액체의 표면 특성을 고려한 3차원 캐버티 내부의 스톡스 유동 특성 연구

허 효 원[1], 정 원 혁[1], 서 용 권[2*]

Study on the Stokes' Flow within a Three-Dimensional Cavity Considering Surface Characteristics

Hyo Weon Heo, Won Hyuk Jung and Yong Kweon Suh

In this study, a CFD code is developed to perform simulation of the surface and internal flow of a three-dimensional rectangular cavity driven by an external gas flow. Investigated in this study are surface characteristic such as surface tension, surface dilational viscosity(or surface elasticity), and surface viscosity. Visualization of the surface of water is performed to compare with the numerical results obtained with the developed in-house code. We have found that the surface flow is very sensitive to the surface tension and other configurations. The surface flow velocity obtained from the numerical solution is lower than the experimental result.

Keywords: 유동 가시화(Flow Visualizarion), 캐버티(Cavity), 표면장력(Surface Tension), 탄성(Elasticity), 점성(Viscosity)

1. 서 론

액적 내부의 유동 제어는 공학적으로 다양한 분야에서 중요하게 취급되고 있다. 예를 들면 마이크로유체역학에서 액적 내부 유체를 혼합시켜 신속한 화학반응을 유도하는 경우[1], 반도체 제조 공정에서 액적 내부의 유동을 형성하여 coffee stain 효과를 줄이고 분자의 결정방향을 원하는 방향으로 제어함으로써 고성능의 반도체를 제작하는 경우[2] 등이 되겠다.

이 경우, 액적 표면의 특성은 내부 유동의 형성에 매우 민감하게 작용하여 유동의 제어에 결정적인 인자로 작용한다.[3] 특히, 외부 공기 유동에 의한 액적 내부 유동 제어 및 시뮬레이션 시 표면장력, 전단응력, 농도, 탄성, 점성 등의 액적 표면의 특성은 액적 내부 유체유동을 모델링 할 때 핵심적으로 다루어야 할 특성으로 생각된다.

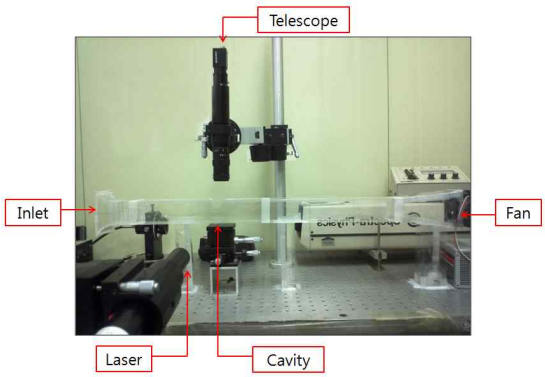
본 연구는 액체/기체 경계면에서의 액체 표면 특성을 조사하기 위한 목적으로, 3차원 직육면체의 함몰 부(여기서는 캐버티(Cavity)라 칭함)의 자유표면 위로 기체 흐름이 존재하는 경우 액체 표면 및 내부 유동을 표면장력, 탄성, 점성 등의 각종 특성을 고려하여 시뮬레이션 할 수 있는 수치해석 코드를 개발하고 그 결과로부터 액체 표면의 특성을 심층적으로 연구하고자 한다. 그리고 가시화 실험을 통해 유동양상을 얻고 표면 유속을 측정하여 수치해석 결과와 비교함으로써 해석의 타당성을 확보하고자 한다.

2. 실험방법

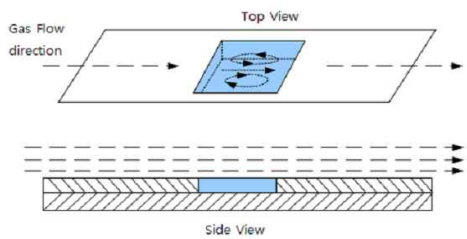
수용액이 담긴 캐버티 상부 자유표면 위로 공기가 흐르도록 하기 위해 Fig. 1. (a)과 같이 실험 장비를 구성하여 관련 실험을 수행하였다. 공기는 한 변의 길이가 5cm인 정사각형 단면의 채널로 흐르도록 하고 채널의 후방에서 컴퓨터 냉각용 팬에 의해 흡입 방식으로 유동을 생성시켰다. 유동 측정용 캐버티는 채널 입구로부터 30cm 정도 떨어진 위치에 있고 팬은 그로부터 후방 50cm의 지점에 있다. 팬의 회전속도는 200-1400rpm의 범위에서 조정 가능하다.

