

초정밀 위치 결정 기구용 근사 시간 최적제어 알고리즘 A Near Time Optimal Control Algorithm for High-Precision Positioning Systems

*#정재화¹, 최영만², 홍대웅¹, 권대갑³, 김철호⁴

*#Jaehwa Jeong(jaehwa@korea.ac.kr)¹, Young-Man Choi², Daewoong Hong¹, Dae-gab Gweon³, Cheolho Kim⁴

¹ 고려대학교 제어계측공학과, ² 한국기계연구원 인쇄전자연구실, ³ 한국과학기술원 기계공학과,

⁴ 한국생산기술연구원 스마트시스템연구부

Key words : Time optimal control, High-Precision Positioning

1. 서론

이 논문에서는 유연기구를 이용한 초정밀 위치결정 기구¹를 위한 근사 시간 최적제어 알고리즘에 대해 제안한다. 유연기구와 전자기 액츄에이터를 이용한 초정밀 위치결정 기구들은 간단히 Fig. 1 과 같이 질량과 스프링으로 이루어진 2 차 기계 시스템으로 모델링된다. 제안된 알고리즘은 점대점 제어에 있어 안정화 시간을 최소화하기 위하여 기존의 PTOS (Proximate time optimal servomechanism)²를 확장하여 질량-스프링 모델에 적용되도록 하였고 이를 PTOS-F(PTOS for flexible systems)라고 명명하였다. 기존의 PID 제어기의 경우, 점대점 위치 제어를 위해서는 입력의 제한(saturation limit)으로 인하여 이동 거리에 따라 입력 궤적 설계를 하거나 각각 다른 제어 계인을 사용해야 하지만 제안된 PTOS-F 는 입력 궤적에 대한 부차적인 설계가 필요하지 않으며, 하나의 계인 셋(gain set)으로 다양한 이동거리에 따라 최적의 안정화 시간을 보여준다. 이 논문에서는 PTOS-F 에 대해 소개하고 시뮬레이션을 통하여 알고리즘을 검증하였다.

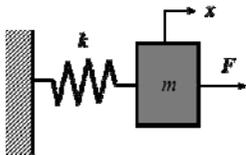


Fig. 1 Mass-spring system

2. PTOS-F

질량만을 가지는 2 차 기계 모델(Double Integrator)의 경우, 시스템에 위치 에너지가 존재하지 않으므로 외력에 의한 응답이 위치에 따라 달라지지 않는다. 하지만 질량-스프링으로 이루어진 2 차 기계 모델의 경우, 스프링에 위치 에너지가 저장되므로 시스템의 응답은 초기 위치에 따라 달라지게 된다.

$$m\ddot{x} + kx = F \quad (1)$$

근사 시간 최적제어에서는 가속시는 최대 가속도를 이용하고 감속시 시간 최적 속도 프로파일은 이용하게 되는데, 이는 식(1)와 같은 2 차 기계 시스템에 최대 감속력 $-F_{max}$ 을 가했을 때의 해로부터 도출된다. 예를 들어, 초기 위치가 $r (>0)$ 이고 초기 속력을 0 이라고 하였을 때, 해는 다음과 같다.

$$x(t) = \left(r + \frac{F_{max}}{k}\right)\cos\omega t - \frac{F_{max}}{k} \quad (2)$$

여기서 $\omega = \sqrt{k/m}$ 이며, 때, 위치 오차 $e(t)$ 를 정의하면,

$$e(t) = r - x(t) = \left(r + \frac{F_{max}}{k}\right)(1 - \cos\omega t) \quad (3)$$

식 (2)와 (3)로부터 속도 v 와 오차 e 의 관계를 나타내면, 2 차 기계 시스템에서의 시간최적 속도 궤적은 식 (4)과 같다.

$$v = f(e) = \omega \sqrt{\left(r + \frac{F_{max}}{k}\right)^2 - \left(r + \frac{F_{max}}{k} - e\right)^2} \quad (4)$$

질량만 존재하는 경우의 최대 가속에 의한 계적식인 식(5)과 비교해보면, 앞서 설명한 것처럼 강성을 포함하는 2 차 기계 시스템은 위치오차뿐 아니라 목표 위치(또는 현재 위치)에 따라 궤적이 달라짐을 알 수 있다.

