

## 유전알고리즘과 겹쳐 그리기 법을 이용한 4절 링크 합성

윤성준<sup>1</sup> · 김준환<sup>2</sup>

한양대학교 기계공학부<sup>1</sup>, 한양대학교 기계공학부<sup>2</sup>

### Synthesis of 4 bar linkage using genetic algorithm and overlay method

Sung-Joon Yoon<sup>1</sup>, Jun-Hwan Kim<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dept. of Mechanical Engineering, Hanyang Univ.,

<sup>2</sup> Dept. of Mechanical Engineering, Hanyang Univ

---

#### ABSTRACT:

This paper deals with synthesis of 4 bar linkage by using optimum design. To design 4 bar linkage, overlay method is proposed and for optimization, genetic algorithm is applied with objective function. The accuracy of this method will be determined by errors between real value and test value. We will use Chebychev spacing to get 3 precision positions of input angles. The output angles will be determined by the function that the designer wants input and output relations to be. It will be applied to example to show the accuracy of this method. The advantages of using this method are that it is fast to get optimal solution and it is simple to use.

**Key Words:** Chebychev spacing, Genetic algorithm, Objective function, Overlay method, Synthesis of 4 bar linkage

---

## 1. 서 론

4 절 링크는 굴삭기, 자동차 와이퍼, 문 등 다양한 분야에서 쓰이고 있으며 그 활용은 무궁무진하다. 이에 다양한 4 절 링크의 합성법이 연구 되었으며 최근에는 컴퓨터 프로그래밍을 이용한 기구 합성법도 제시 되고 있다.

컴퓨터 프로그래밍을 할 때는 gradient 법 혹은 유전 알고리즘을 사용할 수 있으며 기구 합성법으로는 path generation, function generation, body guidance 가 있다.

이 논문에서는 유전 알고리즘을 사용하며 4 절 링크 합성에는 function generation 을 이용한다. Function generation 에도 다양한 방법들이 제시되는데 그 중에서 overlay method 를 사용하여 4 절 링크 합성을 해보려 한다.

## 2. Overlay method 와 유전 알고리즘을

### 이용한 기구 합성

#### 2.1 Function generation

기구 합성에는 크게 3 가지 방법이 있다. 그 방법으로는 path generation, function generation, body guidance 가 있다. 이 중에서 여기서 사용될 기구 합성법은 function generation 이다.

기구 설계에 있어 특정 입력 값에 대한 원하는 출력 값으로 설계하고 싶을 때 사용하는 방법이 function generation 이다. 간단한 예로 4 절 링크에서  $x$  가 입력 값일 때  $y = f(x)$  에서  $y$  를 출력 값에 대한 파라미터로 보고 이 입력 값과 출력 값의 관계를 적용하여 기구를 합성 할 수 있다.

**2.1.2 체비셰프 배치**

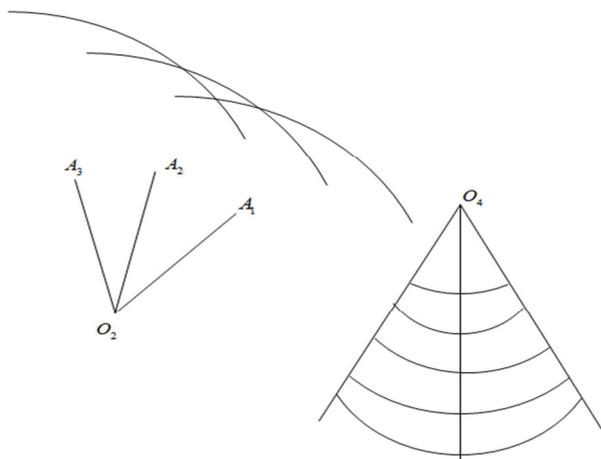
기구 합성을 할 때 합성 기구의 목표 대비 실제의 오차를 구조 오차라 한다. Function generation 으로 기구를 설계 할 때 함수가 주어지고  $x$ 의 영역이  $x_0 \leq x \leq x_n$ 로 주어질 때 구조 오차를 줄이기 위해 다음과 같은 식이 있다.

