

論 文
14-1-5

Fluid Mapper 에 의한 凸極型 電氣機械의 磁極 周邊에서의 磁束分布의 결정

(Determination of Magnetic Flux Distribution around
the Salent Pole by means of the Fluid Mapper)

禹 亨 疇* · 高 明 三**
(Woo Hyung Ju · Ko Myoung Sam)

ABSTRACT

Field problems are solved by a variety of methods. In the relatively small number of cases that are simple enough, the mathematical attack may be the method of choice. But many field problems with irregular boundary condition must be handled by the use of the electrolytic tank analog, conducting paper or the fluid mapper analog for the purpose of effectiveness and convenience. The method of choice depends on the actual of the problems. There is no one best way to solve all problems.

The following points have been described in this paper.

1. Theoretical studies are made of the vector which is produced by leading the fluid flow vector by a right angle.
2. Curvilinear square method is described.
3. Determination on magnetic flux distribution and variation according to the magnitude of exciting currents.

1. 序 論

流動場을 이용하여 Laplace 및 Poisson 方程式을 만족하는 一般 potential field를 analog 혹은 simulation 하는 方法은, 1898 年에 英國의 Stokes 및 1900 年에 Hele-Shaw⁽¹⁾ 등의 諸氏들에 의하여 처음으로 개척되었으나 fluid-flow mapper의 製作 技術上 혹은 實驗 方法 등의 低劣로 인하여 이 方面의 研究는 일단, 중단되다 싶이 되었다. 1949 年 美國의 Michigan 大學의 A.D.

Moore 教授에 의한 石膏板技術⁽²⁾의 도입으로 약 半世紀 동안 沈滯狀態에 놓였던 fluid flow mapper는 電解槽, 膜 analog 와 같은 field mapping 裝置와 더불어 일반 potential 場의 研究 특히 分布源에 관한 問題를 다루는데 가장 効果的인 方法으로 등장하게 되었다. 既報⁽³⁾⁽⁴⁾ (5)한바와 같이 이 fluid mapper는 물의 流動場을 이용한 potential 場에 대한 analog & simulation 裝置이며, 製作費의 廉賈, 실제 模型 製作과 實驗의 容易性과 信賴性등이 크기 때문에 이의 適用範圍는 매우 넓다. 本 實驗에서는 電氣機械의 設計에서 중요한 因子가 되는 磁極周邊에서의 磁束分布狀態를 fluid mapper로 결정하였고 磁界와 流動場間的 相似性 및 curvilinear square 에 대하여 이론적으로 검토하였다.

2. 理 論

(1) 流動場의 特性

Fluid mapper의 流動場중에서 基本要素가 되는 것은 그림 1 과 같이 인접된 두개의 平行板(石膏板面과 硝子板面)間에서의 粘性流體의 흐름인데, 이러한 粘性流體의 流動場을 지배하는 基本式으로는 Navier-stokes의 運動方程式을 들 수 있다. 즉

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v = K - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{1}{3} \gamma \text{grad div } v + \gamma \Delta v \quad (1)$$

여기서
 ρ : 流體密度(gr/cm^3)
 v : 流體速度이며 v_x, v_y 및 v_z 인 세가지 速度成分을 가진다.
 p : 壓力

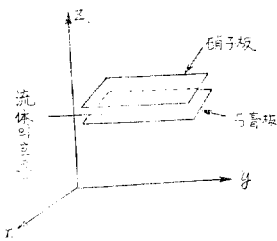


그림 1. Fluid Mapper의 主要流路

* ** 서울工大 電氣工學科 · 正會員
 Dep. of Electrical Eng.
 College of Eng.
 Seoul National University

K : 外力의 加速度 즉 單位質量當의 外力이며, K_x, K_y 및 K_z 인 成分을 가진다.

t : 時間

r : 動的粘性係數이며 $\frac{\mu}{\rho}$ 으로 표시됨.

