

# 증속 헬리컬 기어계의 동적 해석: 고유진동수의 파라미터 연구

## Dynamic Analysis of the Speed Increasing Helical Gear System: Parameter Studies for Natural Frequencies

박찬일†

Chan IL Park

### 1. 서 론

많은 기어가 감속시키기 위해 사용되는 데 반해, 풍력발전의 기어상자는 풍력에 의한 날개의 낮은 rpm을 기어상자에서 증속시켜 높은 rpm을 제너레이터에 전달하기 위한 증속용 기어를 사용한다. 이러한 기어상자에 사용되는 기어계는 여러 가지 형식이 있으나 유성기어와 외접 헬리컬 기어의 조합으로 된 형식이 많이 사용된다. 이 연구에서는 증속용 1단 외접 헬리컬 기어를 3자유도계로 모델링하여 각 파라미터에 대한 고유진동수를 해석한다.

### 2. 기어계의 운동방정식

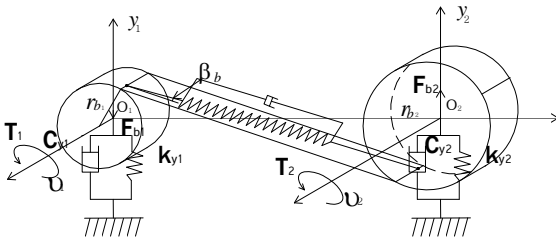


Fig. 1 Gear modeling

헬리컬 기어는 강체실린더에 치의 강성과 감쇠가 작용면에서 기초원 나선각  $\beta_b$ 로 기울어져 연결되고, 각 기어는 축과 베어링의 조합강성과 감쇠로 지지되어 있다고 Fig.1과 같이 모델링한다. 이 모델을 사용하여 입력 토크  $T_1$ , 부하 토크  $T_2$ , 베어링 반

경방향 예압을 고려한 운동 방정식을 유도한다. 이 그림에서  $F_{b1}$ ,  $F_{b2}$ 는 구름베어링에 가해진 반경방향의 예압이고  $C_{b1}$ ,  $C_{b2}$ ,  $k_{y1}$ ,  $k_{y2}$ 는 축을 포함한 베어링의 감쇠와 강성이다. 기어에 작용하는 변위는 축 및 베어링 부분의 변위  $y_1, y_2$ 와 한 쌍의 기어 변위  $x$ , 전달오차  $e$ 를 포함하여 다음 식으로 주어진다.

$$\delta = y_1 - y_2 + x - e, \quad x = r_{b1}\theta_1 + r_{b2}\theta_2. \quad (1)$$

기어의 맞물림 강성과 감쇠가 각각  $k_g, c_g$ 이면, 기어에 작용하는 하중은 다음 식으로 된다.

$$F_g(t) = k_g \cos \beta_b \delta + c_g \dot{\delta}. \quad (2)$$

이 하중으로 표현된 운동 방정식은 다음과 같이 된다.

$$J_1 \ddot{\theta} = T_1 - F_g(t) r_{b1}. \quad (3)$$

$$J_2 \ddot{\theta} = T_2 - F_g(t) r_{b2}. \quad (4)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 + F_g(t) + k_{y1} y_1 + c_{y1} \dot{y}_1 = -F_{b1}. \quad (5)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 - F_g(t) + k_{y2} y_2 + c_{y2} \dot{y}_2 = F_{b2}. \quad (6)$$

식 (3), (4)의 기어에 대한 두 개의 운동 방정식은 다음과 같이 하나의 운동 방정식으로 된다. 이 식은 기어계를 1자유도계로 모델링하였을 때의 운동 방정식이다.

$$m_e \ddot{x} + F_g(t) = m_e (r_{b1} T_1 / J_1 + r_{b2} T_2 / J_2), \quad (7)$$

여기서  $m_e = \frac{J_1 J_2}{J_1 r_{b2}^2 + J_2 r_{b1}^2}$ .