$$x_j = \frac{1}{2}(x_{n+1} + x_0) - \frac{1}{2}(x_{n+1} - x_0) \cos \frac{(2j-1)\pi}{2n}$$

이 식을 체비셰프 배치라 하며  $x_j$ 의 값을 정밀 위치로 사용하고 이 때 구조 오차를 줄일 수 있다. (1)

**2.1.2 Overlay method**

Overlay method는 function generation을 사용하는 방법 중에 가장 쉬운 방법이다. 이 방법은 해의 정확도는 떨어지나 이론적으로 원하는 개수만큼의 정밀 위치를 포함 시킬 수 있는 장점이 있다.



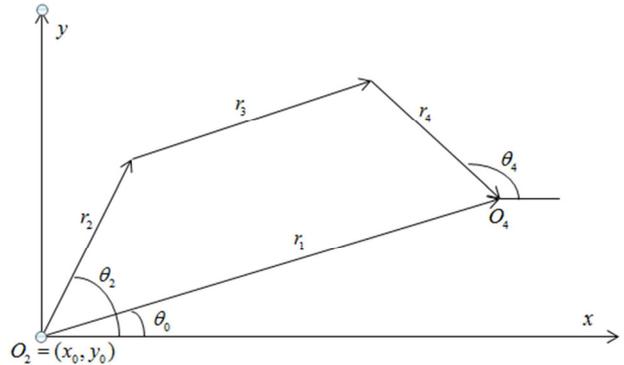
**Fig. 1** Synthesis of 4 bar linkage by overlay method with 3 precision position.

Overlay method는 그림 1과 같이 투명한 용지에 적당한 입력 링크의 길이로 원하는 만큼의 정밀 위치 개수만큼 그린다. 그리고 동일한 용지 위에 적절한 길이의 커플러를  $A_i$  점을 중심으로 하는 원호를 그린다. 그 다음 다른 용지에 출력 링크를 그림 1의 오른쪽 그림과 같이 그리고 서로 다른 여러 반경으로 원호를 그린다. 이제 투명한 용지를 움직여 가며 각 용지의 원호가 일치하는 위치를 찾으므로 4절 링크를 합성 할 수 있다. (1)

**2.2 유전 알고리즘을 이용한 기구 합성**

유전알고리즘은 John Holland에 의해 개발된 최적화 기법으로 생물의 진화를 모방하여 만든 알고리즘이다. (2)

**2.2.1 목적 함수**



**Fig. 2** Four bar mechanism.

그림 2와 같이 4절 링크가 있을 때 각 점의 위치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} r_{2x} &= x_0 + r_2 \cos \theta_2, r_{2y} = y_0 + r_2 \sin \theta_2 \\ O_{4x} &= x_0 + r_1 \cos \theta_0, O_{4y} = y_0 + r_1 \sin \theta_0 \\ r_{4x} &= O_{4x} + r_4 \cos \theta_4, r_{4y} = O_{4y} + r_4 \sin \theta_4 \end{aligned}$$

이제 목적 함수를 구하면 다음과 같다.

$$\min \left( \sum \sqrt{(r_{2x}^i - r_{4x}^i)^2 + (r_{2y}^i - r_{4y}^i)^2} - r_3 \right)$$

이때  $r_{2x}^i, r_{2y}^i, r_{4x}^i, r_{4y}^i$ 는  $i$ 번째 에서의  $r_2, r_4$ 의  $x, y$  좌표이다. (3)

**2.2.2 기구 합성**

위에서 구한 목적 함수를 이용하여 overlay method를 적용해 기구 합성을 하려 한다.  $r_2 = 4, r_3 = 6$  이고 입력 값과 출력 값이  $y = \frac{1}{x^2}$ 의 관계를 만족하는 기구를 합성 하고자 한다. 이때 입력 값  $x$ 는  $1 \leq x \leq 2$ 의 범위 가지고 이를 체비셰프 배치에 적용하여  $x, y$ 의 3점 정밀 위치를 구한다. 그 값들을 mapping 했을 때  $60 \leq \theta_2 \leq 120, 225 \leq \theta_4 \leq 315$ 의 범위를

갖는 기구를 합성 하고자 한다.

