

# 힐버트 변환을 이용한 머리전달함수 시스템 식별에 관한 연구

## Research of system identification for head-related transfer function using Hilbert transform

손대혁\* · 박영진\* · 이석필\*\*

Daehyuk Son, Youngjin Park and Seokpil Lee

### 1. 서 론

3차원 입체 음향을 구현하거나 그에 대한 연구를 하기 위해서는 머리전달함수 데이터베이스의 구축이 필요하다. 이러한 이유로 국내외 많은 연구실과 연구센터에서 머리전달함수 측정시스템을 개발하여 머리전달함수 데이터베이스를 구축했다. KAIST SDAC 연구실에서 구축하고자하는 데이터베이스는 측정시간을 줄이기 위해 정현과 스위프 신호(sine sweep signal)를 이용하고 있다. 선행 연구를 통해 정현과 스위프 신호를 이용하여 머리전달함수 데이터베이스의 구축이 가능함을 검증하였다. 정현과 스위프 신호로 머리전달함수를 구하기 위해서는 시스템 식별(System identification, System ID)과정을 거쳐야 한다. 그러나, 정현과 스위프 신호를 입력 신호로 사용할 경우, 고조파(higher harmonics)의 영향이 발생한다. 따라서 본 연구에서는 힐버트 변환(Hilbert transform)을 이용하여 고조파의 영향을 확인하고 이를 제거해 줄 수 있는 시스템 식별방법을 제안한다.

### 2. 시스템 식별 방법

#### 2.1 시스템 정의

정현과 스위프 신호에 대한 고조파의 영향을 확인하기 위해 앞서 단순한 정현과 입력 신호에 대한 고조파의 영향을 확인한다. 이를 위해 입력이  $x(t)$ , 출

력이  $y(t)$ 인 시스템  $h(t)$ 를 Fig 1과 같이 정의하였다.

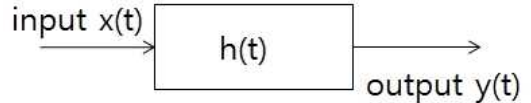


Fig 1 The proposed system

여기서, 시스템의 입력과 출력에 대한 식은 다음과 같다.

$$x(t) = A \sin(2\pi f_1 t) \quad (1)$$

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = x(t) * h(t) + y_2(t) = B \sin(2\pi f_1 t + \Phi_1) + C \sin(2\pi f_2 t + \Phi_2) \quad (2)$$

여기서,  $y_2(t)$ 는 고조파에 의한 영향으로 시스템에 의해 발생한다. 그리고 시스템을 거쳐 출력된 입력신호와 고조파의 출력값은 동일 위상을 갖는다고 ( $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$ ) 가정한다.

#### 2.2 제안하는 시스템 식별 방법

##### (1) 힐버트 변환

시스템 식별 방법을 제안하기 위해 힐버트 변환을 정의한 시스템에 적용하였다. 임의의 신호  $a(t)$ 에 대한 힐버트 변환의 정의와 성질은 다음과 같다.

$$\tilde{a}(t) = H[a(t)] = a(t) * \frac{1}{\pi t} \quad (3)$$

$$b(t) = a(t) + j\tilde{a}(t) = A(t)e^{j\theta(t)} \quad (4)$$

이 때, envelope  $A(t) = \sqrt{a^2(t) + \tilde{a}^2(t)}$ , (5)

instantaneous phase  $\theta(t) = \tan^{-1}\left(\frac{\tilde{a}(t)}{a(t)}\right)$  (6)

이다. 그리고 instantaneous phase의 시간당 변화량인 instantaneous frequency는 다음과 같이 정의된다.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (7)$$

† 교신저자; KAIST 기계공학과  
E-mail : infinitude@kaist.ac.kr  
Tel : (042) 350-3060, Fax : (042) 350-8220  
\* KAIST 기계공학과  
\*\* KETI 디지털미디어센터

(2) 제안하는 시스템 식별 방법

식 (3)~(7)을 이용해 정의한 시스템에서 힐버트 변환을 통한 새로운 시스템 식별 방법을 제안하였다. 새로운 시스템 식별 방법은 측정된 입력 및 출력 신호  $x(t)$ ,  $y(t)$  만을 알고 있을 때, 출력 신호에서 고조파의 영향( $y_2(t)$ )을 제외한 입력 신호에 의한 출력 값( $y_1(t)$ )만을 추출하여 이를 통해 시스템의 전달함수( $h(t)$ )를 구하는 방법이다. 측정된 출력 신호에 힐버트 변환을 적용하면 다음과 같은 정보를 얻을 수 있다.