식(1)의 左邊은

$$\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v \quad (2)$$

으로 표시된다. 式(1)과 (2)로부터

$$\frac{Dv}{Dt} = K - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{1}{3}\gamma \text{grad div } v - \gamma \nabla v \quad (3)$$

이 된다. 그런데 本 fluid mapper 에서 사용되는 流體는 非壓縮性이므로

$$\rho = \text{constant} \quad (4)$$

인 狀態方程式을 생각할수 있으며 分布源이 存在하는 경우, 流動場을 지배하는 連續方程式은

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \text{div } v = w \quad (5)$$

가 되고 w 는 分布源의 세기이다.

한편 fluid mapper 의 實驗에 있어서 流動場은 層流를 형성하는 定常流이어야 하므로 式(1)의 좌변에서

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

가 성립되어 式(1)은

$$(v \cdot \nabla)v = K - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{1}{3}\gamma \text{grad div } v + \gamma \nabla v \quad (7)$$

와 같이 變形될 것이다.

다음 式(4)의 條件을 式(5)에서 고려하면 連續方程式은

$$\text{div } v = \frac{w}{\rho} \quad (8)$$

가 된다. 따라서 既報⁽¹⁾한 바와 같이 式(7)과 (8)은 本 fluid mapper 의 流動場의 特性을 논하는데 필요한 基本方程式이다.

지금 다음의 3條件(假定)

(1) Fluid mapper 의 細隙流路에서의 細隙間隔 或은 速度 v 를 적게 하던가 혹은 μ 를 크게 하여 $\frac{dv}{\mu} \ll 1$ 로 함.

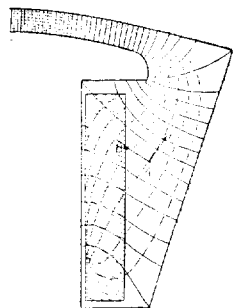
(2) z 方向의 速度成分은 零임.

(3) 固定壁面에서의 粘性流體는 静止함.

을 이용하여 上記한 方程式들로 부터計算⁽²⁾한다면 fluid mapper 의 流動場은 2次元 potential 場이 되며, 定常電流場과 fluid mapper 의 流動場間에는 다음과 같은 相似性이 성립함을 알았다.

Fluid mapper 의 流動場	定常電流場
流體傳導率	媒質導電率
壓 力	電 位
流動場의 세기	電場의 세기
流 量 密 度	電 流 密 度

지금 fluid mapper 의 流動場과 磁界와의 相似性에 대해서 생각하면 다음과 같다. 일반적으로 distributed source 或은 sink 領域內에서는 壓力 $P(x, y)$ 의 極大 或은 極小에 해당하는 소위 Kernel(或은 Ridge)이 있는데 流線은 그림 5와 같이 이 Kernel(或은 Ridge)에서 周圍로 혹은 周圍에서 Kernel에 집중하게 된다. 이런 境遇 流線에 접하는 vector, 즉 壓力 gradient vector $E(E_x, E_y)$ 보다 90度 앞선 vector $B(B_x, B_y)$ 는 그림 2와 같이 等位線에 접하는 vector를 의미하게 된다. 그림2는 凸極型 電氣機械의 磁極周圍에서의 磁束分布를 결정하기 위하여 本實驗에서 제작한 fluid mapper 의 模型(그림5)에서 얻어진 流線을 선택 확산한 것이다.



流線: 流線
等位線: 等位線
磁束線: 磁束線

그림 2.