캐버티 자유표면에서의 유동양상을 가시화하기 위해 레이저 광을 채널의 측면으로부터 캐버티와 나란하게 비추었으며, 상부에는 CCD카메라를 설치하고 캐버티 표면에 있는 추적 입자의 거동을 관찰하였다. 관내의 캐버티 크기는 가로 및 세로 길이, $a^* = 6$mm, 깊이 $h^* = 3$mm이고 사용한 유체는 계면활성제(주방용 세제)를 혼합한 수용액이다. 계면활성제의 농도는 0-0.5cc/l의 범위에서 실험하되 주로 0.1cc/l에서 실험이 수행되었다.

1 학생회원, 동아대학교 대학원 기계공학과
2 정회원, 동아대학교 기계공학과 교수
* TEL : 051) 200-6982
* Corresponding author E-mail: yksuh@dau.ac.kr



(a)



(b)

Fig. 1. (a) Experiment setup and (b) schematic diagram of the surface-flow control in a three-dimensional rectangular cavity driven by an external gas flow

획득한 영상은 별도의 이미지 처리를 수행하여 유속과 유적선을 획득하였다.

3. 수치해석

3.1 유동 지배 방정식

공간 내에 형성되는 3차원 비압축성 유체유동을 지배하는 연속 방정식과 Navier-Stokes 방정식을 무차원 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}=-\nabla p+\frac{1}{Re}\nabla^2\boldsymbol{u} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0 \tag{2}$$

여기서, $\boldsymbol{u}$는 유속벡터, p는 압력, t는 시간이며, ∇는 공간 (x,y,z)에 대한 gradient 연산자이다. 사용된 대표길이는 h^*, 대표속도는 U, 대표시간은 h^*/U, 대표압력은 밀도 ρ에 대해 ρU^2이다. 레이놀즈수는 동점성계수 ν에 대해 $Re=h^*U/\nu$이다. 운동량 방정식 (1)은 양적 Euler 방법으로 풀어서 구하고 이 때 압력 방정식은 SOR방법으로 처리하였다.

자유 표면을 제외한 고체벽면에서는 모두 비 침투 점착 조건을 적용하였다. 자유표면에서의 경계조건 적용을 위해 외부의 공기유동에 의한 전단응력, 내부 유체로부터의 전단응력, 표면 장력, 및 두 가지 점성력의 합이 0이 되어야 한다는 힘의 균형을 적용한다. 그러면 다음과 같은 무차원 2차원 편미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{Ca}\frac{\partial\sigma}{\partial x}+(\kappa+\epsilon)\frac{\partial^2 u^s}{\partial x^2}+\epsilon\frac{\partial^2 u^s}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_s =-\kappa\frac{\partial^2 v^s}{\partial x\partial y}-\mu_{kx} \tag{3}$$

$$\frac{1}{Ca}\frac{\partial\sigma}{\partial y}+(\kappa+\epsilon)\frac{\partial^2 v^s}{\partial y^2}+\epsilon\frac{\partial^2 v^s}{\partial x^2}-\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_s =-\kappa\frac{\partial^2 u^s}{\partial x\partial y}-\mu_{ky} \tag{4}$$

표면장력 σ는 표면의 무차원 계면활성제 농도 c에 의해 정해지는 Marangoni 효과를 고려한다. 무차원 농도는 아래 식에 의해 결정된다.

$$\frac{\partial c}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(u^s c)+\frac{\partial}{\partial y}(v^s c)=\frac{1}{Pe}\nabla_s^2 c \tag{5}$$

여기서, 모든 변수는 무차원 으로서, u^s, v^s 는 유속 성분, σ는 표면장력, κ는 표면 dilatational viscosity, ϵ은 표면 전단 점성계수, Ca는 Capillary 수로서, 액체의 점성계수 μ, 실제의 기준(계면활성제 농도 0일 때) 표면장력 σ_0에 대해 $Ca=\mu U/\sigma_0^*$이다. 윗 식의 마지막 항 μ_{kx} 및 μ_{ky}는 표면 유동을 구동하는 공기로부터의 전단응력에 해당한다. 또한 c는 표면 무차원 농도이다. Pe는 Peclet 수로서 $Pe=Uh^*/D$이며, D는 표면 농도의 확산계수이다.

