

유연관절로봇을 위한 가속도기반의 비선형관측기 설계 Design of Nonlinear Observer for Flexible Joint Manipulator Based on Acceleration

*김형종¹, #이승준², #남경태²

*H. Kim¹(hyungjong@gmail.com), #S. J. Lee²(sjlee10@kitech.re.kr),

#K. Y. Nam²(robotnam@kitech.re.kr)

¹서울대학교, ²한국생산기술연구원

Key words : Flexible Joint Manipulator, Acceleration, High Gain Observer, Nonlinear Stiffness

1. 서론

유연관절로봇(flexible joint manipulator)은 효율적인 생산성 향상을 위하여 일반적인 산업 현장에서 널리 쓰이고 있다[1]. 따라서 이런 로봇에 사용되는 제어기는 로봇성능을 결정짓는 것으로 아주 중요한 이슈이다. 유연관절로봇의 정밀한 위치제어 문제는 오래 동안 연구되어왔으며, 많은 제어기법들이 제안되었다. 하지만, 대부분의 제어기들이 로봇의 상태(위치, 속도 등)정보를 필요로 하지만, 그에 대한 연구는 많이 부족한 실정이다. 또한 몇몇 제안된 관측기(observer) 역시 유연관절로봇의 특성으로 인하여 정확한 로봇상태를 알아내기가 매우 어렵다.

최근에 가속도(acceleration) 정보를 기반으로 한 관측기가 제안되었다[2]. 이는 로봇 링크(link) 쪽에 가속도 센서를 장착하여 링크 쪽 비선형부분의 정보를 얻어 선형관측기를 구성함으로써, 효과적으로 로봇의 상태를 추정한다. 그 연구에서 로봇의 선형강성(linear stiffness)만을 고려하여 설계되었다. 하지만, 실제 로봇의 강성은 비선형특성을 가지고 있어 선형 관측기만으로는 좀 더 정밀한 상태추정이 불가능하다. 따라서 본 논문에서는 로봇의 비선형강성(nonlinear stiffness)을 고려한 가속도기반의 비선형 관측기를 제안한다. 또한 실제로봇 모델을 이용한 모의 실험을 통하여 기존의 선형관측기보다 향상된 성능을 확인한다.

2. 비선형강성의 유연관절로봇

일반적인 유연관절로봇의 모델 대신 본 논문에서는 단축에 대한 이관성(two-inertial) 시스템

에 대한 모델을 기반으로 로봇 상태를 관측하기 위한 관측기를 설계한다. 즉, 다음과 같은 미분방정식으로 이관성시스템을 표현할 수 있다[1].

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i &= \omega_i, \\ \dot{\omega}_i &= J_i^{-1}(\theta_i)(D(\omega_m - \omega_i) + K(\theta_i, \theta_m) - C(\theta_i, \omega_i) - G(\theta_i)), \\ \dot{\theta}_m &= \omega_m, \\ \dot{\omega}_m &= J_m^{-1}(D(\omega_i - \omega_m) - K(\theta_i, \theta_m)) + J_m^{-1}\tau. \end{aligned}$$

여기서 θ_i 와 ω_i 은 링크의 위치와 속도며, θ_m 과 ω_m 은 모터의 위치와 속도를 나타낸다. $J_i(\theta_i)$ 은 링크관성, D 는 댐핑, $C(\theta_i, \omega_i)$ 는 코리올리과 원심력, $G(\theta_i)$ 는 중력, J_m 은 모터관성, 그리고 τ 는 입력토크를 나타낸다. $K(\theta_i, \theta_m)$ 는 비선형강성을 나타내는 것으로 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{cases} -k_1\theta_B - k_2\theta_B^3 - (k_1 + 3k_2\theta_B^2)(-\theta_m + \theta_i - \theta_B), & \theta_m - \theta_i < \theta_B, \\ k_1(\theta_m - \theta_i) + k_2(\theta_m - \theta_i)^3, & |\theta_m - \theta_i| \leq \theta_B, \\ k_1\theta_B + k_2\theta_B^3 + (k_1 + 3k_2\theta_B^2)(\theta_m - \theta_i - \theta_B), & \theta_m - \theta_i > \theta_B. \end{cases}$$

여기서 k_1 과 k_2 는 선형강성과 비선형강성을 각각 나타내며, θ_B 는 굴절중단점(breakpoint deflection)이다. $\theta_d := \theta_m - \theta_i$ 을 정의하면, 위 식은 다음과 같이 적을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Y + \Phi(x), \quad y_1 = Cx, \quad u := \tau, \\ x &:= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\theta_1 \ \omega_2 \ \theta_4 \ \omega_m]^T, \quad y := [y_1 \ y_2]^T = [\theta_m \ \omega_m]^T, \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & J_m^{-1}D - J_m^{-1}k_1 - J_m^{-1}D \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ J_m^{-1} \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 0 \\ y_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \end{aligned}$$

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -J_m^{-1}\phi(x_3) \end{bmatrix}, \quad \phi(x_3) = \begin{cases} 3k_2\theta_B^2x_3 + 2k_2\theta_B^3, & x_3 < -\theta_B, \\ k_2x_3^3, & |x_3| \leq \theta_B, \\ 3k_2\theta_B^2 - 2k_2\theta_B^3, & x_3 > \theta_B. \end{cases}$$

보조정리1: 함수 $\Phi(x)$ 는 globally Lipschitz이다. 즉, 다음 식을 만족하는 상수 $\gamma_x (= 3k_2\theta_B^2) > 0$ 이 존재한다. $|\Phi(x) - \Phi(\hat{x})| \leq \gamma_x \|x - \hat{x}\|, \forall x, \hat{x} \in R^4$. \diamond

