

트랙 좌표계를 이용한 철도차량 운동 해석

Dynamic analysis of railway vehicle by using track coordinates

강주석 †

Juseok Kang

ABSTRACT

6-generalized coordinates of absolute translational displacements and angular displacements measured at Cartesian coordinates system fixed at the ground has been used to describe general dynamic behavior of a rigid body in mechanical systems. However, track coordinates system moving with the centerline of the track can be used to develop dynamic formulations for railway vehicle. It is easy to impose the constraints of track coordinates by the virtue of track coordinates system moving with track centerline. In this analysis, dynamic equations of railway vehicle by using track coordinates system is derived and the simulation results are presented.

국문요약

일반적인 강체의 동역학 해석방법은 지면에 고정된 좌표계에서 강체의 절대적 병진 위치좌표와 회전 각도 좌표의 6개 좌표계를 이용하여 기술된다. 그러나 철도차량의 경우 트랙의 중심과 같이 이동하는 트랙 좌표계에서 강체의 운동을 기술하는 방법이 이용될 수 있다. 트랙 좌표계는 트랙을 기준으로 강체의 운동이 기술되므로 트랙 좌표의 변위의 구속조건이 쉽게 설정될 수 있는 장점이 있다. 본 연구에서는 트랙 좌표계를 이용한 철도차량 운동방정식의 유도 방법과 시뮬레이션 결과를 제시하고자 한다.

1. 서론

철도차량은 기계적 구속조건과 스프링, 댐퍼, 부상과 같은 힘 요소로 상호 연결된 강체들의 집합으로 모델링할 수 있다. 구속 조건을 가진 강체들의 동역학 해석을 다물체 동역학 해석이라 부른다. 다물체 동역학 해석을 위해서는 하나의 강체에 대해 강체운동을 표현하기 위해 6개의 좌표계가 필요하다[1,2]. 일반적인 다물체 동역학 해석 방법은 고정된 좌표계에서 강체의 절대적 병진 위치좌표와 회전 각도 좌표의 6개 좌표계를 이용한다.

철도차량은 레일이 설치된 트랙 위를 주행한다. 트랙의 중심과 같이 이동하는 트랙 좌표계에서 철도차량의 운동을 기술할 수 있다[3]. 트랙 중심선의 길이를 강체 운동 좌표계의 하나로 이용하며 트랙중심선에 고정되어 이동하는 좌표계에서 강체의 운동을 기술하는 것이 트랙 좌표계이다. 트랙 좌표계를 이용하는 경우 트랙 상의 차량의 위치에 대한 운동이 명백히 표현되므로 철도차량 동역학 전용 해석을 위해서는 장점을 가진다.

본 연구에서는 트랙좌표계를 이용한 철도 차량 동역학 해석식의 유도 방법에 대하여 기술하고자 한다. 휠과 레일의 형상좌표를 이용하여 휠과 레일의 접촉위치와 접촉력을 계산하는 방법에 대하여 이론적 배경을 제시하였다. 트랙좌표계를 이용하여 휠셋이 곡선 레일을 주행할 때의 동역학적 거동에 대한 시뮬레이션 결과를 제시하였다.

† 교신저자, 한국철도대학, 철도차량기계과
E-mail : kjuseok@krc.ac.kr

2. 트랙 좌표계의 일반좌표

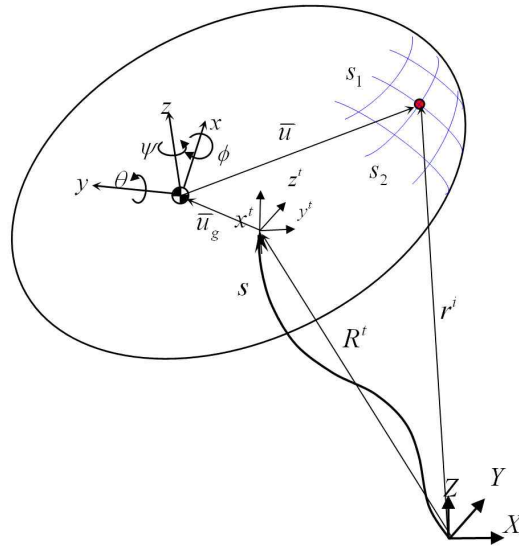


Fig.1 Generalized coordinates

철도차량은 트랙 위를 주행하므로 레일의 중심에 대한 좌표계를 설정하여 운동을 기술할 수 있다. Fig. 1과 같이 레일의 중심과 같이 이동하는 트랙 좌표 s 를 이용하면 강체의 중심에 대한 좌표는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(1)