다음에는 vector B 의 性質을 究明하여 보자. 이 그림이 표시하는 것과 같이 distributed source 혹은 sink 는 定常電流가 흐르는 勵磁 coil 의 導體領域이며 vector B 는 導體 內外의 定常的 磁場을 논하는데 중요한 因子가 된다. 지금 그림 2의 A點에서의 두 vector E 와 B 만을

떼어서 다시 그리면 그림 3과 같이 될 것이다. 그림 3으로부터

$$\begin{cases} -B_x = E_y \\ B_y = E_x \end{cases} \quad (9)$$

그런데 E_x, E_y 는 壓力 gradient 인 $-\frac{\partial p(x, y)}{\partial x}$ 및 $-\frac{\partial p(x, y)}{\partial y}$ 로 표시되므로(3)

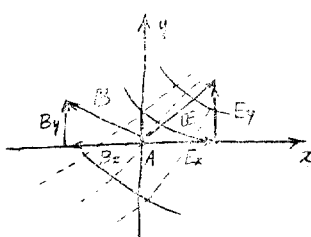


그림 3. E와 B

$$B_x = -\frac{\partial p(x, y)}{\partial y} \quad (10)$$

$$B_y = \frac{\partial p(x, y)}{\partial x} \quad (11)$$

가 된다. 따라서

$$(\text{div } B)_{x, y} = 0 \quad (12)$$

즉 distributed source 의 內外에 관계없이 vector B 의 發散은 全領域에서 零이 됨을 알수있다. 즉 distributed source 의 方向과 vector B 의 方向은 電流와 이로 인한 磁界에 관한 Ampere 의 法則을 만족함을 알수 있다. Distributed sink 인 경우에도 상술한 것과 동일한 결과를 얻을 수 있다. 지금 流體傳導率[cm³/dyne·sec]

σ 와 vector B [dyne/cm³]의 相乘積으로 주어지는 vector 를 $H(H_x, H_y)$ [cm²/sec], 즉 $H = \sigma B$ (13)

라하면 $H_x = \sigma B_x = -\sigma E_y = -i_y$ (14)

$H_y = \sigma B_y = \sigma E_x = i_x$ (15)

단 i_x, i_y 는 單位幅當의 流量密度 인 관계가 성립한다. (C)

지금 fluid mapper 의 流路의 細隙間隙을 d 라고 하면 流量 vector i 는 $i = dv$ 로 주어질 것이므로 式(8)로 부터

$$\text{div } i = \text{div}(dv) = d \text{div}(v) = d \frac{\omega(x, y)}{\rho} \quad (16)$$

식(14), (15) 및 (16)으로부터

$$\frac{\partial i_x}{\partial x} + \frac{\partial i_y}{\partial y} = \frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{d}{\rho} \omega(x, y) \quad (17)$$

따라서 $(\text{rot } H)_z = \frac{d}{\rho} \omega(x, y)$ (18)

즉 distributed source 혹은 sink 의 領域內에서 H 의 rotation 은 單位面積當의 source 혹은 sink 의 세기와 같다. 바꾸어 말하면 H 는 vector potential 을 가지고 있으며 그 領域外의 simply connected region 에서는

$$(\text{rot } H)_z = 0 \quad (19)$$

가 된다. 따라서 vector H 는 層狀 vector 가 되며 rotation 이 없어져 scalar potential $\eta(x, y)$ 를 가지게 된다.

즉 $H = -\text{grad } \eta(x, y)$ (20)

그런데 이 領域에서는 既報(C)한 바와 같이 流量密度 i (i_x, i_y) 는 流線函數 $\psi(x, y)$ 로 주어진다. 즉

$$\left. \begin{aligned} i_x &= -\frac{\partial \psi(x, y)}{\partial y} \\ i_y &= -\frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

식(14)(15) 및 (20)으로부터 scalar potential $\eta(x, y)$ 는 $\psi(x, y)$ 와 일치한다. 즉 i 에 대해서는 流線函數이던 것이 H 에 대해서는 potential 函數가 됨을 알 수 있다.

다음 fluid mapper 의 流線의 線素 dl 는 全領域에서 H 와 直交하는 고로

$$\int H \cdot dl = 0 \quad (22)$$

즉 distributed source 의 領域外에서는 流線은 流線函數 $\psi(x, y)$ 및 scalar potential $\eta(x, y)$ 를 가지게 되므로 流線자신은 H 에 대한 等位線이 되지만 그 領域內에서는 일정한 流線函數 혹은 scalar potential 를 가지지 않는다. 따라서 이 영역의 流線은 소위 lines of no work 라 불려우는 영역이 될 것이다.