3. 유연관절로봇을 위한 비선형 관측기

본 절에서는 위 모델에 대한 고게인 관측기(high gain observer)를 설계한다. 우선 다음과 같은 좌표 변환을 수행한다.

$$z = Tx, \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ J_m^{-1}D & 0 & J_m^{-1}D & 1 \\ J_m^{-1}k_1 & J_m^{-1}D & 0 & 0 \\ 0 & J_m^{-1}k_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ J_m^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -J_m^{-1}D \\ -J_m^{-1}k_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} y_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_m^{-1}D \\ J_m^{-1}k_1 \end{bmatrix} y_2 + \bar{\Phi}(z),$$

$$y_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]z, \quad \bar{\Phi}(z) = T\bar{\Phi}(T^{-1}z).$$

보조정리2: 함수 $\bar{\Phi}(z)$ 는 globally Lipschitz이다. 즉, 다음 식을 만족하는 상수 $\gamma_z = \gamma_x \|T\| \|T^{-1}\| > 0$ 이 존재한다. $|\bar{\Phi}(z) - \bar{\Phi}(\hat{z})| \leq \gamma_z \|z - \hat{z}\|, \forall z, \hat{z} \in R^4$. \diamond

상태 z 를 추정하기 위하여 다음 같은 고게인 관측기를 설계한다.

$$\dot{\hat{z}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{z} + \begin{bmatrix} J_m^{-1} \\ J_m^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -J_m^{-1}D \\ -J_m^{-1}k_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} y_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_m^{-1}D \\ J_m^{-1}k_1 \end{bmatrix} y_2 + \bar{\Phi}(\hat{z}) + L(y_1 - \hat{z}_1),$$

$$L = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4]^T = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ \epsilon & \epsilon^2 & \epsilon^3 & \epsilon^4 \end{bmatrix}^T.$$

여기서 ϵ 는 작은 양수며, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 는 다음 행렬을 Hurwitz되게 설계한다.

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & 0 & 1 & 0 \\ -\alpha_3 & 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

관측에러 동역학 $\tilde{z} = z - \hat{z}$ 을 이용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\tilde{z}} = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 & 0 & 0 \\ -l_2 & 0 & 1 & 0 \\ -l_3 & 0 & 0 & 1 \\ -l_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tilde{z} + (\bar{\Phi}(z) - \bar{\Phi}(\hat{z})).$$

다시 스케일된 관측에러는 다음과 같다.

$$\epsilon \dot{\tilde{\xi}} = \bar{A} \tilde{\xi} + \epsilon E + (\bar{\Phi}(z) - \bar{\Phi}(\hat{z})), \quad \tilde{\xi} = E \tilde{z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \epsilon^3 \end{bmatrix} \tilde{z}.$$

이론1: 만약 ϵ 이 $0 < \epsilon < \frac{1}{2\lambda_{\max}(P)\gamma_z}$ 이 만족되게 설계한다면, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z} = 0$ 이다. 여기서 P 는

$\bar{A}^T P + P \bar{A} = -I$ 을 만족하는 양의대칭행렬 (symmetric positive-definite matrix)이다. \diamond

증명: Lyapunov 후보함수 $V = \tilde{\xi}^T P \tilde{\xi}$ 를 제안한다. 그러면, 그 함수의 미분은 다음과 같다(보조정리2 이용).

$$\dot{V} = \tilde{\xi}^T \dot{\tilde{\xi}} + 2\tilde{\xi}^T P \epsilon E (\bar{\Phi}(z) - \bar{\Phi}(\hat{z})) \leq -|\tilde{\xi}|^2 + 2\epsilon\lambda_{\max}(P)\gamma_z |\tilde{\xi}|^2 \leq -(1 - 2\epsilon\lambda_{\max}(P)\gamma_z) |\tilde{\xi}|^2.$$

위의 식으로부터 $0 < \epsilon < \frac{1}{2\lambda_{\max}(P)\gamma_z}$ 에 대하여 \dot{V} 는 음수를 가진다. 따라서 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z} = 0$ 이다. \square

4. 모의실험

본 논문에서 제안된 관측기를 실제 로봇의 모델에 모의실험을 진행하였다. 모델은 현대중공업 HS-165로봇(165kg)을 이용하였다. Fig. 1는 링크 위치의 추정 모의실험 결과를 보여준다.

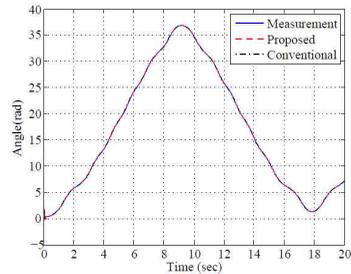


Fig. 1. 링크 위치 추정 결과

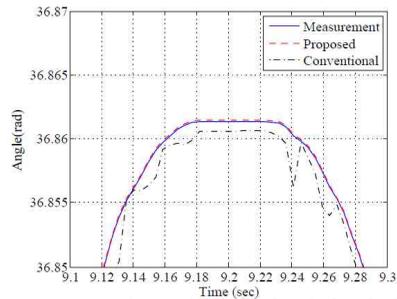


Fig. 2. 링크 위치 추정 결과 (확대)

Fig. 2는 Fig. 1을 확대한 것으로 기존 [2]에서 제안된 방법에 대하여 성능개선을 확인 할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 기존에 제안된 선형강성을 고려한 선형관측기에서 강성의 비선형성을 추가로 고려하여 실제 로봇에 적용 시 그 성능향상을 확인할 수 있었다.

참고문헌

1. S. Moberg, J. Ohr, S. Gunnarsson, A benchmark problem for robots control of a multivariable nonlinear Flexible manipulator, 17th IFAC World Congress, 2008
2. A. D. Luca, D. Schroder, M. Thummel, An acceleration-based state observer for robot manipulators with elastic joints, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2007