

리튬 이온 전지의 전기적 등가 회로에 대한 연속시간 및 이산시간 상태방정식 연구

한승윤¹, 이평연¹, 김성근², 김종훈^{1*}
충남대학교¹, 현대자동차²

Continuous and discrete time state-space equation analysis about electrical equivalent circuit for lithium-ion battery

Seungyun Han¹, Pyeongyeon Lee¹, Sungkeum Kim², Jonghoon Kim^{1*}
Chungnam National University¹, Hyundai Motor Group²

ABSTRACT

리튬 이온 전지를 사용하기 위해선 내부 상태를 추정하는 알고리즘이 필요하다. 알고리즘 적용을 위해 리튬 이온 전지에서 나오는 전압과 전류신호를 이용해 전기적 등가 회로 모델을 설계한다. 이 모델은 전압원, 저항, 캐패시터로 구성되어 있으며, 충전과 방전 시 발생하는 전기적 신호를 모사한 것이다. 전기적 등가 회로 모델 분석에 사용되는 상태방정식은 알고리즘과 상황에 따라 변경된다. 본 논문에서는 연속시간 상태방정식과 이산시간 상태방정식에 대해 다루었다. 그리고 실제 알고리즘에 적용해 성능을 확인하였다.

1. 서 론

리튬 이온 전지는 2차 전지로 한 번 방전하면 재사용이 불가능한 1차 전지와 달리 충전과 방전을 반복하여 사용할 수 있다. 또한 리튬 이온 전지는 높은 에너지 밀도와 높은 출력, 긴 수명이 장점이다. 이런 장점을 바탕으로 리튬 이온 전지는 최근 휴대전화, 노트북, 자동차, 에너지 저장 시스템 (Energy Storage System; ESS) 등 많은 기기에 적용되고 있다. 리튬 이온 전지의 폭발적인 수요의 증가 및 다양한 기기에 적용은 안전성과 효율적인 사용을 요구한다.

리튬 이온 전지에서 출력되는 신호는 전압과 전류이다. 출력되는 전압과 전류는 사용 환경 및 연결된 부하에 따라 상이한 특성을 보인다. 전압과 전류를 이용한 리튬 이온 전지의 내부 상태를 추정하는 변수는 충전 상태 (State-of-Charge; SOC)와 건전성 (State-of-Health; SOH), 개방 회로 전압 (Open Circuit Voltage; OCV)이 대표적이다. 충전 상태는 충전을 할수록 값이 올라가고, 만방일 때 0, 만충일 때 1의 값을 가진다. 건전성은 리튬 이온 전지의 초기용량과 현재용량의 비율을 의미한다. 건전성은 리튬 이온 전지를 사용할수록 감소하고, 초기용량보다 현재용량이 20% 이상 감소하면 리튬 이온 전지의 수명이 다했다고 말한다. 개방 회로 전압은 리튬 이온 전지가 전류가 흐르지 않는 상태의 전압을 의미한다.

리튬 이온 전지의 내부 상태를 추정하기 위해 전기적 등가 회로를 모델링한다. 그림 1은 리튬 이온 전지의 전기적 등가 회로 모델이다. 주로 개방 회로 전압, 오믹 저항, RC 병렬구조로 구성된다. 전기적 등가 회로 모델에 적합한 알고리즘을 적용하면 리튬 이온 전지의 내부 상태를 추정할 수 있다. 칼만

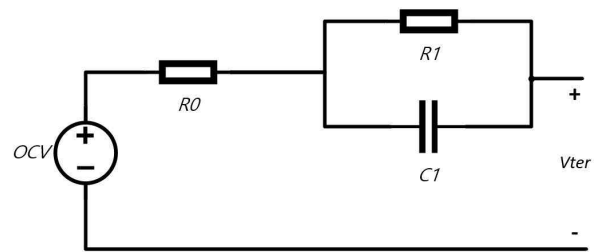


그림 1 전기적 등가 회로 모델
필터와 슬라이딩 모드 관측기, 최소제곱법, 등 다양한 알고리즘이 내부 상태 추정을 위해 사용된다.

다양한 알고리즘만큼 모델의 다양한 해석법이 필요하다. 본 논문에서는 전기적 등가 회로 모델의 연속시간에 대한 회로 분석과 이산시간에 대한 회로 분석을 비교한다.