여기서 \bar{u} 는 트랙과 이동하는 트랙좌표계의 중심을 나타내는 변위이며, s 는 트랙 좌표계 $-y^t - z^t$ 의 지면에 고정된 X-Y-Z 좌표계에 대한 회전변환 행렬을 나타낸다. R^t , r^i 는 트랙좌표 s 로만 표현할 수 있다.

s 는 트랙좌표계에서 강체의 질량 중심까지의 좌표이다. 만약 트랙의 중방향과 트랙좌표계의 중방향 좌표축을 일치시킨다면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(2)

강체의 임의의 한 점에 대한 위치는 식 (1)의 강체 중심에 대한 좌표와 강체 중심좌표계에서 한 점까지의 거리를 더한 값으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

(3)

여기서 R^t 는 강체 중심좌표계 $x-y-z$ 의 트랙 좌표계 $x^t - y^t - z^t$ 에 대한 회전변환 행렬을 나타낸다. 회전 변환행렬 R^t 는 강체 회전각도 좌표계로부터 일반적인 방법으로 구할 수 있다. r^i 는 강체 중심좌표계에서 강체의 한 점까지의 위치벡터이다.

철도차량의 휠과 레일의 접촉점과 접촉력 등 접촉 메커니즘을 3차원에서 해석하기 위해서는 강체의 3차원 형상을 표현해야 한다. 이를 위해서는 Fig. 1과 같이 3차원 강체의 형상을 형상 파라미터 θ, ϕ, ψ 를 이용하여 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

(4)

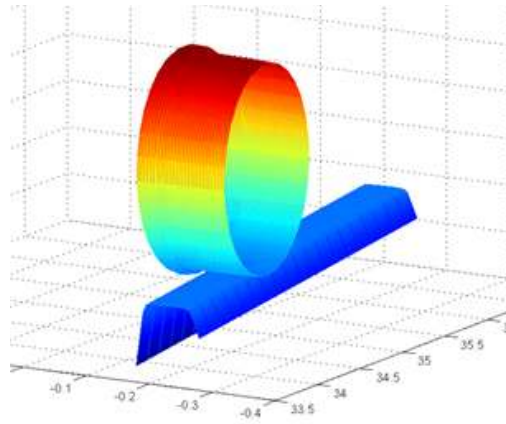


Fig. 2 Surfaces of wheel and rail

Fig. 2는 형상 파라미터 를 이용하여 나타낸 휠과 레일의 3차원 형상을 보여준다.

트랙 좌표계에서의 임의의 한 점에 대한 위치벡터를 나타내는 식 (3)은 식 (1)을 대입하여 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

(5)

결국 식 (5)와 같이 하나의 강체에 대해 8개의 일반좌표 운동을 표현할 수 있다.

를 이용하여

3. 트랙 좌표계에서의 레일 표현

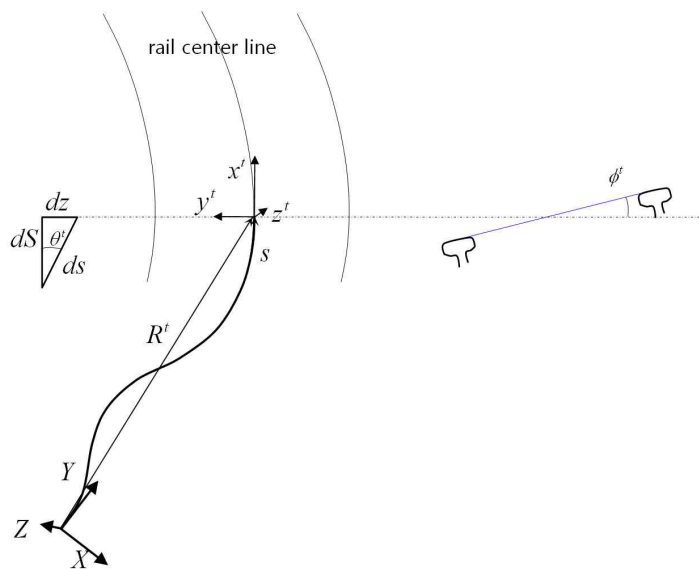


Fig. 3 Track coordinates system

식 (5)에서 트랙의 중심을 따라 이동하는 트랙 좌표계의 위치 \mathbf{R}^t 는 Fig. 3과 같이 나타낼 수 있다. Fig. 3에서 트랙 좌표 s 의 X-Y평면에 대한 정사영은 S 로 표현하고 있다. 즉, 정사영 S 는 트랙의 구배가 주어지면 다음과 같이 구할 수 있다.

