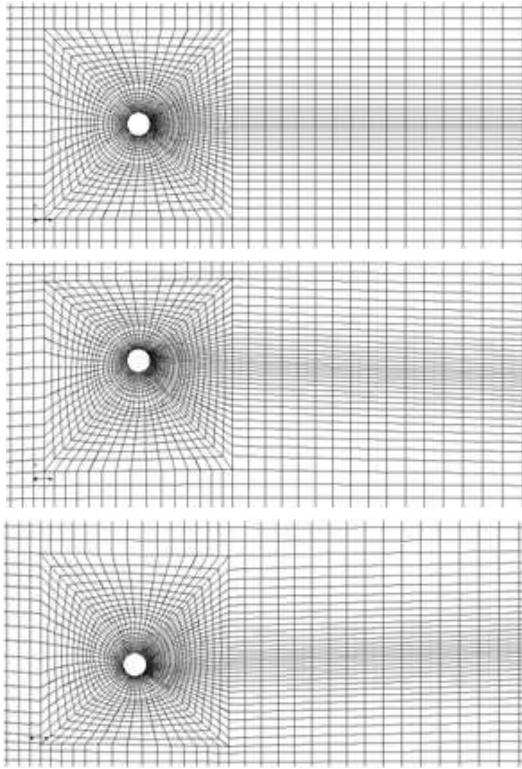


Fig. 4 Mesh deformation at t=0s(top), t=0.2s(middle), t=0.4s(bottom)

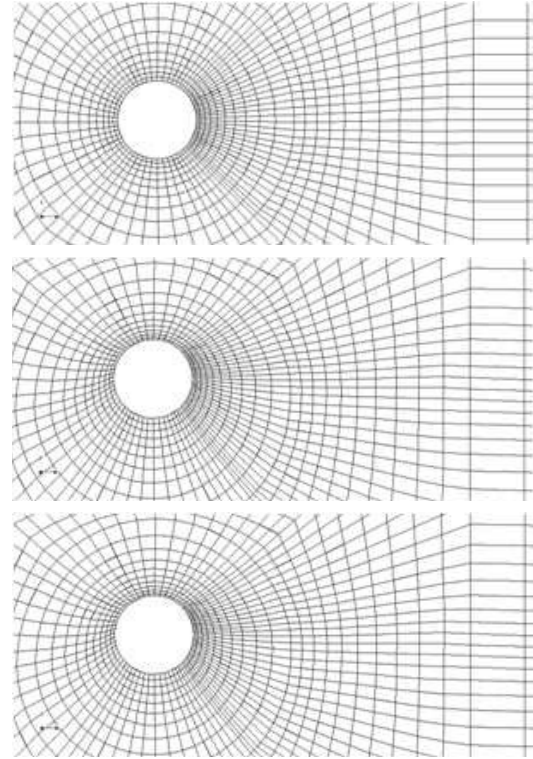


Fig. 5 Mesh deformation near the cylinder at t=0s(top), t=0.2s(middle), t=0.4s(bottom)

$$y = A \sin(2\pi f_e t) \tag{10}$$

격자 변형 기법을 사용하기 위해서는 실린더의 시간에 따른 순간 속도가 있어야 하므로 식 (10)을 시간에 대하여 미분하여 다음과 같이 정한다.

$$\frac{dy}{dt} = 2\pi f_e A \cos(2\pi f_e t) \tag{11}$$

실린더 진폭과 지름의 비 $A/D=0.5$, 로 하였고 $f_e = 1\text{Hz}$ 의 조건을 설정하였다. Figure 4는 격자 도메인 전체의 격자 변형을 나타내고 있다. 시간이 0.2s 일 때, 실린더가 위로 움직이면서 주변 격자가 변형하는 모습을 볼 수 있으며, 반대로 시간이 0.4s일 때, 격자가 아래로 방향으로 변하는 것을 볼 수 있다. 도메인 전체적인 격자의 변형은 비교적 부드럽게 잘 이루어지고 있다는 것을 알 수 있다. Figure 5는 실린더 주위를 확대하여 격자가 변형된 모습을 보여준다. 시간이 0.2초와 0.4 일때 모두 실린더 주위의 격자가 많이 변형

되어 있는 것을 확인할 수 있다. 경계층 등을 모사하기 위해서는 실린더 주위의 격자 간격을 거의 일정하게 유지해야 하지만 라플라시안 격자 변형 기법의 특성상 도메인 전체적인 격자의 변화와 실린더 주위의 격자 변화를 모두 만족시키는 것에는 한계가 있어 보인다.

Figure 6은 진동하고 있는 실린더 주위의 시간이 5초 일 때 유동장의 모습이다. 위쪽 그림은 와도를 나타낸 것이고 아래쪽 그림은 속도의 절대값을 나타낸 것으로 Figure 2에서의 유동장과는 확실히 다른 모습을 보이고 있다. 실린더의 움직임이 없을 때는 vortex가 거의 일직선으로 생기고 있으나 실린더의 진동이 있을 경우에는 vortex가 약간 사선으로 물려있는 경향을 나타내고 있다. Figure 7은 진동하고 있는 실린더의 시간에 따른 양력계수의 값을 보여주는데 Figure 3에서 보이는 것과는 달리 시간이 0초 이후로 양력계수가 바로 나타나기 시작하며 이는 와도 보다는 실린더가 움직이는 방향으로 압력이 더 크게 작용했다고 할 수 있다. 또한 실린더의 진동 주기와 vortex가 떨어져 나가는 주기가 중첩되어 보이는 파형을 나타낸다.