위에서 논한 것을 종합하면 distributed source 혹은 sink 는 定常電流가 흐르는 導體의 領域에 해당하며, 이 領域에서의 流線을 lines of no work 라 하고, 이 領域外의 流線은 等磁位線으로 等壓線은 磁線에 流體傳導率

은 導磁率의 逆數에 각각 대응된다고 말할 수 있을 것이다.

(2) 流線圖形에 대한 檢討

이미 Moore 教授가 지적한 바와 같이(C) 流線圖形에 대한 해석은 curvilinear square 法으로 하는데, 이는 field mapping 에서의 基

本單位가 된다. 그림 4 와 같이 uniform dielectric field 에서 Φ', Φ'' 를 potential, D', D'' 를 dielectric flux density, $ds' ds''$ 를 도체의 表面, dI 를

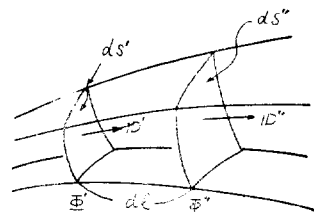


그림 4. Dielectric flux tube

두 導體間의 거리 및 dQ 를 導體表面의 charge 라고 한다. 지금 dielectric boundary surface 가 변하지 않는다면, 임의의 두 斷面間에서 dielectric flux element Dds 는 항상 일정하게 되어

$$d' ds'' = d'' ds' \quad (1)$$

단 σ', σ'' 는 표면電荷密度 이 성립하며 그 方向은 正에서 負가 된다. 그림 4 에서 $\Phi'' = \Phi' + \frac{\partial \Phi}{\partial l} dl = \Phi' - E \cdot dl$ (2)

따라서 local capacitance dC 는

$$dC = \frac{dQ}{\Phi' - \Phi''} = \frac{D ds}{E dl} \quad (3)$$

가 된다. dc 는 體積要素 $d\tau$ 內에서는 unique value 가 되고, $E dl$ 와 $D ds$ 는 定數가 된다. 그런데 均等媒質($D/E = \epsilon$)內의 임의의 點에서는

$$dc = \epsilon \frac{ds}{dl} \quad (4)$$

가 되며 上式은 平行板 condenser 의 式과 同形임을 알 수 있다. 식(4)를 單位길이 當으로 표시하면

$$dc = \epsilon \frac{ds}{dl} \quad (5)$$

단 dc : 單位길이당의 local capacitance 要素

ds : flux line 에 수직인 線素

dl : flux line 에 따르는 成分

가 된다. 단일 $ds = dl$ 이면 $dc = \epsilon$ (6)

인 관계가 성립하며 식(6)을 만족하는 square 를 curvilinear square (5,18)라고 한다. 즉 curvilinear square 란 두 等位線과 두 流線이 直交하되 식(6)을 만족하는 square 임을 알 수 있다.

즉 curvilinear square 에서 等位線間의 電位差 또는 磁位差는 같으며, 場의 세기와 flux density 의 크기는 curvilinear square 의 크기에 反比例한다. 혹은 각 curvilinear square 는 同量의 磁氣量을 가지고 있고, 그 兩

端은 等磁位差이므로 모든 curvilinear square의 磁氣 抵抗은 같다고 할 수 있다. 이 抵抗을 比抵抗이라고 하는데 單位는 one square의 抵抗을 1로 취하면 fluid mapper의 流動場의 全領域은 이와같은 單位抵抗의 直並列의 結合으로 代置될 것이다. 그림 6에서 勵磁 coil의 단면을 나타내는 直角四角形(黑色)部(즉 分布源領域을 意味함)의 左下部에 나타난 Kernel과 같이, field line이 이 Kernel에 集中하는 것처럼 보이나, 실제로 있어서는 이 Kernel에서 始作한 flow tube의 流量은 砂床을 지나감에 따라 증가한다.

즉 流體는 砂床의 모든 部分에서 나타나게 된다.

