실린더형 비선형 연삭 모델의 가공에너지 최적화

An optimization of grinding energy density for a non-linear cylindrical grinding system

*정지현 [1], 김필기 [1], 이정인 [1], 이종항 [2], 김경동 [3], #석종원 [4]

*J. Jung[1], P. Kim[1], J. Lee[1], J.H. Lee[2], K.D. Kim[3],#J. Seok(seokj@cau.ac.kr)[4]

[1] 중앙대학교 기계공학부 대학원, [2] 한국산업기술대학교 기계공학과, [3] 한국공작기계산업협회, [4] 중앙대학교 기계공학부

Key words : Cylindrical Grinding, Dual Time Delay, Grinding Energy Density, Energy Optimization

1. 서론

공작기계에서 에너지 문제는 비용 및 환경적인 이유로 학문, 정책, 외교적 측면에서 활발하게 다뤄져 왔다. [1]

이러한 추세를 반영하여 본 연구에서는 대표적인 표면 연마 장비인 연삭기에서의 에너지 문제를 다루었다. 특히 연삭 시스템의 동역학적 거동, 그 중에서도 대표적인 비선형 거동인 안정 한계 궤도 (Stable limit cycle) 조건에서의 에너지 효율을 분석하였다.

2. 운동방정식

Fig. 1 은 일반적인 원통 연삭 시스템을 도식으로 나타내고 있다. 이 모델을 운동방정식으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다. [2]

$$m_1\ddot{x}+c_1\dot{x}+k_1x=-F_N, \tag{1a}$$

$$m_2\ddot{y}+c_2\dot{y}+k_2y=F_N. \tag{1b}$$

또한 Normal force F_N 은 Werner, G. [3]가 실험적으로 구한 식을 사용하였다.

$$F_N=\begin{cases} Ks_1^{\gamma}(v_2/v_1)^{2\varepsilon_0-1}D^{1-\varepsilon_0}(\delta_s+\delta_d)^{\varepsilon} & \text{if } \delta_s+\delta_d>0 \\ 0 & \text{if } \delta_s+\delta_d\le 0 \end{cases}, \tag{2}$$

여기서 K 는 Proportionality factor (N/mm), s_1 은 Cutting edge density (mm^{-1}), v_1 과 v_2 는 각각 연삭 숫돌과 공작물의 선속도 (mm/s), D 는 연삭 숫돌의 Equivalent diameter (mm), γ 와 ε_0 는 Exponential parameter 들이다. 또한 δ_s 와 δ_d 는 각 각 Static depth of cut 과 Dynamic depth of cut 을 의미하고, 다음과 같은 형태를 갖는다. [2, 4]

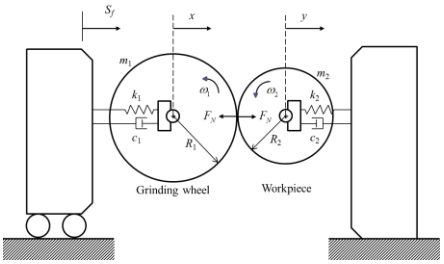

Fig. 1 A schematic of the cylindrical grinding system

$$\delta_s=\beta\left(\frac{k_1k_2D^{\varepsilon_0-1}(v_2/v_1)^{1-2\varepsilon_0}}{Ks_1^{\gamma}(k_1+k_2)}\right)^{1/\varepsilon_0}S_f^{\,1/\varepsilon_0}, \tag{3a}$$

$$\delta_d=x(t)-x(t-\tau_1)-y(t)+\alpha y(t-\tau_2), \tag{3b}$$

여기서 S_f 는 Initial feed (mm)를 나타내고, τ_1 과 τ_2 는 연삭 숫돌과 가공물 각 각의 변위의 시간 지연을 나타낸다. 식 (3a)의 β 는 Empirical factor 를, 식 (3b)의 α 는 Overlapping factor 를 나타내고, 본 연구에서는 각 각 0.5 와 0.83 을 값으로 사용하였다.

3. 안정 한계 궤도에서의 에너지 밀도

본 연구의 목적인 안정 한계 궤도 조건에서의 가공 에너지 밀도를 구하기 위해 우선적으로 Multiple scale method 를 이용하여 Supercritical Hopf bifurcation 점을 찾는 과정을 수행하였다. 이를 위하여 식 (1a)와 (1b)의 Normal force 를 Static equilibrium 지점을 기준으로 Taylor series expansion 하고, Initial feed S_f 를 S_c 와 ε^2 order 인 S_δ 의 합으로 구성하여 다음과 같이 정리된 식을 도출하였다.

