

# 축방향으로 전개하는 보의 응답에 미치는 비선형 연성항에 관한 연구

## Study of the Non-linear Effects on the Response of the Deploying Beam

정진태† · 박성필\*

Jintai Chung and Sungpil Park

### 1. 서 론

축방향으로 전개하는 보를 가지는 기계 시스템은 산업적으로나 우주공학적으로 전반에서 쉽게 찾아 볼 수 있다. 산업적으로는 취출로봇(Take-out robot)이나 LCD 이송장비가 있으며, 우주공학적으로는 인공위성의 어펜디지(Appendage) 그리고 도킹 시스템(Docking system) 등이 그 예가 된다. 이러한 기구 구조물에 있어 축방향으로 전개하는 보의 거동 및 진동은 신뢰성 및 내구성 향상을 위해 고려해야 하는 중요한 문제이다.

축방향으로 움직이는 보나 현에 대한 연구는 초기에 톱날 기계(Band saw machine)의 날(Blade)에 대한 연구로서 Mote(1)가 현을 이용하여 편미분방정식을 얻어내고 날의 속도가 증가하면서 고유진동수가 증가하는 것을 확인하였다. 이후 전개하는 보에 대한 본격적인 연구는 Tabbarok<sup>(2)</sup>에 의해서 제안되었으며 그것에 대한 연구가 진행되었다. 또한 Creamer<sup>(3)</sup>는 티모센코 보(Timoshenko beam)의 횡방향 처짐과 비틀림 변형에 대한 연구를 진행하였으며, Al-Bedoor<sup>(4)</sup>는 횡방향 변형에 대한 근사해를 해석적인 방법을 연구하였다. 최근에도 많은 연구자들이 전개하는 보의 거동 및 안정성에 대해 해석적으로나 실험적으로 많은 연구를 수행해 왔다. 하지만 많은 연구자들은 그 연구가 횡방향의 변형에 집중되어 이루어져 왔으며 축방향으로 발생하는 변형에 대한 고려는 이뤄지지 않았다.

따라서 본 연구에서는 보가 가지는 기하학적 비선형성을 이용하여 축방향 변형이 고려되는 보의 거동을 확인하였으며, 두 방향의 변형이 연성되어 나타나는 결과와 횡방향만을 고려한 결과와 비교 분석하였다.

### 2. 전개하는 보의 지배방정식 유도

Fig. 1과 같이 고정된 강체 허브(Rigid hub)로부터 전개하는 보 모델이 고려 되었으며, 보의 전체길이  $L$ , 단면적  $A$ , 관성모멘트  $I$ , 탄성계수  $E$  그리고 체적밀도  $\rho$ 를 가진 유연보이다. 보는 횡방향으로 분포력  $p(x, t)$ 를 가지며 또한 축방향으로 작용하는 외력  $F$ 에 의해서 전개속도  $V(t)$ 로서 움직인다. 여기에서 강체 허브와 전개하는 보의 표면에서 발생하는 마찰은 무시하였다.

이 연구에서 전개하는 보의 횡방향 변형뿐만 아니라 종방향에 대한 변형을 가지고 있으며 보가 변형된 모습은 Fig. 1과 같다. 변형 후의 임의의 좌표에 대한 위치벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{r}=(x+u)\mathbf{i}+v\mathbf{j} \quad (1)$$

여기에서  $\mathbf{i}$ 와  $\mathbf{j}$ 는 축방향 및 횡방향에 대한 위치단위벡터이며  $x$ 는 변형전 보의 임의의 점에 대한 위치좌표이다. 그리고  $u$ 와  $v$ 는 시간과 공간의 함수로서 각각 종방향과 횡방향의 변형을 나타낸다. 식(1)의

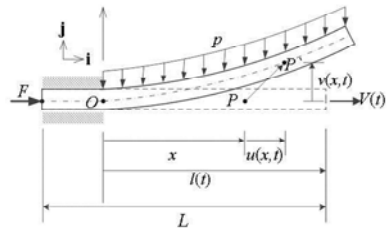


Fig. 1. Mathematical model of Deploying Beam

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학과  
E-mail : jchung@hanyang.ac.kr  
Tel : (031) 400-5287, Fax : (031) 406-6964  
\* 한양대학교 일반대학원 기계공학과