(6)

트랙 좌표계의 위치 \mathbf{R}^t 의 각 성분은 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{R}^t = \begin{bmatrix} x^t \\ y^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_0 + \int_{s_0}^S \cos[\psi^t(S)] dS \\ y'_0 + \int_c^S \sin[\psi^t(S)] dS \end{bmatrix} \quad (7)$$

식 (7)에서 \mathbf{R}^t 는 트랙의 정사영 좌표 S 에 대한 트랙 곡률값으로 나타낼 수 있다. 곡률과 정사영 좌표와의 관계는 다음과 같다.

$$\kappa = \frac{1}{r} \quad (8)$$

여기서 CH 는 트랙의 평면곡률 값으로 트랙의 형상으로부터 주어지면 트랙 정사영 좌표 S 의 함수로 표현할 수 있다. 따라서 식 (8)로부터 트랙의 곡률 값을 구할 수 있다.

트랙의 구배 ψ^t 는 트랙 좌표 s 의 함수로 다음과 같이 주어진다.

(9)

Fig. 3에서 ϕ^t 는 레일의 캔트값으로 정사영 좌표 S 의 함수로 주어진다.

$$\phi^t = \phi^t(S) \quad (10)$$

트랙좌표계의 좌표변환행렬 \mathbf{T}^t 는 $\mathbf{T}^t = \begin{bmatrix} \cos\psi^t & \sin\psi^t \\ -\sin\psi^t & \cos\psi^t \end{bmatrix}$ 이므로 식 (8)~(10)으로부터 구할 수 있다. 트랙 좌표계의 위치 \mathbf{R}^t 의 성분은 식 (7)에서 구할 수 있으므로 이들을 식 (5)에 대입하면 트랙좌표계에서의 강체의 위치벡터를 얻을 수 있다.

앞에서 구한 트랙좌표계를 이용하여 다음과 같은 강체의 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{M} \mathbf{r}^T \ddot{\mathbf{r}} \quad (11)$$

여기서 \mathbf{M} 은 강체의 관성 행렬이며, \mathbf{r}^T 는 구속조건식의 자코비안식을 나타낸다. 휠과 레일의 구속조건에 대해서는 접촉조건에 의해 구할 수 있다[4]. $\dot{\mathbf{r}}^T$ 는 트랙좌표계 일반좌표의 가속도 항이며, \mathbf{r}^T 는 라그랑지 승수를 의미한다. \mathbf{F}^T 는 접촉력 등에 의해 나타나는 외력을 의미하며, \mathbf{g}^T 는 구속조건식에 의해 나타나는 속도의 승수항을 의미한다.