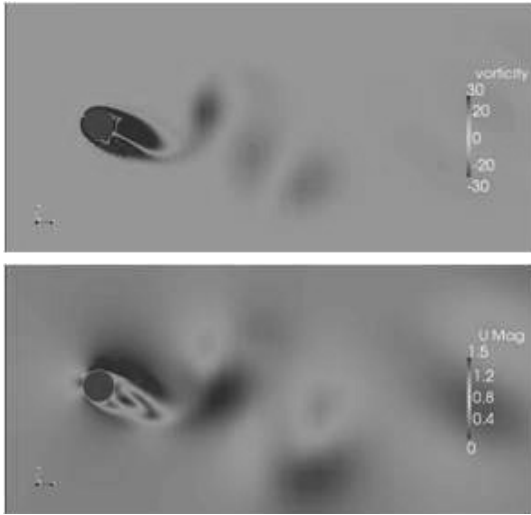


Fig. 6 Contour of vorticity(top) and velocity magnitude(bottom) at $t=5s$ (oscillating)



Fig. 7 Time varying lift coefficient on the oscillating cylinder

5. 결 론

본 연구에서는 Open source CFD 코드인 OpenFOAM의 라플라시안 기반의 격자 변형 기법에 대해서 알아보고, 그 가능성에 대하여 확인 하였다. 라플라시안 기반의 격자 변형 기법은 전체적인 격자의 질은 좋지만 실린더 주위의 격자 변형에 대해서는 첫 번째 격자의 크기를 지켜주지 못한다는 단점이 있기 때문에 난류 모델 및 격자의 대 변형이 있는 경우에는 이에 대한 고려를 해 주어야 한다.

본 연구를 통하여 강제 진동하는 실린더 주위의 유동 특성에 대하여 확인할 수 있었으며, 격자 변형 기법의 적합성을

확인할 수 있었다. 향후 본 코드에 biharmonic 기반의 격자 변형 기법을 적용하여 경우에 따라 격자 변형 기법을 선택할 수 있도록 하여 보다 만족할 만 한 격자 변형이 이루어 질 수 있도록 해야 할 것이다.

후 기

본 논문은 교육과학기술부 선도연구센터육성사업의 “다중 현상 CFD 연구센터(2009-0093129)” 및 해양대학교 수중운동체 특화센터(411115-911013101-712)의 지원으로 제작되었습니다.

참고문헌

- [1] 1996, Lohner, R. and Yang, C., "Improved ALE mesh velocities for moving boundaries," *Comm. Num. Meth. Eng.*, Vol.12, pp.599-608.
- [2] 1999, Robertson, I. and Sherwin, S., "Free-surface flow simulation using hp/spectral elements," *J. Comp. Phys.*, Vol. 155, pp.26-53.
- [3] 1991, Batina, J., "Unsteady euler algorithm with unstructured dynamic mesh for complex-aircraft aerodynamic analysis," *AIAA Journal*, Vol.29(3), pp.327-331.
- [4] 1998, Venkatakrisnan, V. and Mavriplis, D.J., "Implicit method for the computation of unsteady flow on unstructured grid," *AIAA*, 95-1705.
- [5] 1998, Hassan, O., Probert, E.J. and Morgan, K., "Unstructured mesh procedures for the simulation of three dimensional transient compressible inviscid flows with moving boundary components," *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol.27, pp.41-55.
- [6] 1998, Farhat, C., Degand, C., Koobus, B. and Lesoinne, M., "Torsional springs for two-dimensional dynamic unstructured fluid meshes," *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.163. pp.231-245.
- [7] 1982, Lynch, D.R., "Unified approach to simulation on deforming elements with application to phase change problems," *J. Comput. Phys.*, Vol.47, pp.387-411.
- [8] 1992, Tezduyar, T.E., Behr, M., Mittal, S. and Johnson, A. A., "Computation of unsteady incompressible flow with the stabilized finite element methods-space-time formulations, iterative strategies and massively parallel implementations," In P. Smolinski, editor, *New Method in Transient Analysis*, ASME, NeyYork, NY, pp. 7-24.



- [9] 2000, Baker, T.J., "Mesh modification for solution adaptation and time evolving domains," *In 7th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations*.
- [10] 2001, Helenbrook, B.T., "Mesh deformation using the biharmonic operator," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, pp.1-30.
- [11] 1963, Bishop, R.E.D. and Hassan, A.Y., "The lift and drag forces on a circular cylinder in a flowing fluid," *Proceedings of Royal Society (London)*, A277, pp.32-50.
- [12] 2007, Jasak H. and Tukovic, Z., "Automatic mesh motion for the unstructured finite volume method", *Transactions of FAMENA*, Vol.30(2).
- [13] 2001, Rockwell, D., "Forces and wake modes of an oscillating cylinder," *Journal of Fluid and Structures*, Vol. 15, pp.523-532.
- [14] 1998, Demirdzic, I. and Peric, M., "Space conservation law in finite volume calculations of fluid flow," *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol.8(9), pp.1038-1050.