위치벡터를 물질미분 하여 속도벡터를 계산하고, 이를 통해 전개하는 보가 가지는 운동에너지를 구하였다. 또한 보의 기하학적 비선형성을 고려하기 위하여 von-Karman 변형을 이론을 적용하여 보의 변형에너지를 얻었다. 그리고 본 모델은 오일러적인 방법을 사용함으로써 검사표면을 통한 에너지 변화가 발생하기 때문에 운동량 수송에너지를 고려하였으며, 마지막으로 보에 작용하는 비보존력에 의한 에너지를 얻어내었다. 구해진 각 에너지항들은 확장된 해밀턴 원리를 이용하여 지배방정식 및 경계조건이 구하며 얻어진 지배방정식은 다음과 같다.

$$\rho A \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dot{V} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\rho A \dot{V} \quad (2)$$

$$\rho A \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \dot{V} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \frac{\partial}{\partial x} \left( EA \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \right) = p \quad (3)$$

### 3. 비선형 효과에 의한 전개하는 보의 응답 변화

이산화된 지배방정식은 널리 알려진 뉴마크방법(Newmark method)에 의해 시간적분법이 수행되었다. 우선적으로 시간적분법에 의해 계산된 응답에 대한 유효성을 확인하기 위하여 Al-Bedoor<sup>(5)</sup>의 응답 결과와 비교 되었으며 축방향 변형에 대한 고려를 하지 않는 선형모델의 결과를 비교하였다. 보의 물성값으로 탄성계수 E=69.34 GPa, 면적관성모멘트 I = 1.107X10<sup>-8</sup> m<sup>4</sup>, 체적밀도 r = 2739 kg 그리고 단면적 A = 15.4X0.952 cm을 사용하였다. 보의 전개속도는 0.1 m/s 로서 등속도운동을 가지며, 초기 끝단에 0.005m의 변형을 가진다. 응답의 유효성을 확인하기 위한 결과는 Fig. 2와 같다.

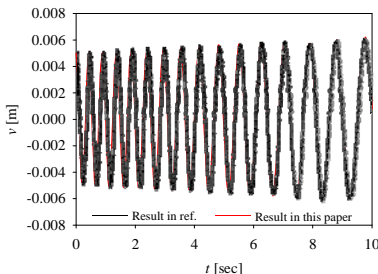


Fig. 2. Comparison with the result in Ref.

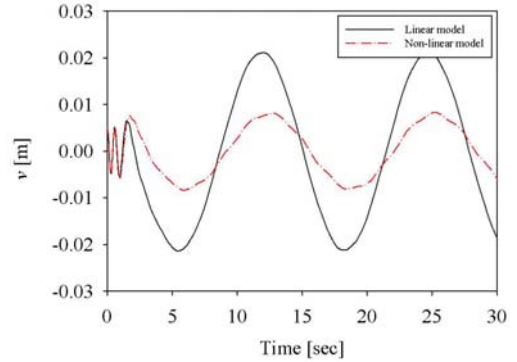


Fig. 3. Time response of beam with 1.319 m/s<sup>2</sup>

전개하는 보의 응답에 미치는 비선형 효과를 확인하기 위하여 축방향을 고려하지 않는 선형 모델과 고려하는 비선형 모델의 응답을 비교하였다. 사용되는 보의 물성값은 전과 동일하나 전개운동이 등속도가 아닌 등가속도 운동을 하는 보의 응답을 확인하였다. Fig. 3은 1.319 m/s<sup>2</sup>의 가속도를 가지면서 운동하는 보의 횡방향 변형을 나타낸다.

### 3. 결 론

본 연구에서는 축방향으로 전개하는 보의 횡방향 및 축방향 변형에 대한 지배방정식을 구하였으며 이산화법을 통해 시간응답을 얻어내었다. 비선형 연성항에 대한 고려의 유무에 따라 두 응답이 달라지는 것을 확인하였으며, 이는 보의 전개 길이가 길어질수록 그 영향이 커지는 것을 확인하였다. 또한 전개되는 가속도가 커지므로 인해 종방향의 변형량이 증가하고 이에 따라 비선형성 또한 커지는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 도킹 시스템과 같이 전개길이가 길거나 또는 취출로봇과 같은 빠르게 전개하는 보 시스템의 설계에 있어서는 횡방향 변형뿐만 아니라 종방향 변형에 대한 고려가 필요할 것으로 사료된다.

### 후 기

본 연구는 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임. (No. 2011-0017408)