3. 實 驗

(i) 實驗 方法

Fluid mapper의 實驗裝置는 既報(2)한 것과 같으며, 分布源으로는 Moore 教授가 기증한 直徑 0.4 mm 되는 金屬球로 충전하여 사용하였으며 Moore 教授의 厚意에 깊은 感謝를 드리는 바이다. 다음 石膏板 模型製作에 있어서는 既報한 것(XXX)과는 달리 우선 두께가 0.8 mm 인 plastic sheet를 실제의 凸極型磁極과 同型으로 만들어 이를 襪子板위에 놓은 후 이 위에 石膏를 注入시켜 成型하였다. 따라서 이 方法으로는 前과 같은(XXX)細隙用 spacer가 不必要하며 成型된 石膏板자신으로 소오의 流線圖形을 얻을 수 있는 流路間隙을 만들 수 있었다. 그리고 上部 襪子板과 下部 石膏板間의 漏水現象은 前(XX)과는 달리 比較的 쉽게 解決할 수 있었으며 그 조 작도 쉬웠다.

이상에 말한 것 以外에는 既報된 方法에 따라 실험하였다.

(ii) 實驗 例

일반적으로 電氣領域의 磁極은 左右 對稱이므로 本實驗에 있어서도 石膏模型의 製作의 편의를 위하여 凸極 磁極의 한쪽 부분만을

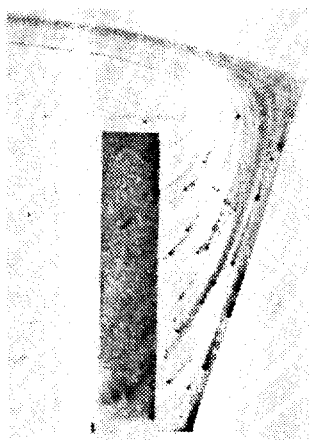


그림 5.

그림 5와 같이 제작하여 實驗하였다. 그림 7은 그림 5를 基礎로 하여 分布源(勵磁 coil)에서 나오는 流線中에서, 8個의 流線만을 선택하여 이를 복사한 것으로, 點線은 바로 이것을 표시한다. 다음 實驗은 2에서 論한 方法에 따라서 이들 點線에 直交되는 것으로 이는 hand dra-

wing 한 소위 磁線을 表示한다. 그림 6에 의하여 凸極周邊에서의 磁氣分布狀態를 한 눈으로 볼 수 있으며, 定量的인 해석은 上述한 curvilinear square 法으로 해결하면 될 것이다. 그림 8은 인접한 두 凸極의 勵磁 coil의 電流가 同一할때의 simulation이며, 幾何學的 中性軸을 中心으로 하여 等磁位線(流線)이 서로 對稱的으로 分布되어 있음을 보여 준다. 그림 8과 9은 인접한 두 凸極의 勵磁電流의 크기가 다른 경우로서, 等磁位線의 分布狀態가 그림 8과는 전혀 달라졌으며 幾何學的인 中心軸 또는 磁氣의인 中性軸이

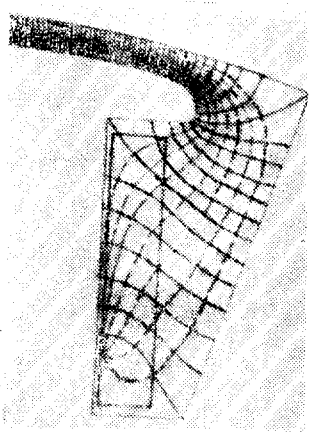


그림 6.

