신뢰도 해석기법의 쿼드로터 적용 방안

이승규*, 최인호*, 김성찬*
*한국항공우주연구원

e-mail:lsg@kari.re.kr

A review of a reliability analysis method to a quadrotor

Seung-Gye Lee*, In-Ho Choi*, Sung-Chan Kim*
*Korea Aerospace Research Institute

요 약

본 논문에서는 쿼드로터 무인 비행체에서 가정할 수 있는 불확실성을 검토하고 신뢰도 해석기법을 적용하였다.

1. 서론

주위에서 관측할 수 있는 대부분의 현상들은 어느 정도의 불확성실을 가지고 있다. 다시 말해서, 정확히 예측할 수 있는 현상들은 거의 없다. 동일한 현상을 반복적으로 관측할 때, 동일한 결과가 나오는 것이 아니라 가장 많이 관측되는 값을 중심으로 다양한 값들이 관측된다. 이러한 현상을 'Uncertainty (불확실성)', 'Randomness' 라고 한다. 재료의 파손 기준인 Yield strength, Ultimate strength, Fatigue strength 등은 불확실성의 대표적인 예이다.

불확실성의 관점에서 볼 때, 공학적인 시스템이 설계자의 의도를 만족한다고 단적으로 평가하기 보다는 설계자의 의도를 만족시킬 확률이 얼마인지를 평가하는 것이 바람직하며 이 확률을 'Reliability(신뢰도)'라고 한다.

Quadrotor는 4개의 Rotor를 가진 헬리콥터이다. 기존의 헬기콥터와 달리 양력을 발생시켜주는 Rotor의 Torque를 상쇄시켜주기 위한 Tail-rotor가 없으며 항공기의 방향전환을 위한 Rotor의 Cyclic pitch 대신 4개 Rotor 각각의 Thrust 조합으로 항공기의 방향을 전환한다.

Quadrotor는 1920~1930년대 수직이착륙이 가능한 항공기의 한 형태로 개발되었으나 성능 및 Control 문제로 사라졌으며 최근에 무인기의 형태로 다시 연구되고 있다.[3]

본 논문에서는 쿼드로터 무인 비행체에 가정할 수 있는 불확실성을 검토하고 신뢰도 해석기법 적용하였다.

2. 신뢰도 해석 기법

2.1 한계상태식(Limit State Equation)

신뢰도 해석을 수행하기 위해 공학적인 시스템이 설계자의 의도대로 기능을 수행할 경우(Success)와 그 반대의 경우(Failure)를 판단할 수 있는 설계기준(Design criterion)을 정해야 한다. 설계기준(G)은 시스템에 가해지는 외부입력(Load factor) L과 그에 저항하는 시스템의 저항요소(Resistance factor) R로 표현될 수 있으며 식(1)과 같다.

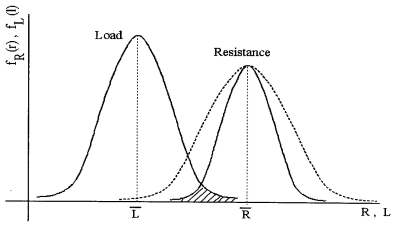
$$G = R - L \tag{1}$$

식(1)에서 R>L이면 시스템이 Success이고 R<L이면 시스템이 Fail이므로, G=0은 시스템의 Success와 Failure 경계가 된다. 식 (1)과 같은 설계기준식은 대개가 해석의 대상이 되는 시스템의 파괴양식(Failure mode)에 따라 유도된 식인 관계로 파괴방정식(Failure equation), 한계상태식(Limit state equation), 또는 안전여유(Safety margin)등으로 불려진다. 본 연구에서는 '한계상태식'이라고 하겠다.