2. 모델의 상태 방정식

2.1 모델의 파라미터 추출

전기적 등가 회로 모델에 쓰이는 파라미터를 추출하기 위해 Hybrid Pulse Power Characterization (HPPC) 실험을 충전 상태 5% 간격으로 진행한다. 그림 2는 HPPC 실험의 한 주기를 나타낸 그래프이다. 먼저 개방 회로 전압과 방전을 시작할 때 첫 번째 전압의 차를 전류로 나누어 오믹 저항 (R_0)을 구한다. 다음으로 방전 후 첫 번째 전압과 방전 마지막 전압을 전류로 나누어 분극 저항 (R_1)을 구한다. 분극 캐패시터(C) 값은 시정수(τ)를 분극 저항으로 나누어 구한다. 시정수(τ)는 방전 마지막 값의 63.2% 지점의 시간을 말한다.

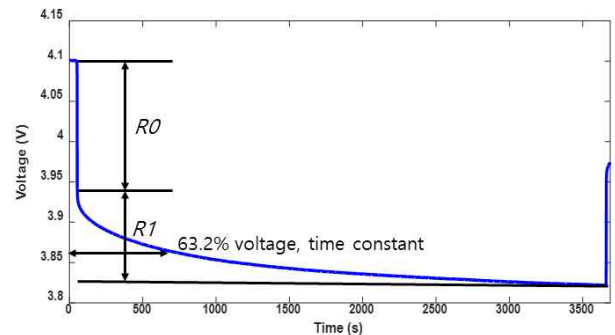


그림 2 전기적 등가 회로 모델 파라미터 추출 방법

2.2 연속시간 상태방정식

식 1은 그림 1의 회로에서 V_{ter} 에 대해 키르히호프의 법칙을 이용해 나타낸 식이다. V_{ter} 은 단자 전압이다. V_1 은 분극 전압이다. 리튬 이온 전지의 충전 상태는 전류의 출입과 관계가 있다. 식 2는 리튬 이온 전지의 충전 상태를 나타내는 식이다. 충전 전류는 음의 값으로 방전 전류는 양의 값으로 정한다. 식 3은 충전 상태의 변화로 식 2를 미분해 구한다. 식 4는 분극 전압의 변화로 R_1 과 C_1 의 특성을 이용해 구한다. 식 1~4를 조합해 회로의 연속시간 상태방정식을 만들면 식 5가 된다. 충전 상태와 분극 전압은 추정치이고 전류는 입력이다.

$$V_{ter}(t) = OCV(SOC(t)) - I(t)R_0 - V_1(t) \quad (1)$$

$$SOC(t) = SOC(0) - \int_0^t \frac{\eta I(\tau)}{C_n} d\tau \quad (2)$$

$$SOC'(t) = -\frac{\eta I}{C_n} \quad (3)$$

$$V_1'(t) = -\frac{1}{R_1 C_1} V_1 - \frac{1}{C_1} I \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{SOC} \\ \dot{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_1 C_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SOC \\ V_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\eta}{C_n} \\ -\frac{1}{C_1} \end{bmatrix} I \quad (5)$$

연속시간의 회로식은 라플라스 변환을 통해 s-domain으로 변환할 수 있다. s-domain의 전달 함수는 식 6과 같다. 식 7은 그림 1의 전기적 등가 회로 모델을 이용해 임피던스를 구한 것이다. 따라서 전달 함수는 식 8과 같다^[1].

$$G(s) = \frac{V_{ter} - OCV}{I} = Z \quad (6)$$

$$Z = R_0 + (R_1 \parallel \frac{1}{sC_1}) = R_0 + \frac{R_1}{1 + sR_1C_1} \quad (7)$$

$$G(s) = \frac{R_0 + R_1 + sR_0R_1C_1}{1 + sR_1C_1} \quad (8)$$

2.3 이산시간 상태방정식

리튬 이온 전지의 전기적 등가 회로 모델을 이산시간에 대해 V_{ter} 을 정리하면 식 9이다. 식 10은 이산시간에서 충전과 방전에 대해 충전 상태를 나타낸 식이다. 식 11은 분극 전압이 이전 단계의 값에서 다음 단계의 값으로 변하는 것을 나타낸 식이다. 식 10~11을 정리하면 이산시간 상태방정식은 식 12가 된다^[2].

