효율인 GRM 계수 생성에 관한 연구

박춘명*

*한국교통대학교

A Study on Efficient GRM Coefficient Generation

Chun-Myoung Park*

*Korea National University of Transportation

E-mail : cmpark@ut.ac.kr

요 약

본 논문에서는 GRM 계수를 효율적으로 생성할 수 있는 방법을 제안하였다. 제안한 방법은 1번째 행에 2n개의 주어진 RM계수를 표현하고 고정된 수식에 의해 하위 열에 순차적 인 모듈로 합을 행하는 병렬형 방법이다. 제안한 방법의 효율성을 기존의 방법들과 비교하였으며 그 결과 n개의 입력 변수에서 모든 극수의 GRM 계수들을 구하는데 같은 시스템 복잡도에 대하여 2×(n-1변수의 Ex-OR 개수) + 3^{n-1}개의 2입력 Ex-OR만을 필요로 하였고 기존의 방법에 비해 매우 행상되었음을 확인하였다.

ABSTRACT

In this paper, we propose the method to derive effective GRM coefficients for each 2^n polarities using triangle cell. In this paper, cell is defined so as to obtain GRM coefficients efficiently. After arranging 2n given RM coefficients of first row of cell, sequence modulo sum is performed in parallel to low column by a fixed numerical formula. To prove the efficiency of proposed arithmetic method, it is compared with earlier method.

키워드

polarities, cell, coefficient, RM, GRM

Ⅰ. 서 론

지난 수십 년간 2진 논리에 기초한 집적회로기술의 발전은 소자의 집적능력과 기능당 가격비율을 비약적으로 향상시켰으며, 이로써 논리시스템 및 컴퓨터 하드웨어분야의 눈부신 발전을 이룩할 수 있게 되었다. 그러나 회로의 집적도 향상으로 인한 시스템 복잡도 증가는 고밀도 집적회로를 구현하기위해 해결되어야 할 중대한 문제점으로 부각되고 있다.[1-2]

시스템의 입력과 출력 사이의 관계를 표시하는 함수 형태는 입력 값의 조합에 의해 출력 값이 주어지는 진리표를 일반화한 연산 영역과 입력변수를 함수적으로 표현한 함수영역으로 구분하여 함수 해석이 가능하며, 이들 두 영역 사이의 변환은 RM전개식을 이용한다. RM을 이용한 AND/Ex-OR 구현의 주된 응용은 산술, 통신회로, 에러제어를 위한 코딩구조, 동기화 시스템, 테스팅과 같은 여러 응용분야[3-4]에서 찾아 볼 수 있는데, RM 전개식[5]을 사용하는 이점은 소자 수와 게이트 상호 연결 수에 있어서 타 함수의 논리회로 실현보다 경제적이며 회로 구현이 용이하다.

Ⅱ. GRM 상수의 생성

RM 전개식은 모듈러-2의 정규화 된 곱의 합 형식으로 표현 가능하다. RM 전개식에 의하여 표현된 함수는 함수영역에서 유일한 것이 아니다. 만약 입력 변수 x_i를 $\overline{x_i}$로 대치한다면 다른 형태의 정규화 된 형식으로 표현된다. 이와 같이 n개의 입력변수에 대해 2^n개의 서로 다른 입력형태가 만들어지며 이에 대한 RM계수를 구하는 것이 GRM 변환이다. GRM 계수 값의 결정은 보통 연산영역에서 극수에 대한 GRM 계수를 구하는 방법이 있지만 극수가 0인 fixed polarity를 구하고, 극수를 확장시켜 GRM 계수를 구하는 것이 최적화 된 극수를 구하는

데 더욱 효과적이다. 극수의 표현은 n-bit 이진수를 십진수로 변환하여 표현한다.

2.1 단일변수에서의 GRM상수의 생성

단일변수(n=1)인 경우 GRM 계수를 구하기 위해서는 식(1)과 같은 단일 변수 행렬식을 사용한다.

$$f(x_1') = c_0 \oplus c_1 x_1' \tag{1}$$

x_1'는 x_1의 입력형태가 x_1이거나 또는 $\overline{x_1}$인 2가지 형태 중에 하나를 의미한다.

• $x_1' = x_1$ 인 경우 :

$x_1' = x_1$을 식(1)에 대입하면 GRM 함수의 일반식은 식(7)과 같이 표현된다.

$$f(x1') = co \oplus c1x1 = a0 \oplus a1x1 \tag{2}$$

2.2 다변수에서의 GRM상수의 생성

n=2. 즉 변수가 2개인 경우에 대하여 보면 극수는 2^2개의 경우가 발생한다. 식(3)과 같이 2변수 함수가 주어졌을 때, 변수 x_2와 변수 x_1의 조합에 의해서 극수는 4개가 존재한다.

