

최적 신호점 배치를 갖는 64-ary QAM의 SER 성능 분석

윤길명* 장연수* 홍희진* 윤동원*

*한양대학교

SER Performance Analysis of Optimal 64-ary QAM Signal Constellation

Jiming Yin* Yeonsoo Jang* Heejin Hong* Dongweon Yoon*

*Hanyang University, Seoul, Korea

E-mail : dwyoon@hanyang.ac.kr

요 약

최근 LTE-A (Long Term Evolution-Advanced)와 같은 무선 통신시스템에서는 멀티미디어 대용량 데이터를 전송하기 위한 64-ary QAM (Quadrature Amplitude Modulation)과 같은 고차 변조방식을 채택하고 있다. 같은 차수의 변조 방식이라도 신호점의 배치 방법에 따라 오류 성능이 매우 다양하게 나타나므로 다양한 신호점 배치 방법의 오류 성능을 분석하기 위해서는 최적 성능 기준이 되는 최적 신호점의 오류 성능식이 필요하다. 오류 바운드에 근거한 최적 오류 성능을 갖는 신호점 배치 방법은 이미 연구된 바 있으나 이에 대한 정확한 심별 오류 성능식이 유도된 바는 없다. 본 논문은 최적 신호점 배치를 갖는 64-ary QAM에 대한 정확한 심별 오류 성능식을 유도한다.

ABSTRACT

In recent wireless communication systems such as Long Term Evolution-Advanced (LTE-A) system, to transmit large multimedia data, high order modulations including 64-ary quadrature amplitude modulation (QAM) are adopted. However, performance of the modulation depends on the signal constellation in the same modulation order. Therefore, a symbol error rate (SER) expression of optimal performance is necessary for analyzing the SER performance of various signal constellation. The optimal signal constellation based on error bound has been previously described, but an exact SER expression has not been derived. In this paper, we propose an exact SER expression of optimal signal constellation for 64-ary QAM.

키워드

64-ary QAM, Signal Constellation, SER

I. 서 론

LTE-A (Long Term Evolution-Advanced)와 같은 최근 무선 통신시스템에서는 대용량 데이터를 전송하기 위해 64-ary QAM (Quadrature Amplitude Modulation)과 같이 고차의 변조방식을 요구한다. 그런데 변조방식은 신호점 배치에 따라서 다양한 오류 성능을 가지기 때문에 최적 신호점 배치에 대한 오류 성능은 다양한 신호점 배치의 성능을 평가할 수 있는 중요한 기준이 될 수 있다. 64-ary에서 오류 확률의 유니온 바운드(Union Bound)를 이용해서 도출된 최적 신호점

배치는 제시 되었지만[1] 신호점의 배치 형태가 불규칙하므로 정확한 오류 성능식은 유도된 바 없다. 본 논문은 최적 신호점 배치를 갖는 64-ary QAM의 정확한 심별 오류 성능식을 유도하고 다른 신호점 배치의 오류 성능과 비교 분석한다.

II. 시스템 모델

그림 1은 64-QAM의 최적 신호점 배치도이다 [2]. 임의의 신호점 S_i 에 대한 동상(Inphase)축과 직교(Quadrature)축 좌표 값을 (x_i, y_i) 로 표현하며

[3], 여기서 $i=1,2,\dots,64$ 이고, 심벌 에너지는 $E_s = x_i^2 + y_i^2$ 이며 평균 심벌 에너지는 아래의 식 (1)로 표현 할 수 있다.

$$E_{av} = \frac{1}{64} \sum_{i=1}^{64} (x_i^2 + y_i^2) \quad (1)$$

인접한 두 신호점 사이의 거리는 $2d$ 이며 식 (1)을 정리하면 다음과 같다.

