

# 여유자유도 로봇 팔의 CGA 를 이용한 순기구학 해석 Forward Kinematics Analysis of Redundant Robot Arm using Conformal Geometric Algebra

김제석<sup>1</sup>, 정하익<sup>1</sup>, 배종호<sup>1</sup>, 장영수<sup>1</sup>, \*최문석<sup>2</sup>, #박장현<sup>3</sup>,

J. S. Kim<sup>1</sup>, H. I. Jung<sup>1</sup>, J. H. Bae<sup>1</sup>, Y. S. Jang<sup>1</sup>, \*M.S.Choi<sup>2</sup>, #J. H. Park(jpark@hanyang.ac.kr)<sup>3</sup>

<sup>1</sup>한양대학교 자동차공학과, <sup>2</sup>한양대학교 지능형로봇학과, <sup>3</sup>한양대학교 미래자동차공학과

Key words : Forward Kinematics, Conformal Geometric Algebra, Redundant manipulator

## 1. 서론

7-자유도 로봇 팔은 여분의 자유도를 가지므로 앞서 언급한 문제를 해결할 수 있고 다양한 환경에서 작업을 할 수 있는 능동적인 대처가 가능하다.

하지만 여분의 자유도를 가지는 로봇 팔은 최소한의 자유도를 갖는 로봇의 비해 기구학적인 해석이 어렵다.

본 논문에서는 기하학적인 요소들을 직관적으로 쉽게 수학적으로 표현할 수 있고 연산량이 적은 등각 기하대수(Conformal Geometric Algebra) [1]를 이용하여 순기구학의 해석을 수행하였다.

## 2. Conformal Geometric Algebra

기하대수(Geometric Algebra)는 3차원 공간에서 공간과 시간을 벡터 미적분보다 간단하고 쉽게 표현과 해석이 가능하다.

특히 수학적 문제에서 CGA는 구, 원, 평면, 직선, 점 등의 기하학적 요소를 간결하게 표현하고 조각이 쉬운 이점을 제공한다. 5차원의 CGA는 3차원 벡터 대수의 기본적인 기저벡터에 두 개의 기저벡터를 추가하여 확장시킨 이론이다. 5차원 CGA의 기저벡터는 식 (2.1)와 같이 정의된다.

$$X = \{e_1, e_2, e_3, e_0, e_\infty\} \quad (2.1)$$

처음 세 개의 기저벡터들은 유클리드 기하대수의 기저벡터와 동일하다. 추가된 두 개의 기저벡터들은 각각 3차원 공간의 원점( $e_0$ )과 무한한 점( $e_\infty$ )를 표현한다.

Table 1은 기하학적 요소들을 직관적인 관점에서 이해할 수 있도록 두 가지 표현법을 제공한 것이다. 하나는 IPNS(Inner product Null Space) 관점에서의 표현방법이고, 다른 하나는 OPNS(Outer Product Null Space) 관점에서의 표현법이다.

두 표현법들은 이중 연산자를 의미하는 첨자 \*에 의해 서로 변환 될 수 있다. IPNS 표현법에서 외적 ‘ $\wedge$ ’은 기하학적 요소들이 겹치는 것을 의미하고 OPNS 표현법에서 외적 ‘ $\wedge$ ’은 구, 평면, 원,

Table 1 List of Conformal Geometric Entities

Entity	IPNS	OPNS
Point	$P = X + 0.5X^2e_\infty + e_0$	
Sphere	$S = p - 0.5r^2e_\infty$	$S^* = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge P_4$
Plane	$\pi = n + de_\infty$	$\pi^* = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge e_\infty$
Circle	$z = S_1 \wedge S_2$	$z^* = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3$
Line	$L = \pi_1 \wedge \pi_2$	$L^* = P_1 \wedge P_2 \wedge e_\infty$
Point pair	$Pp = S_1 \wedge S_2$	$Pp^* = P_1 \wedge P_2$

직선, 쌍점 상에 존재하는 각 점  $\{P_i\}$ 를 결합시키는 역할을 한다. 그리고 X와 n은 3차원 기저벡터인  $e_1, e_2, e_3$ 의 선형결합에 의한 3차원 요소를 의미한다. [1,6]

## 3. 순기구학 해석

로봇 팔의 연산과정의 최소화를 위하여 최소한의 기하학적 형상으로 가정하였다. 7-자유도 로봇 팔은 그림 2 와 같이 총 7개의 관절로 구성된다. 이를 인간의 팔과 비유하면 다음과 같이 3 개의 관절(어깨, 팔꿈치, 손목)로 구분하여 기하학적 형상을 감소시킬 수 있다.

- 바닥에 인접한 3 개의 관절( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ )은 어깨(3-DOF)로 가정
- 로봇 팔의 가운데 있는 1 개의 관절( $\theta_4$ )은 팔꿈치(1-DOF)로 가정
- 말단에 인접한 3 개의 관절( $\theta_5, \theta_6, \theta_7$ )은 손목(3-DOF)으로 가정

하지만 기존의 DH-파라미터[2]의 변환행렬에서는 Y축 회전에 대해 표현이 불가능하기 때문에 위에서 제안했던 로봇 팔 모델을 제대로 표현하지 못한다.