대표속도 U는 캐버티 표면 중심점에서 상부 공기로부터의 전단응력 τ_{ac}^*이 하부 액체로부터의 전단응력과 같아야 한다는 가상적 논리에 의해 정한다. 하부에서의 전단응력도 유체 속도가 바닥에서부터 표면으로 갈수록 직선적으로 증가한다는 가정에 의해 $\tau_{wc}^*=\mu U/h^*$로 정한다. 그러면 대표속도는 $U=\tau_{ac}^*h^*/\mu$이 되며, $\mu_{kx}=1$이 되고 μ_{ky}는 채널을 가로지르는 방향의 공기 전단응력의 크기에 의해 정해지는데 보통 0으로 둔다.

3.2 표면 농도와 표면 장력과의 관계

계면활성제의 표면 농도와 표면장력과의 관계를 유도한다. 이를 위해 Chang 등의 문헌[4]을 참고하였다. Gibbs의 adsorption 방정식은 표면에서의 계면활성제 농도(surface excess) c^*, 표면장력 σ^* 및 용액 내부의 계면활성제의 버크 농도 C^*의 관계를 나타내고 있다.

$$c^* = -\frac{C^*}{nRT}\left(\frac{\partial \sigma^*}{\partial C^*}\right) \tag{6}$$

여기서, R은 기체상수, T는 온도, n은 계면활성제의 물질특성과 관련된 상수이다. c^*와 C^*의 관계는 소위 isotherm에 의해 결정된다. isotherm에는 Henri의 isotherm, Langmuir의 isotherm, $c^* = c_m K_L C^* / (1 + K_L C^*)$ 및 Frumkin의 isotherm 등이 있으나 여기서는 Langmuir의 isotherm을 채택한다. Henri의 isotherm $c^* = K_H C^*$ (K_H는 상수)의 경우

$$\sigma^* = \sigma_0^* - (nRTK_H)C^* \tag{7}$$

를 얻는데 표면 농도는 버크 농도에 비례하는 결과이다. 여기서 $\sigma_0^*(=72.3\,\mathrm{mM/m})$은 농도가 0인 순수한 물의 표면장력이다. Langmuir isotherm의 경우에는 상수 K_L, c_m에 대하여

$$c^* = c_m \frac{K_L C^*}{1 + K_L C^*} \tag{8}$$

이므로

$$\sigma^* = \sigma_0^* - A\ln(1 + K_L C^*) \tag{9}$$

를 얻는다. 여기서 상수 A는 $A = nRTc_m$이다. 두 개의 상수 A, K_L은 버크 농도를 변화시켰을 때의 표면장력 데이터로부터 곡선 맞춤의 방법으로 정한다. Fig. 2는 식기세척용 계면활성제를 사용한 수용액에 대하여 표면장력을 측정한 데이터로부터 위의 함수꼴로 만들었을 때 사용된 최적 직선을 나타내며 이로부터 $K_L = 25\,l/\mathrm{cc}$와 함께 $A = 17.8\,\mathrm{mN/m}$를 얻는다. 본 연구에서 사용한 무차원 농도 $c = c^*/c_m$의 초기치는 위 Langmuir isotherm의 식으로부터 버크 농도 $C_0^* = 0.1\,\mathrm{cc}/l$를 대입하여 $c_0 = 0.714$를 얻게 된다. 그러면

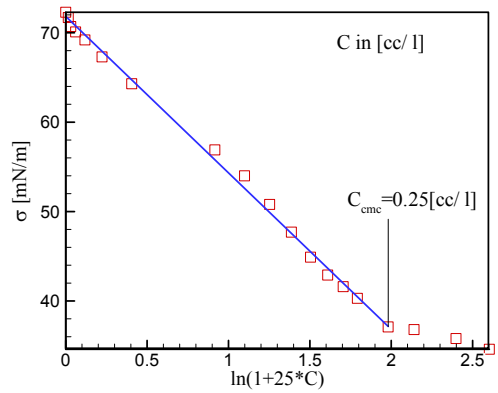


Fig.2 Variation of the surface tension with the bulk concentration for the determining of A and K_L

무차원 표면장력은 식 (9)로부터 아래와 같이 된다.