$$E_{av} = \frac{141}{4} d^2 \quad (2)$$

$$d = \frac{2\sqrt{E_{av}}}{\sqrt{141}} \quad (3)$$

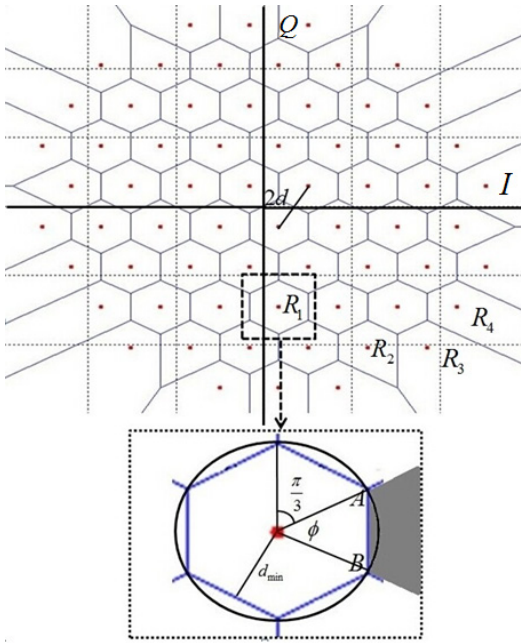


그림 1. 64-ary 최적 신호점 배치도

AWGN (Additive White Gaussian Noise) 잡음이 존재하는 상황에서 수신 신호 $r(t)$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$r(t) = s(t) + n(t) \quad (4)$$

여기에서 $s(t)$ 는 송신 신호이고, $n(t)$ 는 평균이 0이며 N_0 의 단측 전력 스펙트럼 밀도를 갖는 AWGN이다. 수신 신호의 SNR (Signal-to-Noise Ratio) γ 는 E_{av}/N_0 로 정의한다.

III. 오류 확률

그림 1에서 신호의 판정 영역을 R_1, R_2, R_3, R_4 4가지 영역으로 나눌 수 있다. 신호점 배치도에서 R_1 판정영역의 개수는 38개, R_2 판정영역의 개수는 6개, R_3 판정영역의 개수는 12개, R_4 판정영역의 개수는 8개 이다. 신호의 평균 오류 확률 P_e 는 다음과 같이 표현할 수 있다 [4].

$$P_e = \frac{1}{64} \sum_{p=1}^{64} \left(\int_{\bar{R}} f(r) dr \right) \quad (5)$$

여기에서 $f(r)$ 은 수신신호 r 에 대한 확률 밀도함수이며, \bar{R} 은 해당 판정 영역 밖의 영역이고, $\int_{\bar{R}} f(r) dr$ 은 판정 영역 R 에 대한 오류 확률이 된다. 우선 R_1 영역에 대한 오류 확률을 구하는 방법을 예를 들어 본다. 그림 1에서 판정 영역 R_1 의 심벌 오류 확률은 한 변에서의 오류 확률을 구한 다음 판정 영역 R_1 이 정육각형 형태이므로, 6배를 함으로써 구할 수 있다. 한 변에서의 오류 확률은 그림 1의 점 A에서부터 B까지 각도 ϕ 와 신호점 에서 그 변까지의 거리로부터 무한대까지를 이중적분을 함으로 구할 수 있다. 판정 영역 R_1 의 오류 확률은 아래와 같다

$$P_{R_1} = 6 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \int_{\frac{d}{\sin\phi}}^{\infty} g(r) r dr d\phi \quad (6)$$

여기서 $g(r) = \frac{1}{\pi N_0} e^{-\frac{r^2}{N_0}}$ 이고 이와 같은 방법으로 판정 영역 R_2, R_3, R_4 에 대한 심벌 오류 확률은 아래와 같이 도출 할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{R_2} &= 3 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \int_{\frac{d}{\sin\phi}}^{\infty} g(r) r dr d\phi + 2 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{6}} \int_{\frac{d}{\sin\phi}}^{\infty} g(r) r dr d\phi \\ P_{R_3} &= \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \int_{\frac{d}{\sin\phi}}^{\infty} g(r) r dr d\phi + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{6}} \int_{\frac{d}{\sin\phi}}^{\infty} g(r) r dr d\phi \\ &\quad + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \int_{\frac{d}{\sin\phi}}^{\infty} g(r) r dr d\phi + \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \int_{\frac{\sqrt{3}d}{\sin\phi}}^{\infty} g(r) r dr d\phi \\ P_{R_4} &= 3 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \int_{\frac{d}{\sin\phi}}^{\infty} g(r) r dr d\phi + 3 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \int_{\frac{d}{\sin\phi}}^{\infty} g(r) r dr d\phi \quad (7) \end{aligned}$$

평균 오류 확률 P_s 는 다음과 같이 표현된다.

$$P_s = \frac{1}{64} (N_{R_1} P_{R_1} + N_{R_2} P_{R_2} + N_{R_3} P_{R_3} + N_{R_4} P_{R_4}) \quad (8)$$

여기서 $N_{R_1}, N_{R_2}, N_{R_3}, N_{R_4}$ 은 신호점 배치도에 각

각 R_1, R_2, R_3, R_4 영역의 개수 이다.

$$\Psi(\theta_1, \theta_2; \zeta) \triangleq \int_{\theta_1}^{\theta_2} \exp(-\zeta \gamma \delta^2 \csc^2 \Phi) d\Phi \text{로 정의}$$