4. 시뮬레이션

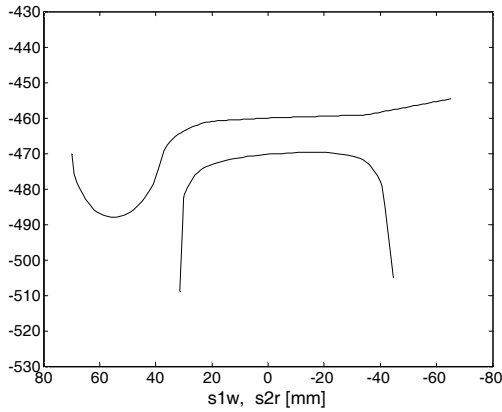


Fig. 4 Profiles of wheel rail

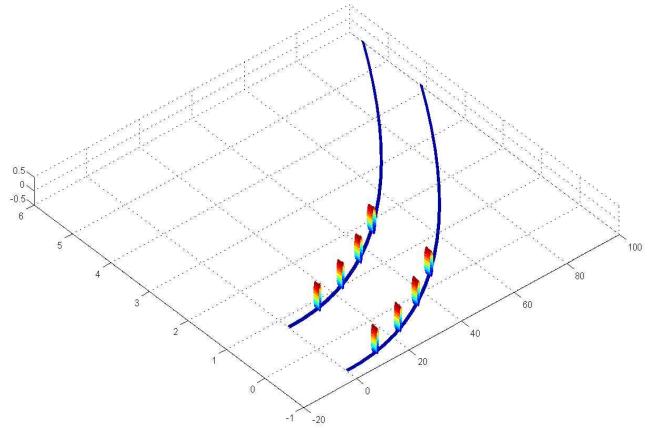
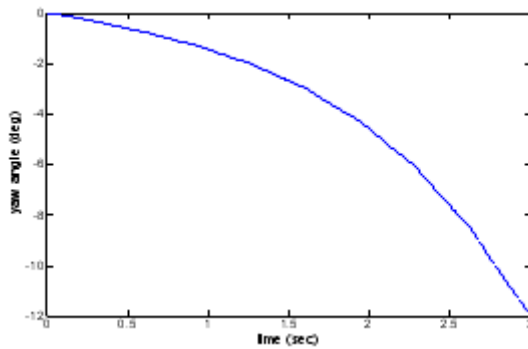


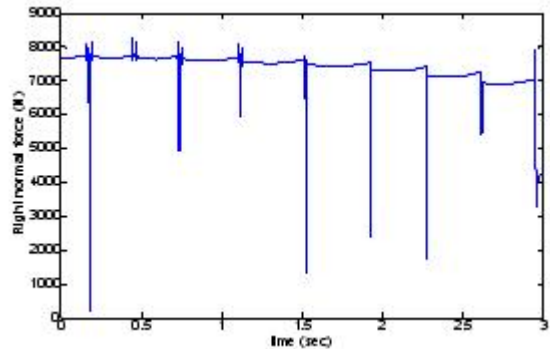
Fig. 5 Simulation of wheelset dynamics

트랙좌표계를 이용하여 철도차량 휠셋에 대한 곡선 레일 주행시 동역학 운동을 시뮬레이션하였다. Fig. 4는 시뮬레이션에 사용된 휠과 레일의 단면 형상을 나타낸다. 휠셋의 질량은 1600kg이며, 회전반경 1000m, 초기속도 30m/sec로 곡선트랙을 주행할 때의 동적거동을 시뮬레이션하였다.

Fig. 5는 곡선 트랙을 주행하는 휠셋의 모습을 보여주며, Fig. 6과 Fig.7은 각각 휠셋의 요각도와 휠에 작용하는 수직력을 나타낸다.



(a) yaw angle



(b) Normal force

Fig. 6 cornering behavior of wheelset

5. 결론

철도 차량과 같이 주어진 트랙을 따라서 주행하는 경우 트랙의 좌표계를 일반좌표계로 사용하는 트랙좌표계 시스템을 이용할 수 있다. 본 연구에서는 트랙 좌표계를 이용한 철도차량 운동방정식의 유도방법과 시뮬레이션 결과를 제시하였다. 철도차량의 강제운동에 대한 정확한 3차원적 동역학 거동을 예측하기 위하여 접촉점의 위치를 트랙좌표계를 이용하여 표현하였고 휠과 레일의 형상을 트랙좌표계로 나타내었다. 트랙좌표계를 이용하여 곡선 트랙을 주행하는 휠셋의 동적거동에 대한 시뮬레이션 결과를 제시하였다.

참고문헌

1. N. Orlandea, M. A. Chase, and D. A. Calahan, "A Sparsity-Oriented Approach to the Dynamic Analysis and Design of Mechanical Systems—Parts I and II," ASME J. Eng. Ind., 99, pp. 773–784, 1977.
2. R. A. Wehage and E. J. Haug, "Generalized Coordinate Partitioning for Dimension Reduction in Analysis of Constrained Dynamic System," ASME J. Mech. Des., 104, pp. 247–255, 1982.
3. A.A. Shabana, KE. Zaazaa and H Sugiyama, Railroad Vehicle Dynamics, CRC Press, 2008.
4. Juseok Kang, "A study on numerical analysis on wheel-rail contact points," J. of Korean Society for Railway, Vol. 12, No. 2, pp. 236-242, 2009.