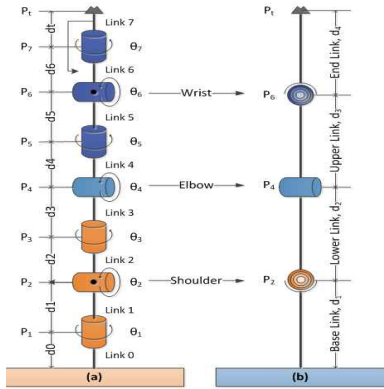


Fig.2 -DOF Anthropomorphic Robot Arm

본 논문에서는 확장 DH-파라미터[4]를 이용하여 Y축 회전의 표현을 가능하게 하였다. 앞서 설명한 확장 DH-파라미터의 변환행렬을 CGA로 표현하면 다음과 같이 표현된다.

$${}^{i-1}P_i = P_{i-1} + d_i R_{z,i} M_{i-1} e_3 \tilde{M}_{i-1} \tilde{R}_{z,i} + a_i R_{y,i} R_{z,i} M_{i-1} e_1 \tilde{M}_{i-1} \tilde{R}_{z,i} \tilde{R}_{y,i}$$

우변의 첫 번째 항은 i-1번째 관절의 위치 벡터를 표현하고, 두 번째 항은  $Rot(x_{i-1}, \alpha_{i-1}) \cdot Rot(z_{i-1}, \theta_i) \cdot Trans(z_{i-1}, d_i)$ 를 의미한다. 그리고 세 번째 항은 두 번째 항에서 회전된 좌표계를 기준으로  $Rot(y_{i-1}, \theta_i) \cdot Trans(x_i, \alpha_i)$ 를 표현한다.[7]

#### 4. 연산시간과 정확성

먼저 연산시간을 비교하기 위해서 동일한 환경으로 각 관절 변수를 어깨관절( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ )을 각각 20 deg, 팔꿈치관절( $\theta_4$ )을 30 deg, 마지막으로 손목관절( $\theta_5, \theta_6, \theta_7$ )을 40 deg로 설정하고 연산시간을 측정하였다.

연산시간 측정값은 표 2와 같고, 단위는 [ $\mu sec$ ]이며 정확한 값을 도출하기 위해 10회 반복 측정하였다. 기존의 DH-파라미터를 이용한 순기구학에 비해 약 3.74배 정도의 연산시간에 있어 이점을 보였다.

또한, 정확성을 비교해 보기 위해 연산시간 측정했던 것과 같이 같은 변수를 입력하여 정확도를 측정하였다. 기존의 DH-파라미터를 이용한 순기구학에 비해 근소하게 정확도가 떨어지지만 실제 로봇 플랜트에 적용하기에는 무리가 없는 값이다.

#### 5. 결론

본 연구에서는 다양한 수학적 도구들을 하나로 통합하여 직관적으로 이해하기 쉬운 Conformal Geometric Algebra를 이용하여 7-자유도 인간형 로

Table 2 Computation Time[ms] and Accuracy[m]

Repeat	Fork using DH	Fork using CGA
평균계산시간	0.96063	0.25632
상대적시간	3.74	1

Repeat	Fork using DH	Fork using CGA
Angle 1	$2.22045 \times 10^{-16}$	$4.11272 \times 10^{-8}$
Angle 2	$3.97774 \times 10^{-8}$	$5.80762 \times 10^{-8}$

봇 팔의 순기구학 해석에 관한 연구를 수행하였다. 근소하게 정확도가 떨어지지만 이 값을 실제 적용하기에는 무리가 없는 값이었다. 따라서 CGA를 이용한 순기구학 해석은 기존의 방법들에 비해 만족할 만한 연산성능을 이끌어 낼 수 있었다.

#### 후기

본 논문은 지식경제부 우수제조기술연구센터(ATC)사업(과제번호 201000000002171 - 차세대 협업 생산 로봇을 위한 다자유도 Robot Arm 및 응용기술 개발)의 지원에 의해 수행되었습니다.

#### 참고문헌

- Hildenbrand, D., Geometric computing in computer graphics and robotics using conformal geometric algebra. 2006; Darmstadt.
- Tolani, D., A, Goswami, and N.I. Badler, Real-Time Inverse Kinematics for Anthropomorphic Limbs. Graphical Model, 2000.62(5):p.353-388
- John J.Craig, "Introduction to Robotics Mechanics And Control", 2005 :p.63-100
- U. Thomas, I. maciuszek, and F.M.Wahl, "A Unified Notation for serial, Parallel, and Hybrid Kinematic Structures, 2011
- Joan Lasenby, "Modelling Motion: Tracking, Analysis And Inverse Kinematics", 2000
- Kim, J.S., Y.K. Ji, and J.H. Park. 7-DOF Robot Arm's new Inverse Kinematics Analysis using Geometric Algebra. 2010: Korean Society Of Precision Engineering.
- Kim, J.S., CGA를 이용한 여유자유도 로봇 팔의 기구학 해석에 관한 연구, in Kinematics of redundant robot arms using conformal geometric algebra. 2011, 한양대학교 대학원: 서울