$$\sigma = 1 + \frac{17.8}{72.3}\ln(1 - c) \tag{10}$$

3.3 수치해석 방법

본 유동모델의 해를 구하기 위해 FORTRAN으로 개발한 in-house 코드와 상용 소프트웨어인 CFX를 이용하여 수치해석을 수행하였다. 사용된 유체, 적용한 속도, 캐버티의 크기 등을 실험 조건과 같도록 모델링 하고 캐버티 크기 기준의 레이놀즈수가 충분히 낮은 점을 고려하여 흐름은 층류로 가정하였다. 해석 코드의 적용 한계 상, 외부공기와 캐버티의 유동은 분리하여 계산하였다. 채널 내 공기의 유동을 구하기 위해 CFX를 사용하여 수치해석하고 이로부터 캐버티의 표면에서의 전단응력을 구한다. 이 때 캐버티에 담긴 액체 표면의 속도는 무시할 만큼 작으므로 액체 표면에서의 경계조건도 다른 고체 벽면과 같이 점착 조건을 적용하였다. 이렇게 구한 전단응력으로 U를 비롯한 각종 파라미터들을 계산하고 캐버티 내부 액체의 유동을 in-house 코드로 해석한다.

4. 결과 및 고찰

Fig. 3은 실험에서 캐버티 표면 유동을 가시화한 결과로서, 초당 15프레임의 연속적인 이미지를 겹쳐 유적선으로 나타낸 것이다. 캐버티의 중심부에서 유동은 기체 흐름의 방향을 향하고 가장자리에서는 되돌아오는 양상이다. 실험에서 캐버티가 존재하는 지역은 채널 입구와 상대적으로 가까운 곳 이므로 공기 유동은 충분히 발달하지 못하였고 따라서 μ_{kx}는 거의 균일하다고 볼 수 있다.

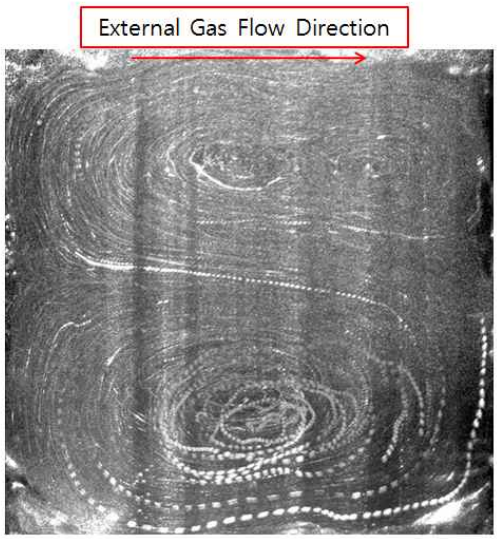
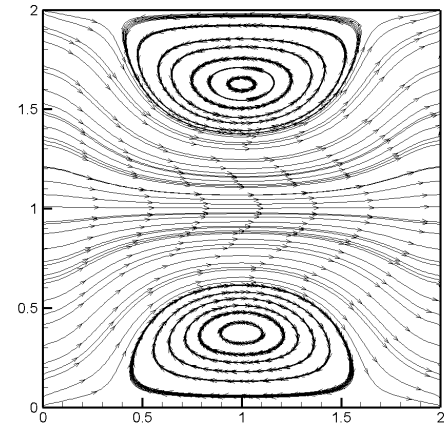


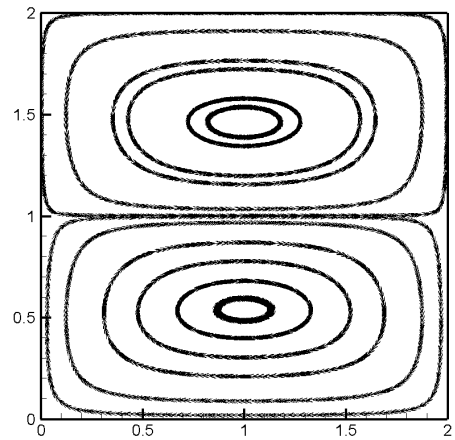
Fig.3 Experimental visualization of path lines of the cavity surface flow controlled by an external gas flow

이와 동일한 조건에서 수치해석 한 결과인 Fig. 4(a)를 보면 두 개의 와류가 나타나는 것은 일치하지만 전체적인 유동 양상에서 차이가 난다. 그리고 실험에서 표면중심에서의 유속은 1.0mm/s로 측정되었으나 수치해석 결과는 5.4×10^{-4}mm/s로 매우 낮다. Fig. 4(b)는 $\mu_{kx}=1-2(y/a-0.5)^2$로 하여 수치해석 한 결과로서 실험조건과 정성적으로 거의 일치한다. 그러나 유속은 0.163mm/s로서 낮게 얻어 졌다. 실험에서는 자유표면의 평평한 정도가 결과에 미치는 영향이 의외로 크다고 생각되며 앞으로 이러한 점에서 유의해 가며 실험의 정밀도를 향상할 예정이다.