$$f(x_2, x_1) = c_0 \oplus c_1 x_1 \oplus c_2 x_2 \oplus c_3 x_2 x_1 \tag{3}$$

이때 주어진 모든 극수를 표현하면

① $x_2' = x_2$ $x_1' = x_1$, 극수 p=0인 경우;

$$\begin{aligned} f(x_2', x_1') = f(x_2, x_1) &= c_0 \oplus c_1 x_1 \oplus c_2 x_2 \oplus c_3 x_2 x_1 \\ &= a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus a_3 x_2 x_1 \end{aligned}$$

② $x_2' = x_2$ $x_1' = \overline{x_1}$, 극수 p=1인 경우;

$$\begin{aligned} & f(x_2', x_1') = f(x_2, \overline{x_1}) \\ & = c_0 \oplus c_1 (x_1 \oplus 1) \oplus c_2 x_2 \oplus c_3 x_2 (x_1 \oplus 1) \\ & = (c_0 \oplus c_1) \oplus c_1 x_1 \oplus (c_2 \oplus c_3) x_2 \oplus c_3 x_2 x_1 \\ & = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus a_3 x_2 x_1 \end{aligned}$$

③ $x_2' = \overline{x_2}$ $x_1' = x_1$, 극수 p=2인 경우;

$$\begin{aligned} & f(x_2', x_1') = f(\overline{x_2}, x_1) \\ & = c_0 \oplus c_1 x_1 \oplus c_2 (x_2 \oplus 1) \oplus c_3 (x_2 \oplus 1) x_1 \\ & = (c_0 \oplus c_2) \oplus (c_1 \oplus c_3) x_1 \oplus c_2 x_2 \oplus c_3 x_2 x_1 \\ & = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus a_3 x_2 x_1 \end{aligned}$$

④ $x_2' = \overline{x_2}$ $x_1' = \overline{x_1}$, 극수 p=3인 경우;

$$\begin{aligned} & f(x_2', x_1') = f(\overline{x_2}, \overline{x_1}) \\ & = c_0 \oplus c_1 (x_1 \oplus 1) \oplus c_2 (x_2 \oplus 1) \oplus c_3 (x_2 \oplus 1)(x_1 \oplus 1) \\ & = (c_0 \oplus c_1 \oplus c_2 \oplus c_3) \oplus (c_1 \oplus c_3) x_1 \\ & \quad \oplus (c_2 \oplus c_3) x_2 \oplus c_3 x_2 x_1 \\ & = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus a_3 x_2 x_1 \end{aligned}$$

각각의 경우마다 계수 a_i는 달라지며 이 때 계수 C_i와의 관계는 변환행렬 Z로 나태난다.

① 극수 p=0

$$Z_{00} = \begin{bmatrix} 1\,0\,0\,0 \\ 0\,1\,0\,0 \\ 0\,0\,1\,0 \\ 0\,0\,0\,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 \\ 0 & Z_0 \end{bmatrix}$$

② 극수 p=1

$$Z_{01} = \begin{bmatrix} 1\,1\,0\,0 \\ 0\,1\,0\,0 \\ 0\,0\,1\,1 \\ 0\,0\,0\,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_1 \end{bmatrix}$$

III. 결 론

본 논문은 단일변수 삼각 셀을 순환적으로 사용하여 2^n개의 서로 다른 극수(polarity)를 갖는 새로운 GRM(Generalized Reed-Muller) 계수를 생성하는 방법에 대하여 논의 하였다. 본 논문에서 제안한 알고리즘은 기존에 제안되어진 알고리즘들이 모든 극수의 GRM 계수들을 생성하는데 있어서 많은 수의 연산자들이 필요하다는 단점을 개선하기 위해여 주어진 p=0의 RM상수를 고정된 연산순서를 갖는 삼각 셀로 형태로 변환하고 단일변수 삼각 셀을 n 변수 삼각 셀 까지 순환적으로 사용하여 적은 연산자를 가지고 순차적이고 병렬형구조로 모든 극수에 대하여 GRM 계수를 생성하는 방법을 유도하였다.

참고문헌

[1] M. Kameyama, "Toward The Age of Beyond-Binary Electronics and Systems, " IEEE Proc. 20th Int. Symposium on MVL, pp.162-166, May 2007.

[2] T. Hanyu, M. Kameyama and T. Higuchi, "Prospects of MVL VLSI Processors," Special issue on MVL Integrated Circuits IEICE Trans Electron. vol. E76-C, no. 3, pp.383-391, Mar., 2009.

[3] S. M. Reddy. "Easily testable realization for logic functions," IEEE Trans on Computer, vol 11(11), pp. 1183-1188, Nov., 2008.

[4] J. Saul. "An Algorithm for th multi-level Minimization of Reed-Muller Representation," IEEE Proc. of ICCD, pp 634-637, 2011.

[5] T. R. Damarla, M. Karpovsky, "Fault detection in combinational network by Reed-Muller transform, IEEE Trans. Computers," Vol. 38,No. 6, pp 788-797, June 2005.