2.2 신뢰도 계산

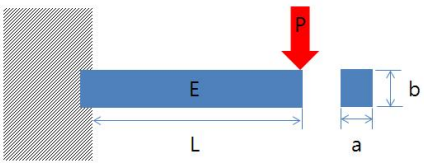
기존의 확정론적인 방법에서는 R과 L의 분산특성을 무시하고 대표값 $\overline{R}$ 와 $\overline{L}$ 만을 고려하여 적당한 안전계수의 값을 유지하도록 하여 항상 $\overline{R}$ 가 $\overline{L}$ 보다 큰 상태가 유지되도록 하여 파괴에 대한 안전여유를 두어 왔다.

확률론적인 방법에서는 R과 L을 확률변수로 가정하여 분산특성을 고려하여 파괴확률을 계산한다. 파괴확률은 그림 1에서 L과 R의 확률밀도함수 곡선이 겹치는 면적이다.



[그림 1] 파괴확률

R, L은 시스템의 저항요소와 외부입력을 나타내는 요소로서 다양한 확률변수(X)로 정의될 수 있다. 예를 들어, 그림 2와 같은 Cantilever에 하중(P)이 가해질 때, 시스템의 저항요소(R)은 Cantilever의 탄성계수(E), 길이(L), 폭(a), 높이(b)로 구성된다. 탄성계수(E)는 재료물성치이며 시험데이터의 통계처리를 통해 계산되며 외부형상(L, a, b)는 제작에 따라 설계자가 의도한 값과 조금씩 다른 값을 가진다. 따라서, E, L, a, b 모두 확률변수이며 시스템의 저항요소(R)는 다양한 확률변수로 정의될 수 있다.



[그림 2] Cantilever

이와 같이, R과 L이 다양한 확률변수로 이루어 질 수 있기 때문에 한계상태식 역시 다양한 확률변수의 함수이다.

$$G = G(X_1, X_2, \cdots, X_n) \qquad (2)$$

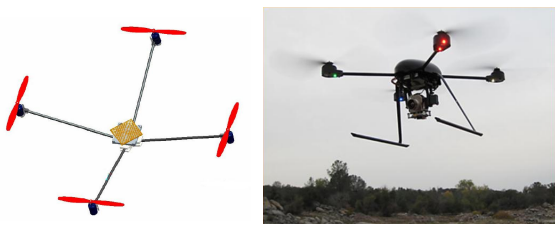
시스템 Failure 확률(P_f)은 한계상태식(식(1))이 영(Zero)보다 작은 확률을 계산하는 것이고 이는 식(3)의 적분을 계산하는 것과 동일하다. 식(3)에서 $f_G(X)$는 한계상태식의 확률밀도함수이다.

$$P_f = \Pr[G(X) \le 0] = \int_{G(X) \le 0} f_G(X)dX \qquad (3)$$

식 (3)을 수학적으로 적분하는 것은 매우 어려우므로 근사적인 방법으로 적분을 수행한다. 근사적으로 식(3)을 적분하는 방법은 몬테칼로시뮬레이션(Monte Carlo Simulation)과 같이 수많은 확률변수(X)를 발생시켜 한계상태식에 대입하여 G(X)≤0 인 경우만 Count하여 파괴확률을 계산하는 방법과 한계상태식을 1차식 또는 2차식으로 단순화(Taylor Series)하여 식 (3)의 적분을 수행하는 FORM(First Order Reliability Method), SORM(Second Order Reliability Method) 등이 있다.

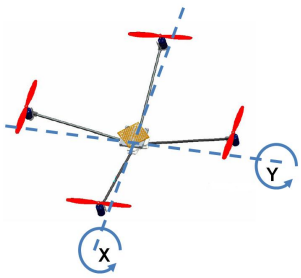
3. 쿼드로터와 신뢰도 해석

Quadrotor는 4개의 Rotor에 의해 발생되는 추력(Thrust)으로 수직이륙을 하며 4개의 Rotor 사이의 추력 차이에 의해 방향을 전환하는 비행체이다.