캐버티 내부 유동은 순전히 외부 공기의 전단응력에 의해 구동되므로 그 흐름의 양상은 운동량 식에서 참여하는 체적력 μ_{kx} 및 μ_{ky}에 의해 결정된다. Fig. 5는 $\mu_{ky}=0$이고, μ_{kx}의 함수를 세 가지의 포물선 형태로 하였을 때 얻어지는 표면 중심점에서의 속도 크기를 나타낸 것이다. 세 경우 모두 시간에 따라 서서히 일정한 값에 수렴하는 것을 알 수 있다. 그리고 더 중요한 사실은 포물선 형태가 더 완만할수록 유속의 크기는 감소한다. 그 이유는 완만한 포물선 형태의 분포에서는 표면 중심부와 가장자리에서의 체적력의 차이가 크지 않기 때문에 순환유동이 크게 생기지 않고, 그 반대이면 순환유동이 쉽게 형성되기 때문이라 생각된다.



(a)



(b)

Fig. 4 Flow patterns obtained numerically with $\mu_{ky}=0$: (a)$\mu_{kx}=1$, (b)$\mu_{kx}=1-2(y/a-0.5)^2$

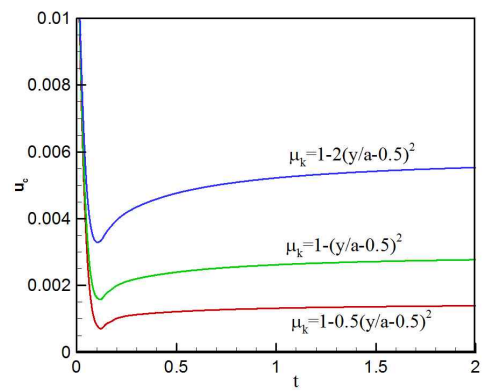


Fig. 5 Effect of μ_{kx} on the free-surface-center velocity u_c

5. 결 론

본 연구에서는 캐버티 표면의 유동을 가시화 하고 상용 코드 CFX와 더불어 액체 표면의 표면장력, 탄성, 점성 등의 각종 특성을 고려하여 캐버티 표면 및 내부 유동을 시뮬레이션 할 수 있는 FOTRAN 코드를 개발하여 수치해석을 수행 하였다. 본 연구의 수행 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 가시화 실험의 결과, 캐버티 표면에서의 액체 흐름은 중심부에서 기체흐름의 방향을 향하고 가장자리에서 반대로 흐르는 순환 유동의 양상을 보인다.
(2) 수치해석의 결과에서도 유사한 양상이나 속도의 크기가 실험에 비해 매우 작게 얻어진다.
(3) 체적력의 분포를 달리 하여 수치해석을 수행하였으며 그 결과 공기 주류방향의 체적력의 분포에서 포물형의 정도가 심할수록 속도가 증가한다.

후 기

이 연구는 지식경제부의 지식경제 프론티어기술개발사업인 차세대정보디스플레이기술개발사업단의 연구비 (F0004023-2009-32)지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

[1] Suh, Y.K. and Kang, S., 2010, "A review on mixing in microfluidics", Micromachines, Vol. 1, pp. 82-111
[2] Kim, M.J., Heo, H.W., Suh, Y.K., and Song, C.K., 2011, "Morphology control of TIPS-pentacene grains with inert gas injection and effects on the performance of OTFTs", Organic Electronics, Vol. 12, pp. 1170-1176
[3] 변민수, 2001, “1차원 자유표면 유동의 정량화에 의한 직사각형 용기내의 정상유동 해석” 석사학위논문, 동아대학교.
[4] Chang, C.-H. and Franses, E.I., 1995, "Adsorption dynamics of surfactants at air/water interface: a critical review of mathematical models, data, and mechanisms", Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, Vol. 100, pp. 1-45