$$V_{ter}[k] = OCV(SOC[k]) - I[k]R_0 - V_1[k] \quad (9)$$

$$SOC[k] = SOC[k-1] - \frac{\eta I[k-1]}{C_n} \quad (10)$$

$$V_1[k] = \exp(-\frac{\Delta t}{R_1 C_1}) V_1[k-1] + R_1(1 - \exp(-\frac{\Delta t}{R_1 C_1})) I[k-1] \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} SOC[k+1] \\ V_1[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \exp(-\frac{\Delta t}{R_1 C_1}) & \exp(-\frac{\Delta t}{R_1 C_1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SOC[k] \\ V_1[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\eta}{C_n} \\ R_1(1 - \exp(-\frac{\Delta t}{R_1 C_1})) \end{bmatrix} I[k] \quad (12)$$

이산시간의 회로식은 z-변환을 이용해 z-domain으로 변환할 수 있다. s-domain과 z-domain의 관계는 식 13과 같다. 식 13은 오일러 법칙을 이용해 식 14로 나타낼 수 있고, 식 15를 대입해 s-domain에서 z-domain으로 변환할 수 있다. 식 16은 식 8을 변환한 것이다. z-domain에서 z^{-1} 는 이전 단계를 말한다. 따라서 식 16을 정리하면 식 17이 된다.

$$z = \exp(sT) \quad (13)$$

$$\exp(sT) \approx 1 + sT \quad (14)$$

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t \cdot z^{-1}} \quad (15)$$

$$G(z^{-1}) = \frac{R_0 + R_1 + \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t \cdot z^{-1}} \cdot R_0 R_1 C_1}{1 + \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t \cdot z^{-1}} \cdot R_1 C_1} \quad (16)$$

$$= \frac{R_0 + (\frac{R_0 + R_1}{R_1 C_1} \Delta t - R_0) z^{-1}}{1 + (\frac{\Delta t}{R_1 C_1} - 1) z^{-1}} = \frac{a_2 + a_3 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}} \quad (17)$$

$$V_{ter,k} - OCV_k - a_1(V_{ter,k-1} - OCV_{k-1}) = a_2 I_k + a_3 I_{k-1}$$

3. 알고리즘 적용

위에 제시된 두 가지 상태방정식을 확장 칼만 필터에 적용해 추정 결과를 확인한다. 그림 3 (a)는 충전 상태를 추정한 그래프이다. 센서의 오차를 누적하는 전류측산법과 달리 확장 칼만 필터를 적용하면 정확한 충전 상태 추정이 가능하다. 그림 3 (b)는 단자 전압을 추정한 그래프이다. 이산시간과 연속시간 확장 칼만 필터 모두 단자 전압을 수렴 후 오차 5% 내로 하는 것을 그림 3 (c)의 단자 전압 오차를 통해 알 수 있다.

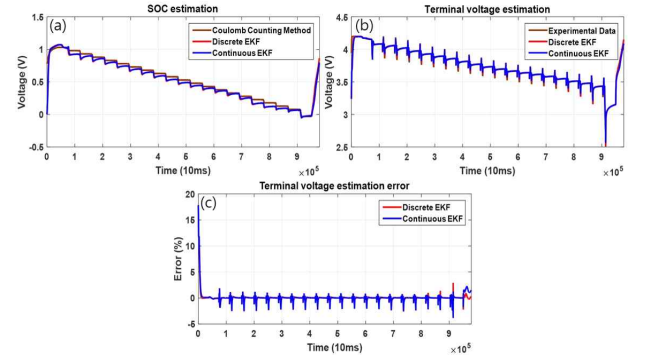


그림 3 (a) 충전 상태 추정 그래프, (b) 단자 전압 추정 그래프, (c) 단자 전압 추정 오차

4. 결론

이산시간과 연속시간 상태방정식의 차이는 추정값을 다음 스텝의 시간으로 판단하는 것과 변화 정도로 판단하는 것이다. 이 차이는 알고리즘에 따라 적절한 상태방정식을 선정해야 함을 의미한다. 알고리즘의 오차를 줄이기 위해 실시간 파라미터 추정이 필요하다. 실시간 파라미터 추정 알고리즘에는 s-domain과 z-domain 상태방정식이 적용된 추정 알고리즘이 요구된다.

본 연구는 현대자동차 산학협동과제 연구비 지원에 의해 연구되었습니다.

참고 문헌

- [1] Bo Ning, "Adaptive sliding mode observers for lithium-ion battery state estimation based on parameters identified online", *Energy*, Vol. 153, pp. 732-742, 2018, April
- [2] Yuejiu Zheng, "State-of-charge inconsistency estimation of lithium-ion battery pack using mean-difference model and extended Kalman filter", *Journal of Power Sources* Vol. 383, pp. 50-58, 2018, February