$$f_d(e) = \sqrt{2F_{\max}|e|} \quad (5)$$

식(4)로부터 PTOS 와 동일한 방법으로 PTOS-F 를 유도하면 다음과 같은 제어식으로 표현된다.

$$F = F_{\max} \text{sat}(k_2(f(e) - v) / F_{\max}) \quad (6)$$

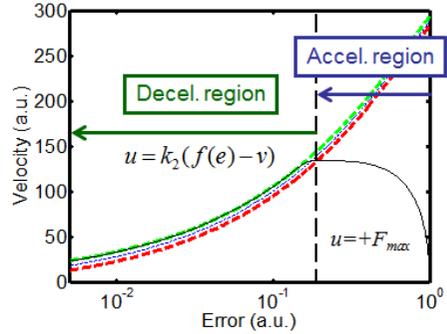


Fig. 2 Phase plane of PTOS-F

$$f(e) = \begin{cases} \text{sign}(e) \left[\omega \sqrt{\left(r + \frac{\alpha F_{\max}}{k} \times \text{sign}(e) \right)^2 - \left(r + \frac{\alpha F_{\max}}{k} \times \text{sign}(e) - e \right)^2} - \frac{F_{\max}}{k_2} \right] & |e| > e_b \\ \frac{k_1}{k_2} e & |e| \leq e_b \end{cases} \quad (7)$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{F_{\max}^2 + 2k_1 F_{\max} \theta}}{\theta \omega} \quad (8)$$

$$e_b = \frac{\theta F_{\max}}{F_{\max} + \theta k_1} \quad (9)$$

$$\theta = r + \frac{\alpha F_{\max}}{k} \times \text{sign}(e) \quad (10)$$

여기서 e_b 는 스위칭되는 위치오차 경계로써 오차가 이 값 이내가 되면 제어기는 PD 제어기로 스위칭된다. r 은 이동목표위치, k_1 은 위치 게인, k_2 는 속도 게인, α 는 감속도비를 말한다. 제어 변수는 k_1 과 α 이며, 나머지 변수는 두 파라미터에 의해 결정된다. k_1 은 페루프 시스템의 강성과 같아서 클수록 속도 궤적의 기울기가 커지며, α 를 작게 하면 시스템의 댐핑을 크게 하는 효과가 있다.

제안된 알고리즘을 도식적으로 설명하기 위해 Fig. 2 에 상평면(Phase plane)을 나타내었다. 운동 초기에는 $e > 0$ 이고, $v = 0$ 이므로 입력은 최대 힘인 F_{\max} 가 되고 이에 의해 가속되면서, 이 후 속도와 위치 오차가 두 점선(빨강과 녹색) 사이에 위치하게 되면 입력은 식 (6)과 같이 주어지며, 시간이 지날수록 원점($e=0, v=0$)로 수렴하게 된다.

Table 1 은 시물레이션 한 결과로써 PTOS-F 가 다양한 이동 거리에서 최적의 성능을 내는 것을 알 수 있다.

Table 1. Simulation results

Step size	1% Settling time (msec)					
	From the equilibrium			To the equilibrium		
	PTOS-F	PTOS	PID	PTOS-F	PTOS	PID
0.01 mm	1.25	2.55	4.0	1.25	2.5	3.75
0.1 mm	3.6	5.6	3.45	3.55	5.45	5.4
0.5 mm	7.7	11.95	14.55	7.5	11.1	17.25

후기

본 연구는 한국연구재단의 일반 연구자 지원사업(2011-0026831)과 지식경제부의 신성장동력장비강화사업의 연구비 지원으로 이루어졌습니다.

참고문헌

1. Kang, D., Kim, K., Kim D., Shim, J., Gweon, D.-G and Jeong, J., "Optimal design of high precision XY-scanner with nanometer-level resolution and millimeter-level working range", *Mechatronics*, **19**, 562-570, 2009
2. Workman, M. L., "Adaptive Proximate Time Optimal Servomechanisms", *Ph.D thesis, Stanford University*, 1987