하며 식(6)과 (7)을 (8)에 대입하면 64-ary QAM 최적 신호 배치의 심벌 오류 확률식인 식(9)를 도출할 수 있다.

$$P_s = c_1 [c_2 \Psi(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}; 1) + c_3 \Psi(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}; 1) + c_4 \Psi(\frac{\pi}{3}, \pi; 1) + c_5 (\frac{\pi}{3}, \pi; 3)] \quad (9)$$

여기서 $c_1 = 1/(128\pi)$, $c_2 = 274$, $c_3 = 24$, $c_4 = 28$, $c_5 = 12$ 이며 $\delta = d/\sqrt{E_{av}}$ 이다.

IV. 성능분석

유도한 최적 신호점 배치를 갖는 64-QAM의 심벌 오류 성능식을 다른 64-QAM의 SER과 비교 분석한다. 비교 대상으로는 square QAM과 최근 연구된 θ -QAM을 대상으로 한다. SER 성능은 그림 2와 같다.

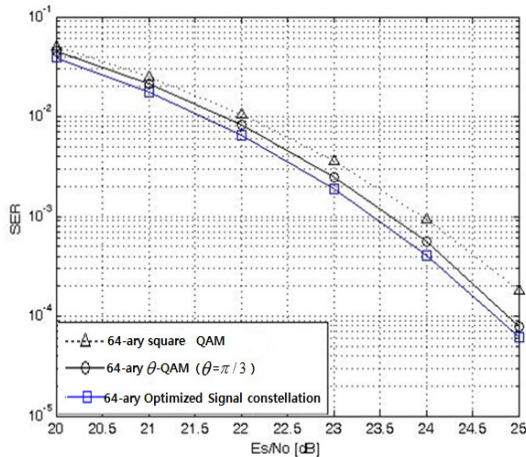


그림 2. 다양한 64-ary QAM의 SER 성능

시뮬레이션 결과 SER 10^{-3} 기준으로 최적 신호점 배치를 갖는 64-QAM은 64-ary square QAM에 비해서는 약 0.6dB 정도, 또한, 64-ary θ -QAM에 비해서는 약 0.35dB 정도의 성능 이득이 있음을 볼 수 있다. 이는 아직 64-ary QAM 성장도의 SER 성능이 더 개선될 여지가 있음을 의미한다.

V. 결론

본 논문은 64-ary 최적 QAM 신호점 배치도의

관정 영역 네 종류의 오류 확률을 각각 구하고 64개 신호점에 대한 평균 오류 확률을 유도함으로써 최종적으로 64-ary 최적 QAM의 정확한 심벌 오류 확률식을 도출하였다. 그리고 64-ary θ -QAM, 64-ary square QAM에 대한 시뮬레이션 결과와 유도한 오류 확률식의 성능을 비교하였다.

본 논문에서 64-ary QAM 최적 신호 배치의 정확한 오류 성능식을 도출한 방식으로 64-ary 뿐만 아니라 M차 고차 변조 방식으로 확장이 가능하며, 이러한 최적 신호 배치의 정확한 오류 성능식은 향후 다양한 고차 변조 방식 신호 배치도의 성능 기준으로써 중요하게 활용될 수 있을 것이다.

감사의 글

본 연구는 미래창조과학부 및 정보통신산업진흥원의 IT융합 고급인력과정 지원사업의 연구결과로 수행되었음(NIPA-2014-H0401-14-1001).

참고문헌

- [1] G. J. Foschini, R. Gitlin and S. Weinstein, "Optimization of Two-Dimensional Signal Constellations in the Presence of Gaussian Noise", IEEE Transactions on Communications, vol. 22, no. 6, pp. 28-38, January 1974.
- [2] J. Lee, D. Yoon and K. Cho, "Error performance analysis of M-ary θ -QAM", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 61, no. 3, pp. 1423-1427, March 2012.
- [3] J. Lee, D. Yoon and K. Hyun, "Exact and General Expression for the Error Probability of Arbitrary Two-Dimensional Signaling with I/Q Amplitude and Phase Unbalances", IEICE Transactions on Communications, vol. E89-B, no. 12, pp. 3356-3362, December 2006.
- [4] K. N. Pappi and A. S. Lioumpas, " θ -QAM: A Parametric Quadrature Amplitude Modulation Family and its Performance in AWGN and Fading Channels", IEEE Transactions on Communications, vol. 58, no. 4, pp. 1014-1019, April 2010.