[그림 3] Quadrotor

Quadrotor 자체의 회전관성모멘트는 비행체 Control에서 고려되어야 할 사항으로 Quadrotor 각 부품들의 질량과 무게 중심으로부터의 거리로부터 계산할 수 있으며 X, Y축 회전관성모멘트는 식(4)와 같다.[2]



[그림 4] Quadrotor 회전관성모멘트

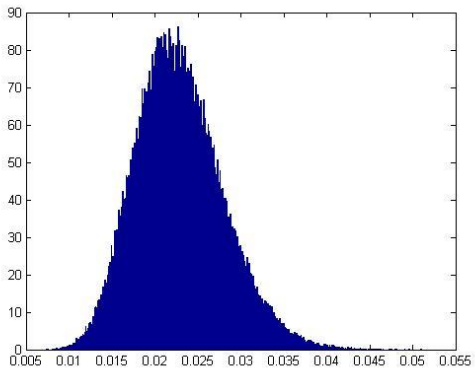
$$J=\frac{1}{3}Q(3r^2+h^2)+4QR^2+\frac{1}{12}P(H^2+D^2) \quad (4)$$

식 (4)에 사용된 변수는 부품들의 질량 및 치수이며 모두 확률변수로 가정할 수 있다.

[표 1] 변수

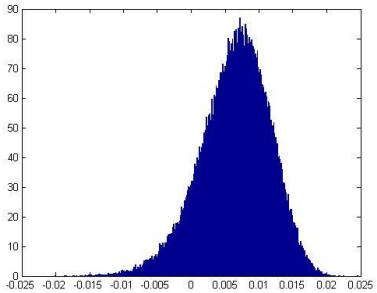
변수	설명	Mean	Std. Deviation
Q	Mass of motor	0.09	0.009
r	Radius of motor	0.012	0.0012
h	Hight of motor	0.036	0.0036
R	Distance from motor to hub	0.25	0.025
P	Mass of hub	0.1	0.01
H	Hight of hub	0.02	0.002
D	Depth of hub	0.1	0.01

표 1과 같이 확률변수를 가정하고 모든 변수를 정규분포로 가정했을 때, 회전관성모멘트(J)의 분포는 그림 5와 같다. 회전관성모멘트의 평균값은 0.0229이며 표준편차는 0.0051이다. 그림 5의 분포는 확률변수를 임의로 생성하여 J값을 계산하는 시뮬레이션을 100,000번 수행한 결과로서 시뮬레이션을 수행할 때마다 평균값과 표준편차값은 조금씩 변할 수 있다. 이론적인 J의 평균값은 표 1의 모든 확률변수의 평균값을 대입한 값으로 0.0226 이다.



[그림 5] 회전관성모멘트 분포

Quadrotor를 Control할 수 있는 전원 및 모터성능의 여유분을 고려하여 회전관성모멘트가 평균값의 130%를 넘을 경우를 System Fail이라고 정의한다면 실패확률은 10.27~10.65 %이며 분포는 그림 6과 같다.



[그림 6] System Fail 분포

4. 결론

신뢰도 해석기법은 공학적인 현상에 대해 그 분포를 예측하거나 실패 확률을 평가하기 위해 사용된다. 본 연구논문에서는 Quadrotor의 회전관성모멘트에 대한 한계상태식을 제시하고 그 분포와 실패확률을 평가해 보았다. 좀 더 의미있는 결과를 얻기 위해서는 가정한 확률변수의 확률분포함수 및 평균, 표준편차 등의 현실적이 통계값이 필요하다.

참고문헌

[1] Paul Pounds, Robert Mahony, Joel Gresham, " Towards Dynamically-Favourable Quad-Rotor Aerial Robots"

[2] Carlo Canetta, Jonathan Chin, Sevan Mehrabian, Ludguier Montejo, Hendrik Thompson, "Quad-rotor Unmanned Aerial Vehicle", May 2, 2007

[3] www.wikipedia.org