**Table 1** Values of  $x, y$  parameters for 3 precision positions.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1.0670	1.5000	1.9330	0.8784	0.4444	0.2676

$x, y$  의 3 점 정밀위치가 위와 같을 때 선형적으로 mapping 을 하면 다음과 같이 식을 세울 수 있다.

$$\theta_2 = ax + b$$

$$\theta_4 = cy + d$$

여기서  $a, b, c, d$  값은  $x, y, \theta_2, \theta_4$  의 범위의 끝값들을 대입하여 구할 수 있다. 그리고 표 1 의 값들을 대입하면 입력 각도와 출력 각도를 얻을 수 있다.

**Table 2** The input and output angles in radian.

$\theta_{21}$	$\theta_{22}$	$\theta_{23}$	$\theta_{41}$	$\theta_{42}$	$\theta_{43}$
1.1173	1.5708	2.0242	4.1393	4.8966	5.2052

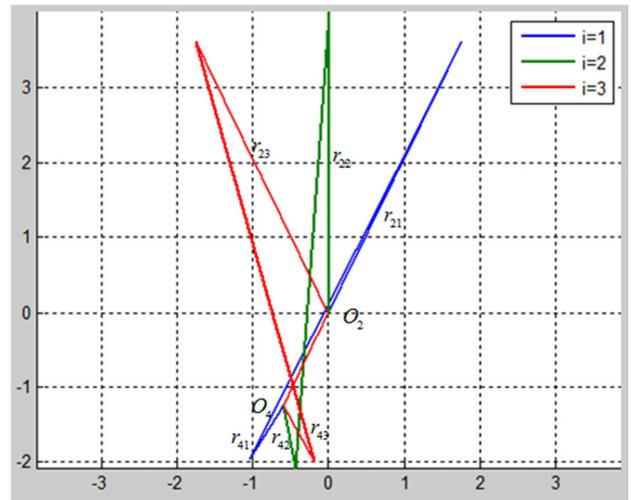
이제  $r_1, r_4, \theta_0$  를 변수로 하여 population 을 15000, generation 을 200 으로 설정하고 유전 알고리즘에 적용한다. 이때 오차는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$e_i = \left( \frac{\|r_{2i} - r_{4i}\| - r_3}{r_3} \right) \times 100 (\%)$$

여기서  $r_{2i}, r_{4i}$  는  $i$  번째 정밀위치에서 입력 링크와 출력 링크의 끝점의 좌표이고  $e_i$  는 그때의 오차이다. 결과는 다음과 같다.

**Table 3** The results of genetic algorithm and error

$r_1$	$r_4$	$\theta_0$	$e_1$	$e_2$	$e_3$
1.3836	0.8365	4.2747	3.5742	1.5160	3.3320



**Fig. 3** Designed 4 bar linkage by genetic algorithm.

### 3. 결론

Overlay method 와 유전 알고리즘을 이용하여 간단하고 빠르게 최적 해를 구하고 이를 기반으로 4 절 링크 기구 합성을 할 수 있었다. 실제 overlay method 를 사용하면 시간도 오래 걸리고 정확한 해를 구하기 어려울 때도 있으며 심지어 해를 구하지 못 할 경우도 있다. 하지만 여기서 제시한 알고리즘을 이용하여 해를 구한다면 빠르고 쉽게 어느 정도 정확한 해를 도출 할 수 있는 장점이 있다.

### 감사의글

이번 기회를 통해 유전 알고리즘에 대해 학습하고 적용할 수 있었다. 그리고 학교에서 배운 내용을 실제로 적용할 수 있는 좋은 기회가 되었다.

### 참고문헌

1. John J. Uicker, Jr, Gordon R. Pennock and Joseph E. Shigley, Theory of Machines and Mechanisms 3<sup>rd</sup> edition, Oxford
2. 진강규, 유전알고리즘과 그 응용 제 2 판, 교우사
3. Jasbir S. Arora, Introduction to Optimum Design 3<sup>rd</sup> edition, Elsevier