$$z(t) = y(t) + jy\tilde{t} = A_y(t)e^{j\theta_y(t)}$$

$$A_y(t) = \sqrt{B^2 + C^2 + 2BC\cos(2\pi(f_2 - f_1)t)} \quad (8)$$

$$f_y(t) = \frac{f_1 B^2 + f_2 C^2 + BC(f_1 + f_2)\cos(2\pi(f_2 - f_1)t)}{B^2 + C^2 + 2BC\cos(2\pi(f_2 - f_1)t)} \quad (9)$$

고조파의 영향을 제외한 입력 신호에 의한 출력 값만을 추출하기 위해서는 식 (8), (9)로부터  $B$ 와  $f_2$ 를 알아내야 한다. 먼저, envelope (식 (8))의 주파수 성분을 분석해보면 그 값이  $f_2 - f_1$ 임을 알 수 있기 때문에  $f_2$ 를 알 수 있다. 그리고,  $B$ 를 구하기 위하여 식 (8)과 (9)의 초기값을 이용해 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$A_y(0) = B + C \quad (10)$$

$$f_y(0) = \frac{f_1 B^2 + f_2 C^2 + BC(f_1 + f_2)}{(B + C)^2} \quad (11)$$

식 (10)과 (11)을 연립하여 원하는 정보인  $B$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$B = \frac{f_2 - f_y(0)}{f_2 - f_1} A_y(0) \quad (12)$$

따라서, 입력 신호만에 의한 출력 값에 대한 정보를 힐버트 변환을 이용해 모두 얻었다. 마지막으로, 시스템의 전달함수는 입력 신호만에 의한 출력 값 및 입력 신호의 역스위프  $y(t)$ ,  $x'(t)$ 간의 convolution을 통해 구할 수 있다.

$$h(t) = y(t) * x'(t) \quad (13)$$

여기서,  $x'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X(-w)}{|X(w)|^2} e^{wt} dw$ 이다.

(3) 모의 시뮬레이션

제안한 방법의 타당성을 검토하기 위하여 다음과 같은 조건에서 모의 시뮬레이션을 수행하였다.

$$x(t) = 1\sin(100\pi t)$$

$y(t) = 1.2\sin(100\pi t + \pi/3) + 0.3\sin(200\pi t + \pi/3)$   
 시뮬레이션 결과 Fig 2에서, 제안하는 방법이 고조파의 영향을 적절히 제거하고 있음을 알 수 있다.

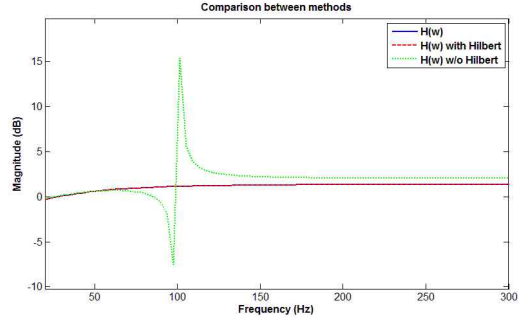


Fig 2 Comparison of transfer functions in frequency domain

### 3. 결론

본 논문에서는 정현과 입력 신호에 대한 고조파의 영향을 확인하고 이를 제거해 줄 수 있는 힐버트 변환을 이용한 시스템 식별 방법을 제안하였다. 그 결과, 제안된 방법으로 고조파의 영향을 제거할 수 있음을 확인하였다. 이를 통해 힐버트 변환을 이용한 시스템 식별 방법을 정현과 스위프 신호를 입력 신호로 하는 시스템에 적용할 수 있는 가능성을 발견하였다. 향후 과제는 정현과 스위프 신호를 사용하는 머리전달함수 측정시스템에 제안된 시스템 식별 방법을 확장시켜 적용하여 고조파의 영향을 줄일 수 있는 방법을 확립하는 것이다.

### 후 기

이 논문은 정부(지식경제부)의 재원으로 산업원천기반구축사업의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 10037244).