$$\varepsilon^1 : D_0\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{A}_c\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{B}_c\mathbf{x}_{\tau 1}^{(1)} - \mathbf{C}_c\mathbf{x}_{\tau 2}^{(1)} = 0, \tag{4a}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon^2 : & D_0\mathbf{x}^{(2)} - \mathbf{A}_c\mathbf{x}^{(2)} - \mathbf{B}_c\mathbf{x}_{\tau 1}^{(2)} - \mathbf{C}_c\mathbf{x}_{\tau 2}^{(2)} \\ & = \mathbf{F}^{(2)}(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}_{\tau 1}^{(1)}, \mathbf{x}_{\tau 2}^{(1)}) \\ & \quad - D_1\mathbf{x}^{(1)} - \tau_1\mathbf{B}_c D_1\mathbf{x}_{\tau 1}^{(1)} - \tau_2\mathbf{C}_c D_1\mathbf{x}_{\tau 2}^{(1)},\end{aligned} \tag{4b}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon^3 : & D_0\mathbf{x}^{(3)} - \mathbf{A}_c\mathbf{x}^{(3)} - \mathbf{B}_c\mathbf{x}_{\tau 1}^{(3)} - \mathbf{C}_c\mathbf{x}_{\tau 2}^{(3)} \\ & = \mathbf{F}^{(3)}(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}_{\tau 1}^{(1)}, \mathbf{x}_{\tau 2}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{x}_{\tau 1}^{(2)}, \mathbf{x}_{\tau 2}^{(2)}) \\ & \quad - D_2\mathbf{x}^{(1)} - D_1\mathbf{x}^{(2)} + \mathbf{A}_\delta\mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{B}_\delta\mathbf{x}_{\tau 1}^{(1)} + \mathbf{C}_\delta\mathbf{x}_{\tau 2}^{(1)} \\ & \quad - \mathbf{B}_c\tau_1\left(D_2\mathbf{x}_{\tau 1}^{(1)} + D_1\mathbf{x}_{\tau 1}^{(2)} - \frac{1}{2}\tau_1 D_1^2\mathbf{x}_{\tau 1}^{(1)}\right) \\ & \quad - \mathbf{C}_c\tau_2\left(D_2\mathbf{x}_{\tau 2}^{(1)} + D_1\mathbf{x}_{\tau 2}^{(2)} - \frac{1}{2}\tau_2 D_1^2\mathbf{x}_{\tau 2}^{(1)}\right),\end{aligned} \tag{4c}$$

이 식에서 $\boldsymbol{A}_c$, $\boldsymbol{B}_c$, $\boldsymbol{C}_c$ 는 S_c를 포함하는, 그리고 $\boldsymbol{A}_\delta$, $\boldsymbol{B}_\delta$, $\boldsymbol{C}_\delta$ 는 S_δ를 포함하는 현재 State vector 와 지연된 State vector 의 계수 행렬을 나타낸다.

아래 Table 1 의 세 점 에서의 가공에너지 밀도는 다음과 같이 연삭 숫돌과 가공물 사이에서 발생하는 마찰력의 파워를 재료 제거율 (Material removal rate; MRR)로 나누어 줌으로써 계산할 수 있다.

$$\hat{P} = \left(\mu_k \int_{t_0}^{t_f} F_N(t)dt\right) \Bigg/ \left(R_2\tau_1 v_f \int_{t_0}^{t_f} (\delta_s + \delta_d)dt\right), \tag{5}$$

여기서 R_2 는 가공물의 반지름을, μ_k 는 연삭 숫돌과 가공물 사이의 동적 마찰계수를 나타낸다.

식 (5)를 이용하여 구한 S1, S2, S3 점에서의 가공에너지 밀도를 안정 한계 궤도 진폭 (a_{x1}) 의 변화에 따라 Fig. 2 에 도시하였다.

Fig. 2 를 통하여 안정 한계 궤도의 진폭이 증가할수록 가공 에너지 밀도의 크기는 감소하는 경향을 보임을 알 수 있다. 또한 연삭 숫돌의 회전 속도가 작을수록 같은 진폭일 때 가공 에너지 밀도가 작아짐을 알 수 있다. 따라서 안정 한계 궤도 조건 에서의 가공 효율은 연삭 숫돌의 회전 속도가 작을수록, 한계 궤도의 진폭이 클수록 나아짐을 확인할 수 있다.

Table 1 Supercritical Hopf bifurcation points

Points	Grinding wheel rotating speed (ω_1)	Workpiece rotating speed (ω_2)
S1	8740 rpm	1000 rpm
S2	8720 rpm	1000 rpm
S3	8700 rpm	1000 rpm

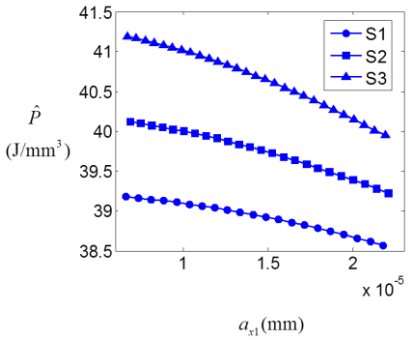

Fig. 2 Energy density variations following the limit cycle points bifurcated from S1, S2 and S3 in Table 1.

후기

본 논문은 지식경제부 산업융합원천기술개발사업으로 지원된 연구결과입니다. [10042651, 에너지 소비량 10% 이상 저감된 5 축 머시닝 센터 기반 복합가공기 개발]

참고문헌

1. Park, C., Kwon, K., Kim, W., Min, B., Park, S., Sung, I., Yoon, Y., Lee, K., Lee, J. and Seok, J., “Energy Consumption Reduction Technology in Manufacturing – A Selective Review of Policies, Standards, and Research,” International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, **10**(5), 151-173, 2009.
2. Chung, K.-W. and Liu, Z., “Nonlinear analysis of chatter vibration in a cylindrical transverse grinding process with two time delays using a nonlinear time transformation method,” Nonlinear Dynamics, **66**, 441-456, 2011.
3. Werner, G., “Influence of Work Material on Grinding Forces,” Annals of the CIRP, **27**(1), 243–248, 1978.
4. Yuan, L., Jarvenpaa, V.-M. and Keskinen, E., “Analysis and simulation of roll grinding system with double time delay effect,” Proceedings of Surveillance, **5**, 1-11, CETIM, Senlis, France, October, 2004.