그림 8과 9은 인접한 두 凸極의 勵磁電流의 크기가 다른 경우로서, 等磁位線의 分布狀態가 그림 8과는 전혀 달라졌으며 幾何學的인 中心軸 또는 磁氣의인 中性軸이

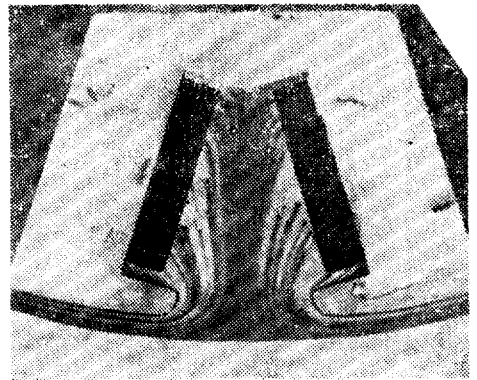


그림 7. 凸極이 두개인 경우

直線의으로 되지 않고, 그 分布狀態는 매우 복잡함을 알 수 있다.

이 경우 不變인 것은 分布源의 Kernel의 位置이었다. 그림 8, 9에서 알 수 있는 바와같이 左右 兩側의 二分



그림 8. 流量이 1:2인 경우

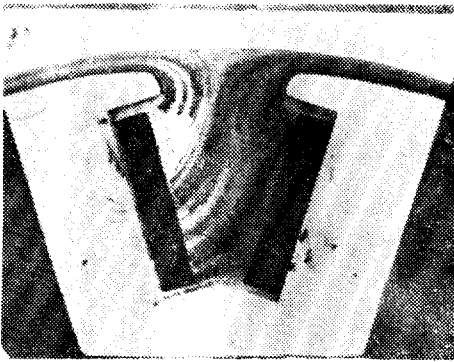


그림 9. 流量이 3:1 인 경우

布源에서 나오는 流線中 流量이 더 큰 分布源에서 나온 流線의 一部가 相對便 磁極 주변 流路(air gas)를 거쳐 흘러 나간다는 사실이다.

4. 結 論

물의 流動場을 이용하여 Laplace 및 Poisson 方程式을 만족하는 potential analog 장치인 fluid mapper의 等分布源 및 그 周邊에서의 基本特性을 검토하였으며, 凸極型 電氣機械의 磁極周邊에서의 磁束分布를 결정하였다. 특히 인접된 두 凸極型 磁極인 경우, 이들 磁極 周邊에서의 磁束分布 상태는 勵磁 coil에 흐르는 電流值의 相對比에 따라 크게 變化하며, 일반적으로 電流值가 같은 경우에는 이미 알려진바와 같이 幾何學의 中性軸과 磁氣의 中性軸은 一致함을 볼 수 있었으나, 만일 勵磁 coil의 電流值가 서로 다른 경우에는 磁束分布狀態가 매우 복잡

하게 되어, 磁氣의 中性軸을 어떤 간단한 曲線으로도 그 경계를 지을 수 없으며, 勵磁 coil의 電流值가 너무 差異가 있는 경우(그림 8 혹은 9)에는 한 勵磁 coil에서 나오는 等磁位線의 一部가 다른 磁極 周邊으로 이동하게 됨을 알 수 있었다.

끝으로 本研究는 서울大學校에서 지급된 研究補助費로 이루어졌음을 밝힌다.

參 考 文 獻

- (1) H.S. Hele-Shaw, Alfred Hay: Phil Trans A, 195, 303(1900)
H.S. Hele-Shaw, Alfred Hay, P.H. Powell: J. Inst. Elec. Eng, 34, 21(1904)
- (2) A.D. Moore: J. Appl Phys., 20 790(1949)
- (3) 高明三: Fluid mapper에 의한 電磁場解析, 서울大學校 大學院(1959. 12)
- (4) A.D. Moore: J. Appl. Mech., 17 291(1950)
- (5) A.D. Moore: AIEE-Trans., 69 1, 1615(1950)
- (6) 高明三: 大韓電氣學會誌 第9集(1962)
- (7) A.D. Moore: AIEE-Trans., 71(1952)
- (8) Ernst Weber: Electromagnetic fields, theory and application Vol. 1; Wiley
- (9) Stephens Attwood: Electric and magnetic fields; Wiley
- (10) 友近晉: 流體力學

(1965年 3月 11日 接受)