$T_2 = r_{b2} T_1 / r_{b1}$  이라면 운동 방정식은 다음으로 된다.

$$m_e \ddot{x} + F_g(t) = T_1 / r_{b1}. \quad (8)$$

† 교신저자; 정희원, 강릉원주대 기계자동차공학부  
E-mail : pci@gwnu.ac.kr  
Tel : 033-760-8723, Fax : 033-760-8721

감쇠를 무시하고 운동방정식 (5), (6), (8)을 매트릭스 형태로 바꾸면

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{y1} + k_{gc} & -k_{gc} & k_{gc} \\ -k_{gc} & k_{y2} + k_{gc} & -k_{gc} \\ k_{gc} & -k_{gc} & k_{gc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F_b + k_{gc}e \\ F_b - k_{gc}e \\ T_1/r_{b1} + k_{gc}e \end{Bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $k_{gc} = k_g \cos \beta_b$ , 또한 기어가 축(길이:  $l$ , 굽힘정수: EI)의 중앙에 위치하고 있다면, 축과 베어링의 조합 강성  $k_y$ 는 다음으로 주어진다.

$$k_y = \frac{48EI k_{b1} k_{b2}}{12EI(k_{b1} + k_{b2}) + l^3 k_{b1} k_{b2}} \quad (10)$$

### 3. 고유진동수의 파라미터 연구

Table 1 Gear Data

	driving gear	driven gear
Number of teeth	89	19
Face width(mm)	48	50
Normal module	2.5	
Whole depth(mm)	5.6025	
Pressure angle(deg)	20°	
Helix angle(deg)	25°	
Center distance(mm)	150	
Base helix angle(deg)	23.4	

직경 45mm와 길이 150mm인 축의 중간에 Table 1의 데이터를 가진 기어가 베어링 강성  $4 \times 10^8$  N/m, 치 강성  $7 \times 10^8$  N/m을 기본 데이터로 하고 재질은 강을 사용하였다. 여기에서 나선각, 치 강성, 베어링 강성을 변화시켜 고유진동수를 계산하여 그 변화를 관찰하였다.

Table 2는 나선각을 0°, 15°, 25°, 35°로 변경하면서 3자유도계로 모델링하였을 때 고유진동수의 변화와 1자유도일 때의 고유진동수의 변화를 나타내었다. 그 결과 첫 번째 고유진동수는 687Hz로 일정하지만 두 번째와 세 번째 고유진동수는 나선각이 커짐에 따라 고유진동수가 작아지는 것을 알 수 있다. Table 3에서는 치 맞물림 강성  $6 \times 10^8$  N/m,  $8 \times 10^8$  N/m,  $10 \times 10^8$  N/m의 변화에 따른 고유진동수 변화를 해석하였다. 3자유도계로 모델링하였을 때 첫 번째 고유진동수는 변화하지 않으나 두 번째와 세 번째 고유진동수가 커지는 것을 알 수 있다.

Table 2 Effect of helix angle

freq $\beta$	1st (Hz)	2nd (Hz)	3rd (Hz)	1dof (Hz)
0°	687	2487	7971	6120
15°	687	2484	7859	6027
25°	687	2479	7661	5863
35°	687	2470	7365	5617

Table 3 Effect of mesh stiffness

freq $k_g$	1st (Hz)	2nd (Hz)	3rd (Hz)	1dof (Hz)
$6 \times 10^8$ N/m	687	2463	7139	5428
$8 \times 10^8$ N/m	687	2491	8150	6267
$1 \times 10^9$ N/m	687	2507	9052	7007

Table 4 Effect of bearing stiffness

freq $k_b$	1st (Hz)	2nd (Hz)	3rd (Hz)	1dof (Hz)
$3 \times 10^8$ N/m	643	2331	7624	5863
$5 \times 10^8$ N/m	718	2582	7688	5863
$7 \times 10^8$ N/m	759	2717	7728	5863

Table 4에서는 베어링 강성이  $3 \times 10^8$  N/m,  $5 \times 10^8$  N/m,  $7 \times 10^8$  N/m로 변화하였을 때, 고유진동수 변화를 검토하였다. 3자유도계 모델링에서 치 맞물림 강성 변화와 달리 첫 번째 고유진동수도 변화하였다.

### 3. 결론

이 연구에서는 증속 헬리컬 기어를 3자유도계로 모델링하여 나선각, 치 강성, 베어링 강성 변화에 의한 고유진동수를 해석하였다. 그 결과 나선각이 증가할수록 고유진동수가 작아졌다. 치의 맞물림 강성을 변화시켰을 때 첫 번째 고유진동수는 나선각의 변화 때와 같이 변동하지 않았다. 그러나 베어링 강성이 변화하였을 때는 첫 번째 고유진동수도 변화하였다.

### 후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No.2011-0026117).